

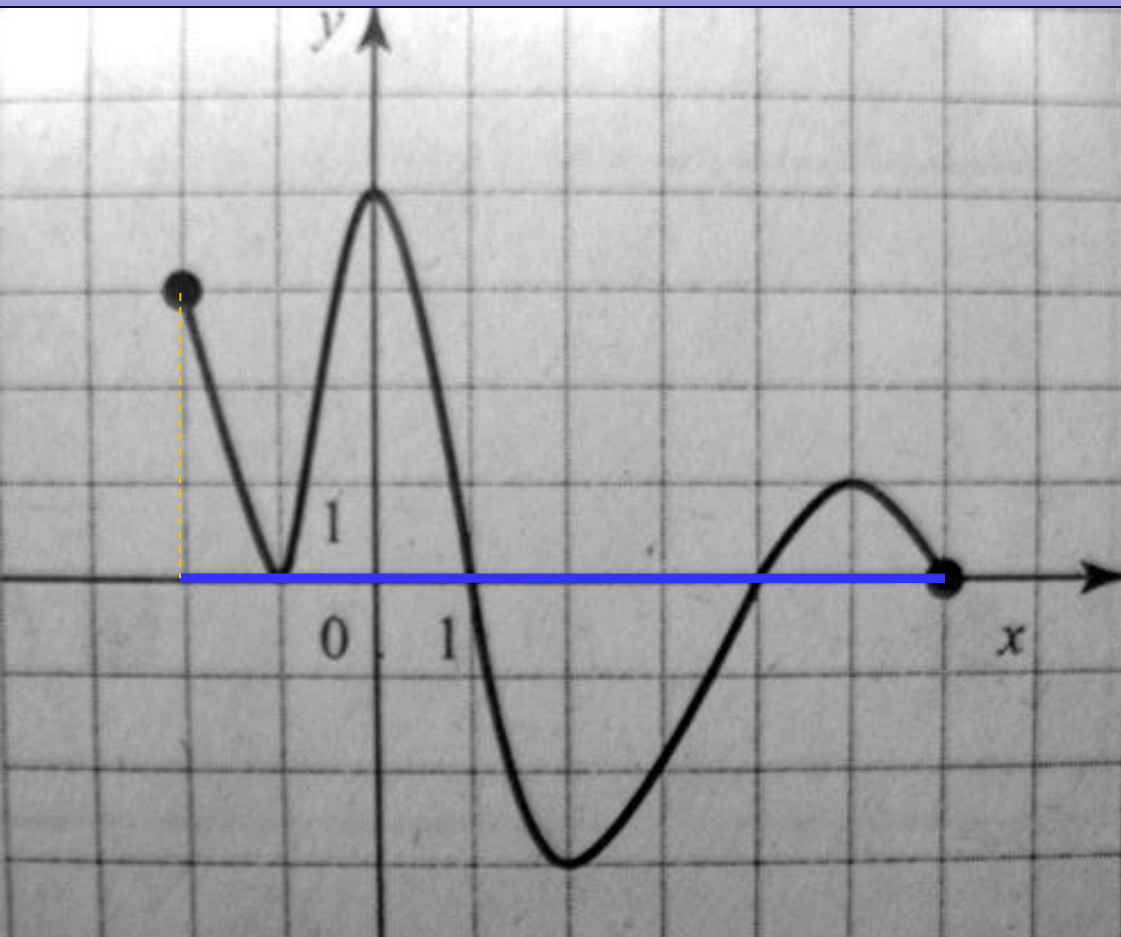
**«Чтение графиков.  
ЕГЭ»**

Выполнил: учитель математики  
Федорова З. И.

# Цель

Создать презентацию, которая поможет учащимся правильно определять по готовым графикам ответы к заданиям ЕГЭ.

# Область определения функции

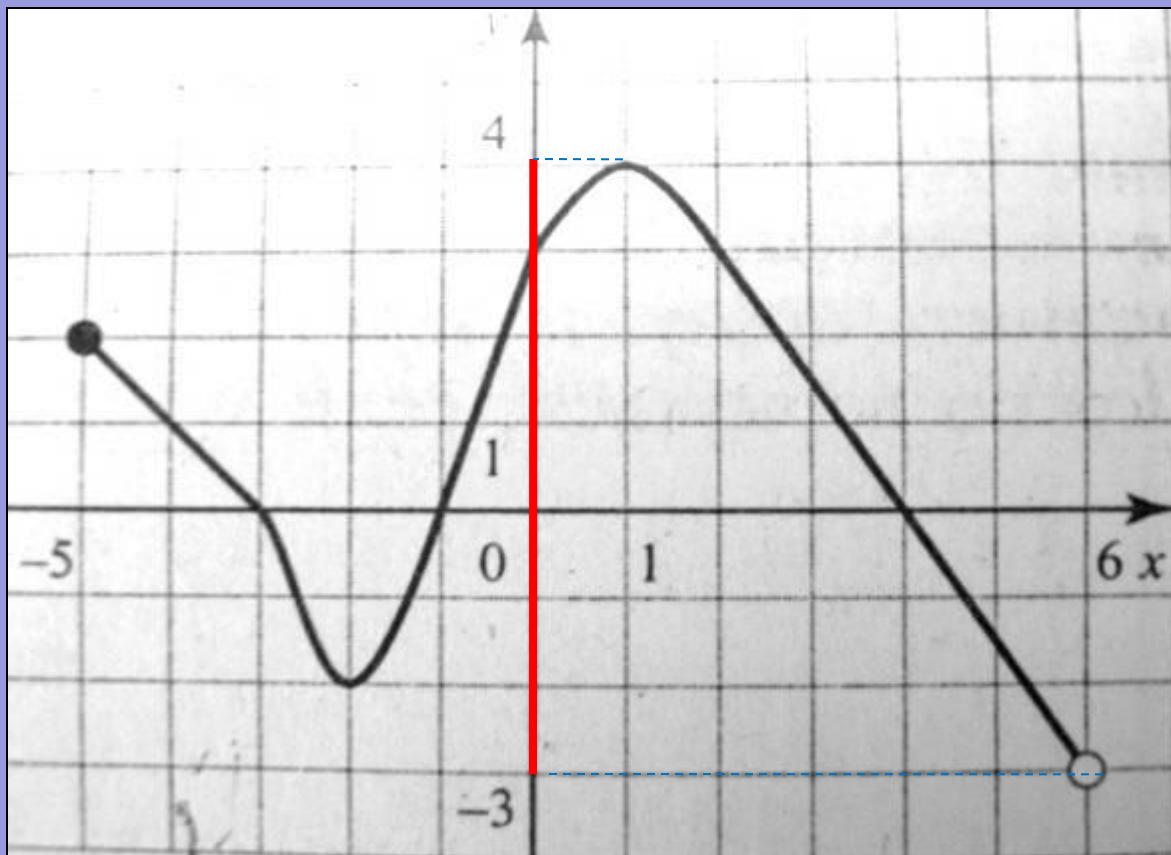


Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

- 1)  $[-4; 2]$
- 2)  $[-2; 6]$
- 3)  $[-3; 4]$
- 4)  $(-2; 6)$

**Все** значения, которые принимает *независимая* переменная  $x$ , при которых функция *имеет смысл*, образуют **область определения** функции

# Область значений функции



На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке  $[-5;6]$ . Укажите множество значений этой функции

- 1)  $[-5;6]$
- 2)  $[-2;4]$
- 3)  $(-3;4]$
- 4)  $(-3;2]$

Множество, *состоящее* из всех чисел  $f(x)$ , таких, что  $x$  принадлежит области определения функции  $f$ , называют **областью значений** функции.

# Примеры графиков четной функции

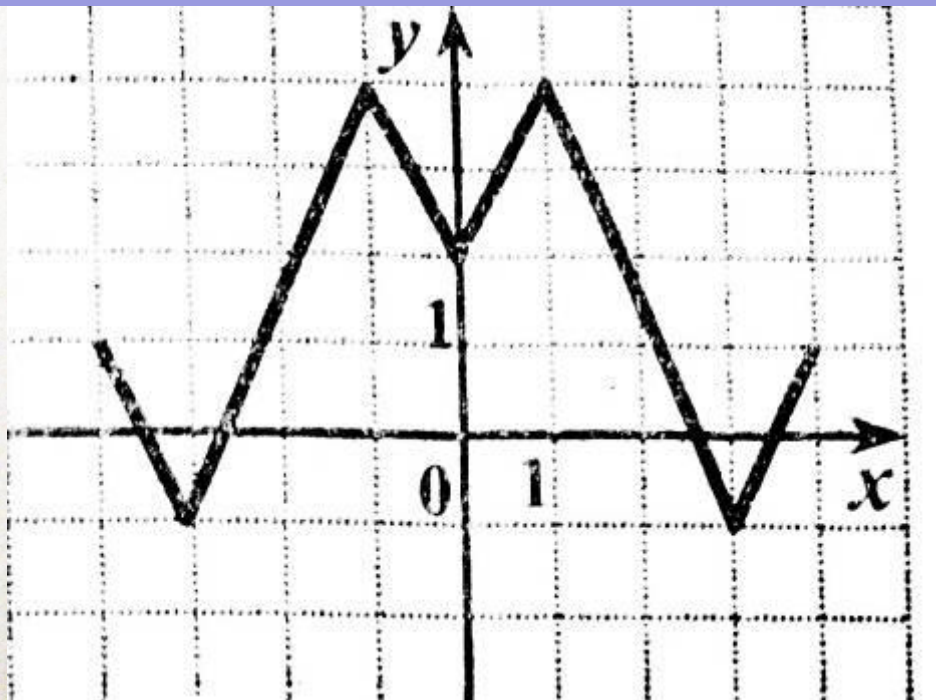
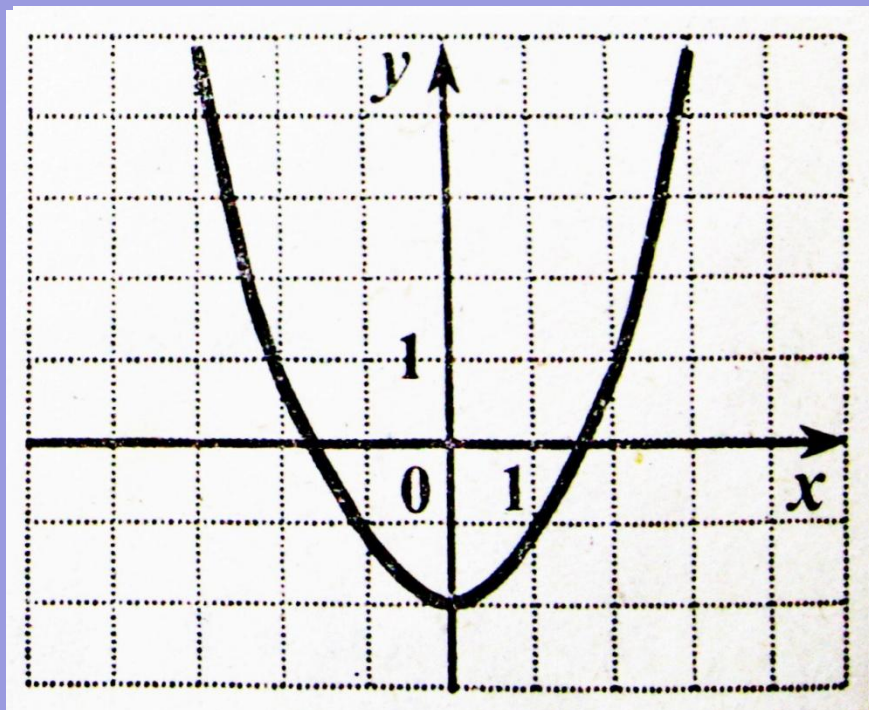


График четной функции **симметричен**  
относительно **оси ординат**.

$$f(-x) = f(x), \quad \forall x \in [-X, X].$$

# Примеры графиков нечетной функции

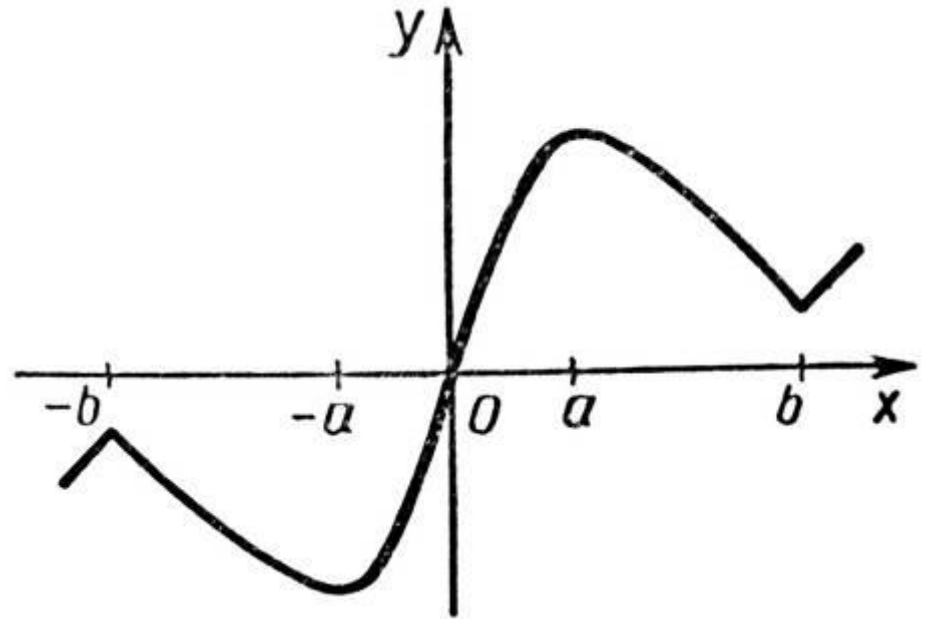
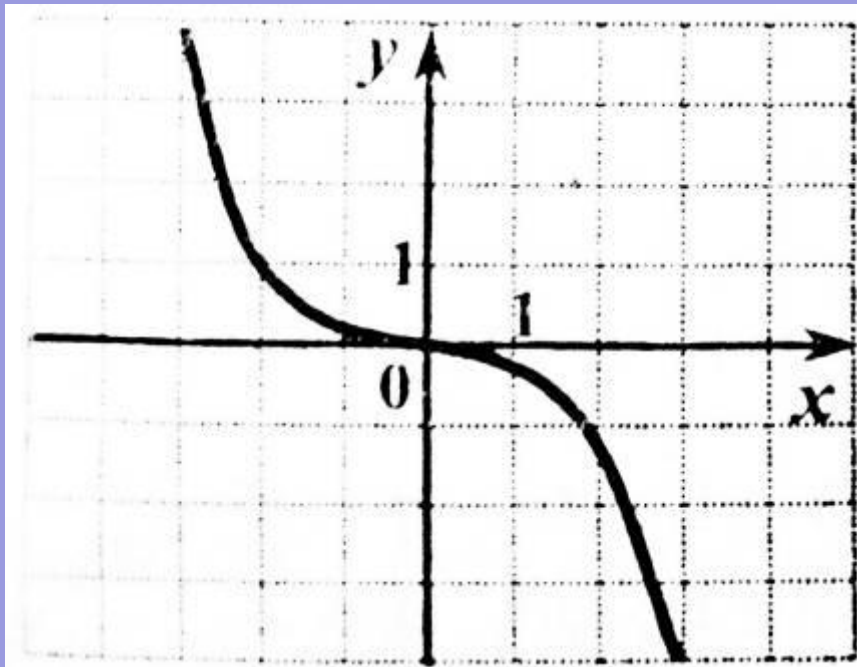
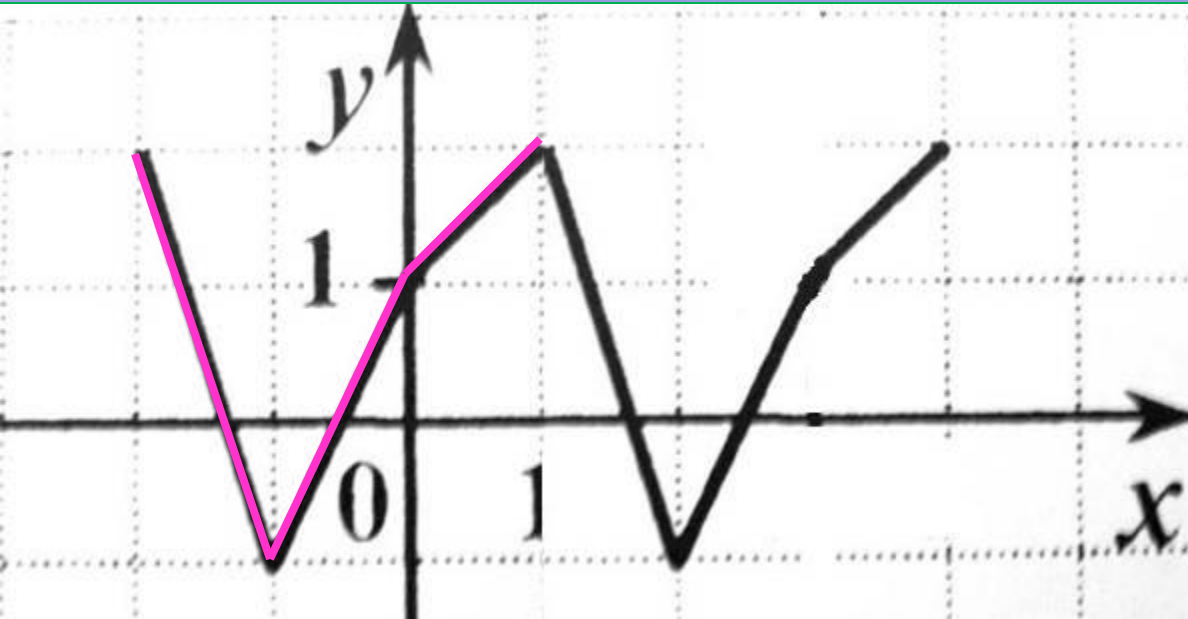


График нечетной функции **симметричен**  
относительно начала координат

$$f(-x) = -f(x), \quad \forall x \in [-X, X].$$

# Периодическая функция



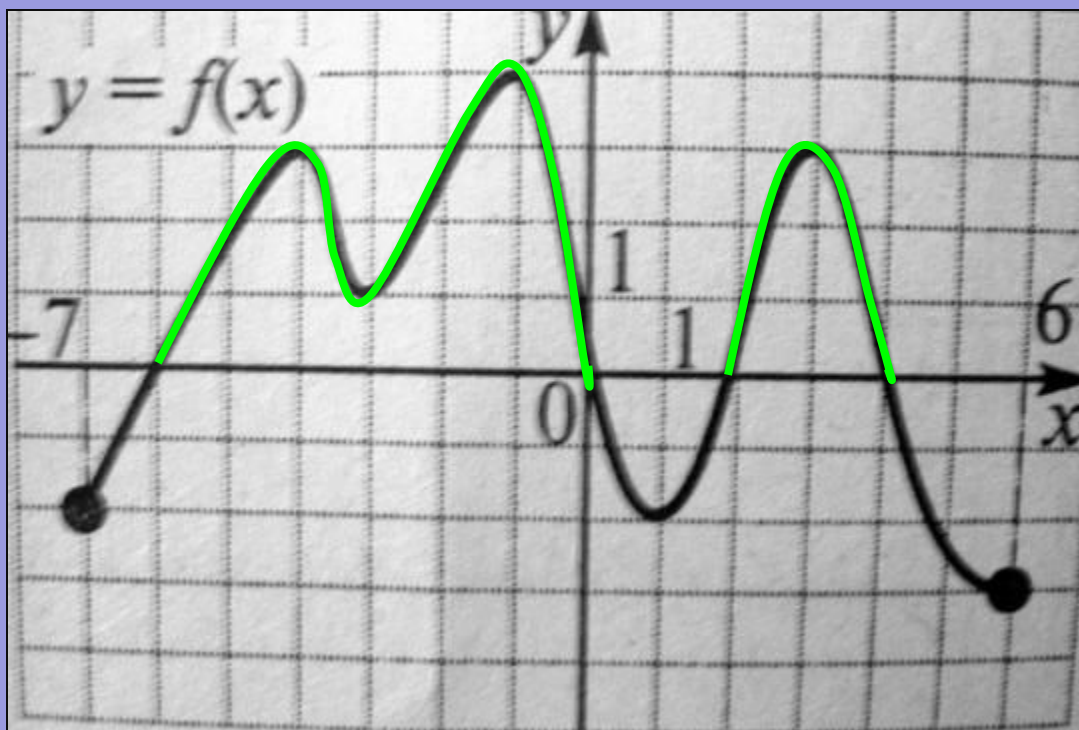
Дан график  
периодической  
функции,  $x$  принадлежит  
интервалу  $[-2; 1]$ .

Вычислить  
 $f(-4) - f(-6) * f(12)$   
 $T=3$

*Периодическая* функция — функция,  
повторяющая свои значения через какой-  
то **ненулевой** период, то есть **не**  
меняющая своего значения при  
добавлении к аргументу фиксированного  
ненулевого числа (периода).

$$\begin{aligned} f(-4) &= f(-4+T) = f(-4+3) = \\ &= f(-1) = -1 \\ f(-6) &= f(-6+T) = \\ &= f(-6+3*2) = f(0) = 1 \\ f(12) &= f(12-4T) = \\ &= f(12-3*4) = f(0) = 1 \\ f(-4) - f(-6) * f(12) &= -1 - 1 * 1 = -2 \end{aligned}$$

# Решение неравенств с помощью графика функции



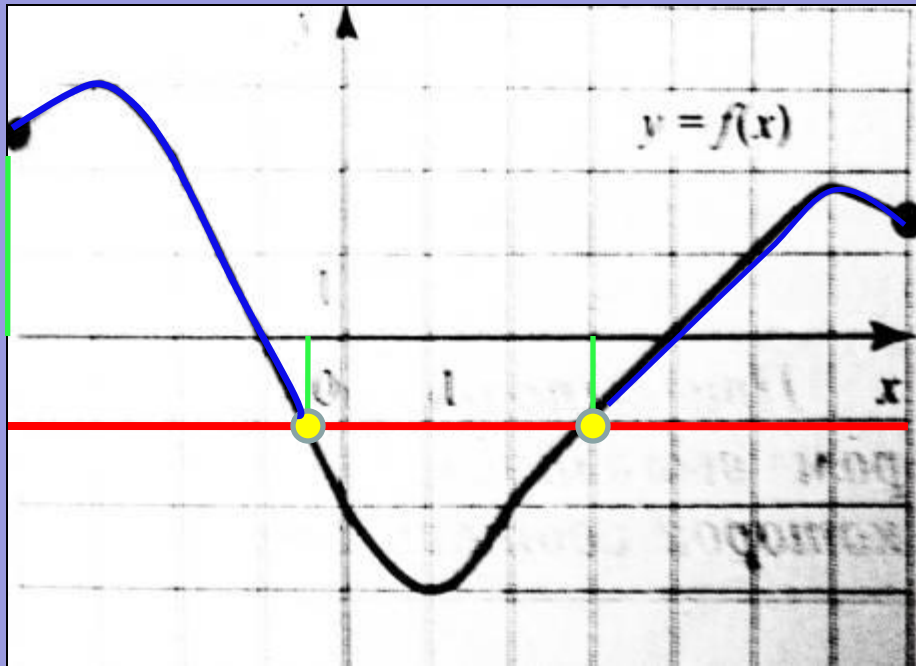
Решите неравенство  $f(x) \geq 0$ , если на рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , заданной на промежутке  $[-7; 6]$

- 1)  $(-4; -3) (-1; 1) (3; 6]$
- 2)  $[-7; -4) (-3; -1) (1; 3)$
- 3)  $[0; 4]$
- 4)  $(-6; 0) (2; 4)$

Точки пересечения графика функции с осью  $Ox$  разбивают ее на *интервалы*. Выбираем *те интервалы*, в которых график функции расположен *выше* оси  $Ox$



# Решение неравенств с помощью графика функции

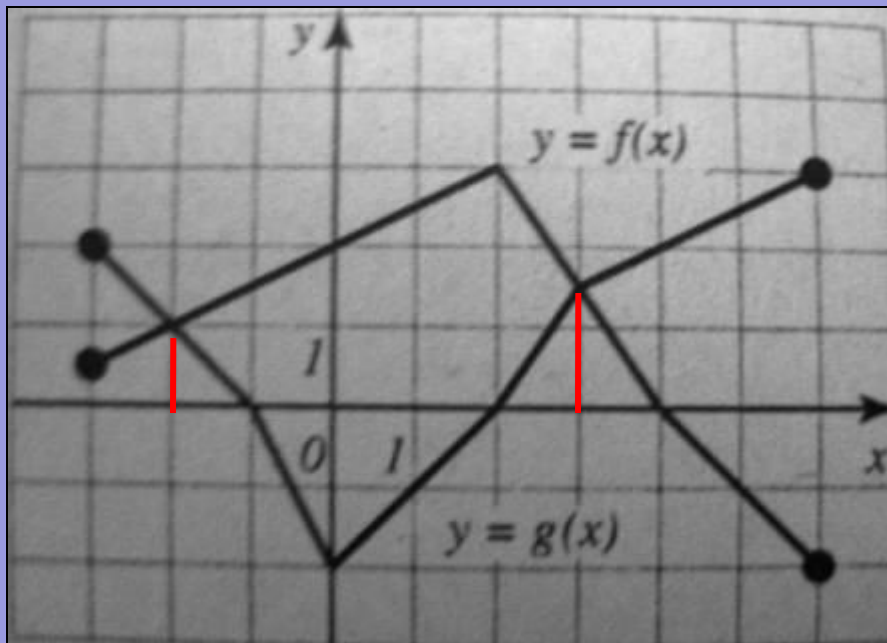


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , заданной на отрезке  $[-4; 7]$ . Укажите все значения  $X$ , для которых выполняется неравенство  $f(x) \geq -1$ .

- 1)  $[-0,5; 3]$
- 2)  $[-0,5; 3] \cup [3; 7]$
- 3)  $[-4; 0,5] \cup [3; 7]$
- 4)  $[-4; 0,5]$

1. Проводим прямую  $y=-1$ , она пересекает график в **двух** точках.  
2. Опускаем **перпендикуляры** из этих точек на ось **OX**. Они разбивают ось **OX** на **три** промежутка. 3. Выбираем промежуток, где график функции  $f(x)$  **выше** прямой  $y=-1$ .

# Сравнение значений функций

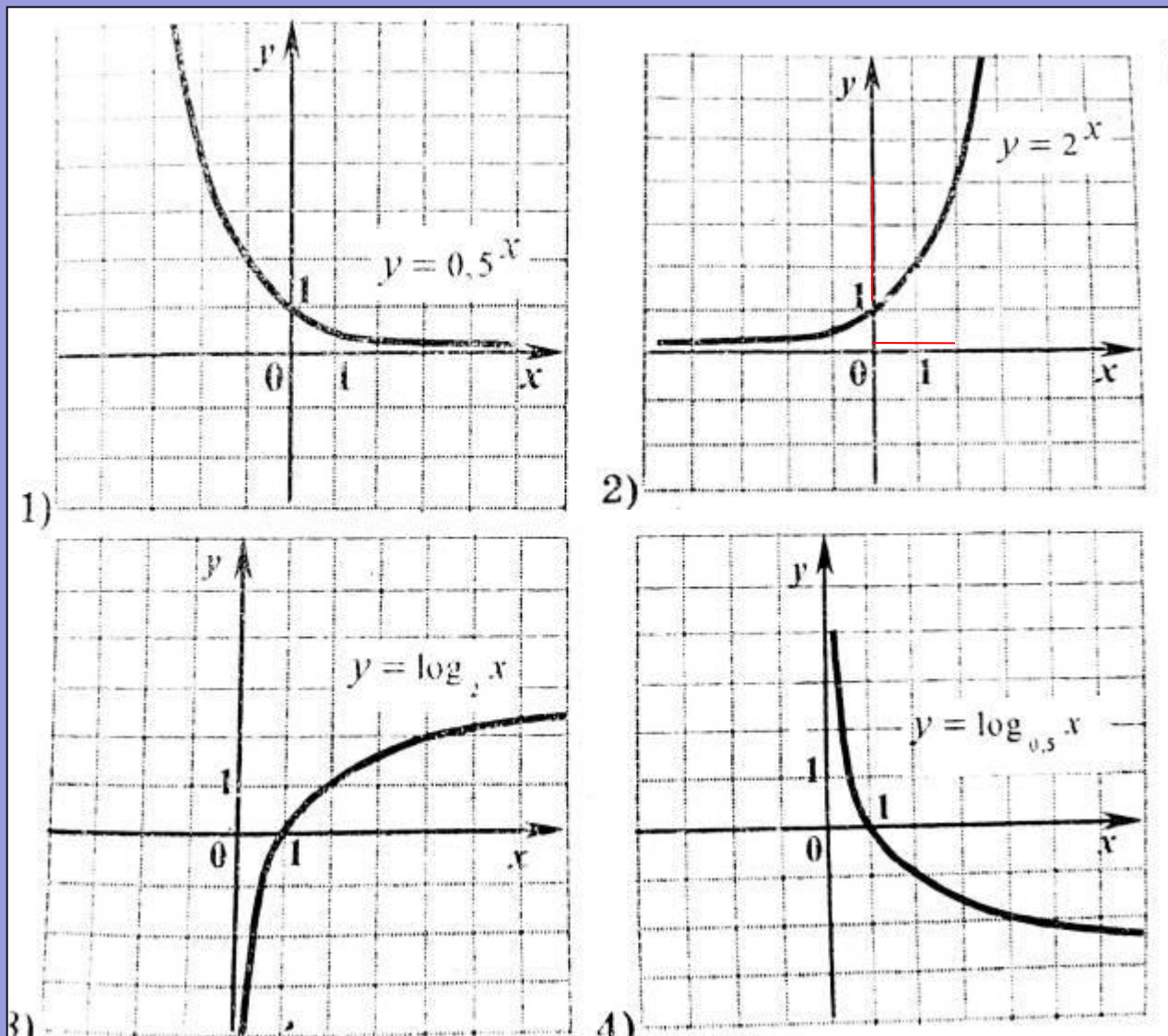


На рисунке изображены графики функций  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ , заданных на промежутке  $[-3;6]$ . Укажите все значения  $X$ , для которых выполняется неравенство  $f(x) \leq g(x)$

- 1)  $[-1;2]$
- 2)  $[-2;3]$
- 3)  $[-3;-2] \cup [3;6] +$
- 4)  $[-3;-1] \cup [3;4]$

1. Находим точки пересечения графиков. 2. Опускаем перпендикуляры на ось **OX**. Они разбивают ось OX на **три** промежутка. 3. Выбираем промежуток, где точки графика функции **f(x)** ниже точек графика функции **g(x)**.

# График возрастающей и убывающей функций



На одном из рисунков изображен график функции, возрастающей на отрезке  $[0;2]$ . на другом - убывающей на отрезке  $[-2;0]$ . Укажите эти рисунки.

$$x > y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$$

# Симметрия относительно прямой $y=x$

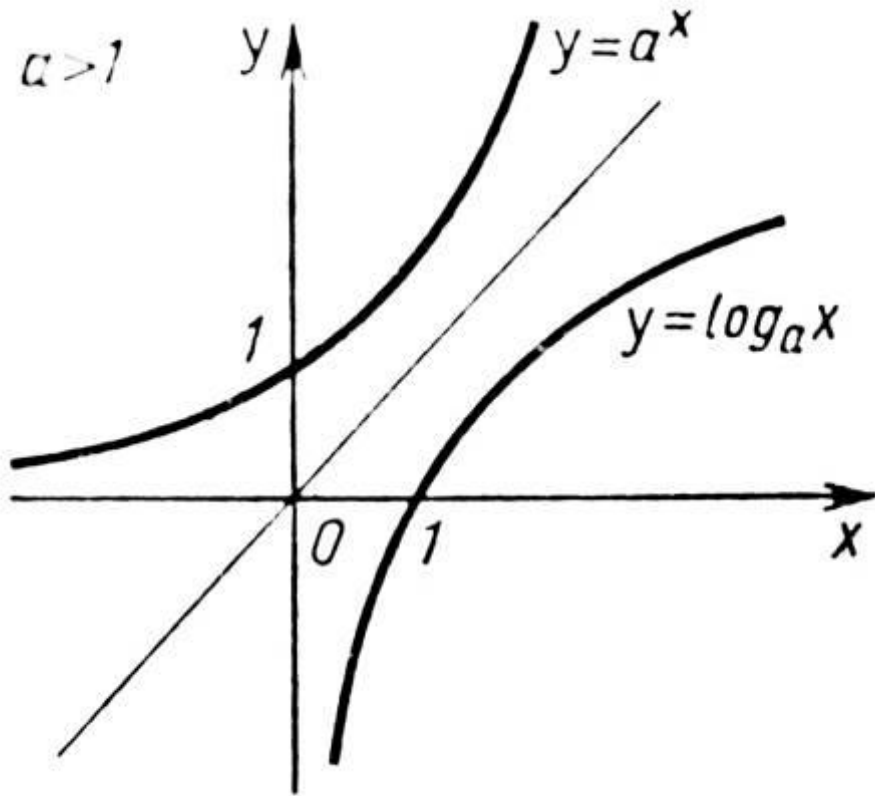
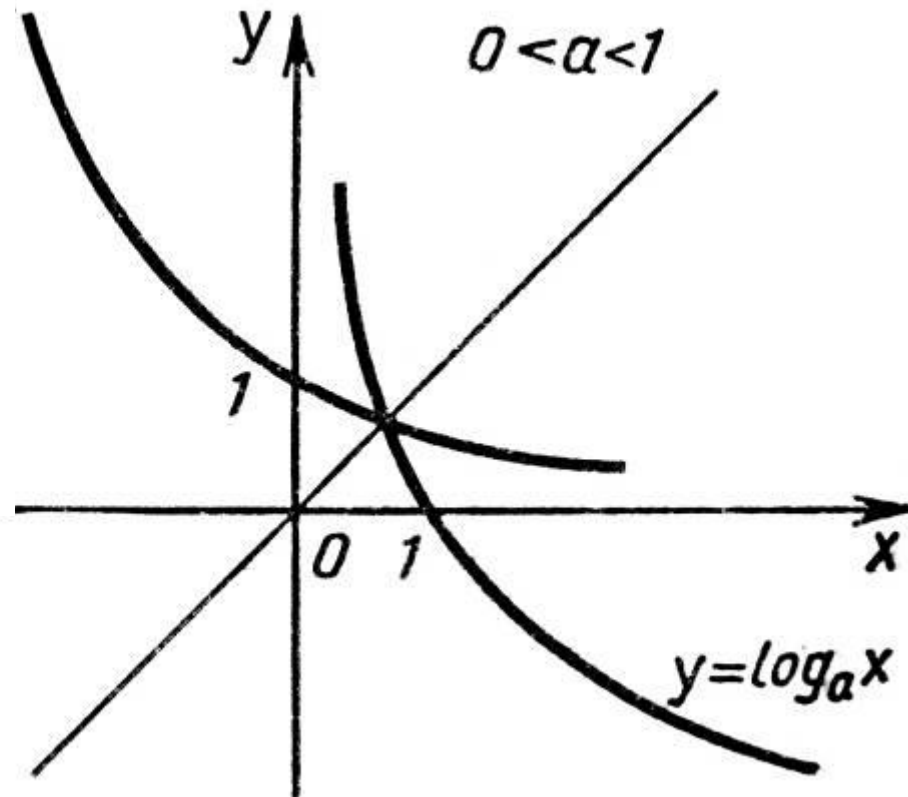
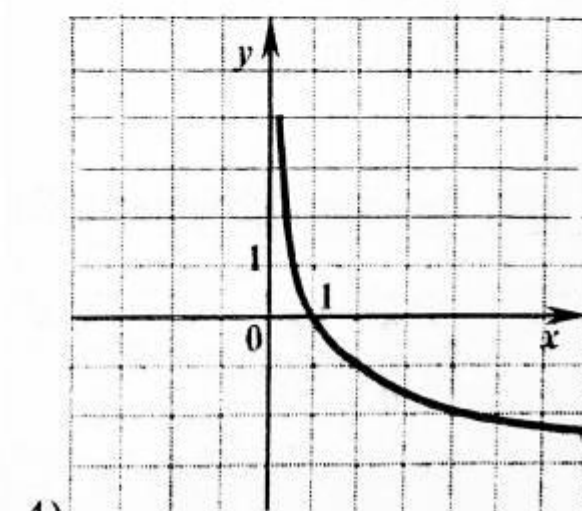
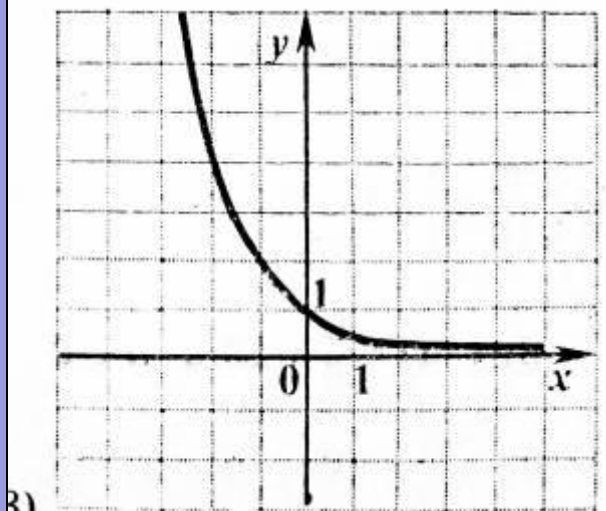
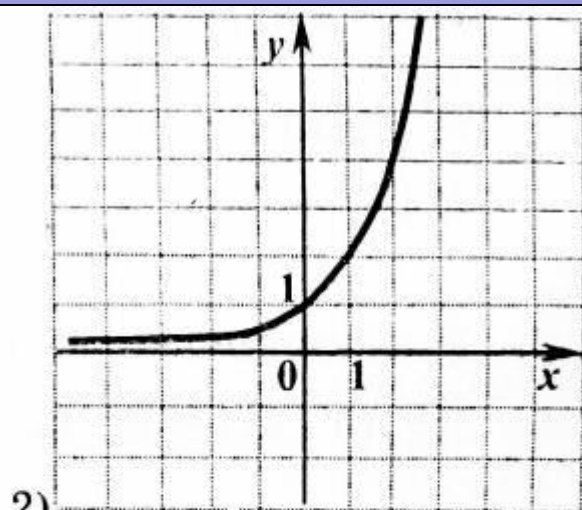
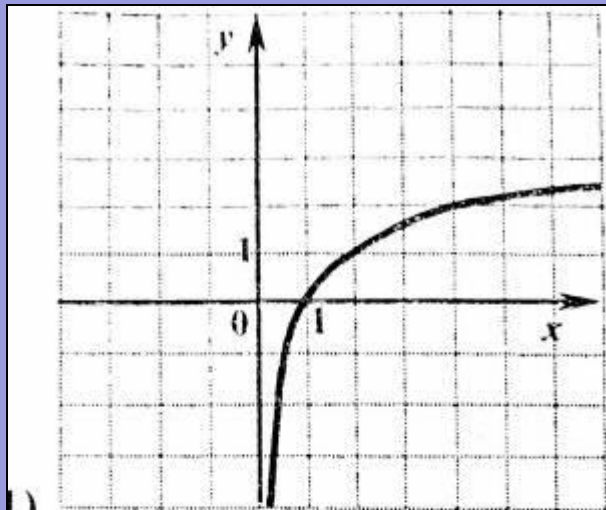


График показательной функции проходит через точку **(0;1)** График логарифмической функции проходит через точку **(1;0)**



Графики данных функций **возрастают** при  $a > 1$  и **убывают** при  $0 < a < 1$

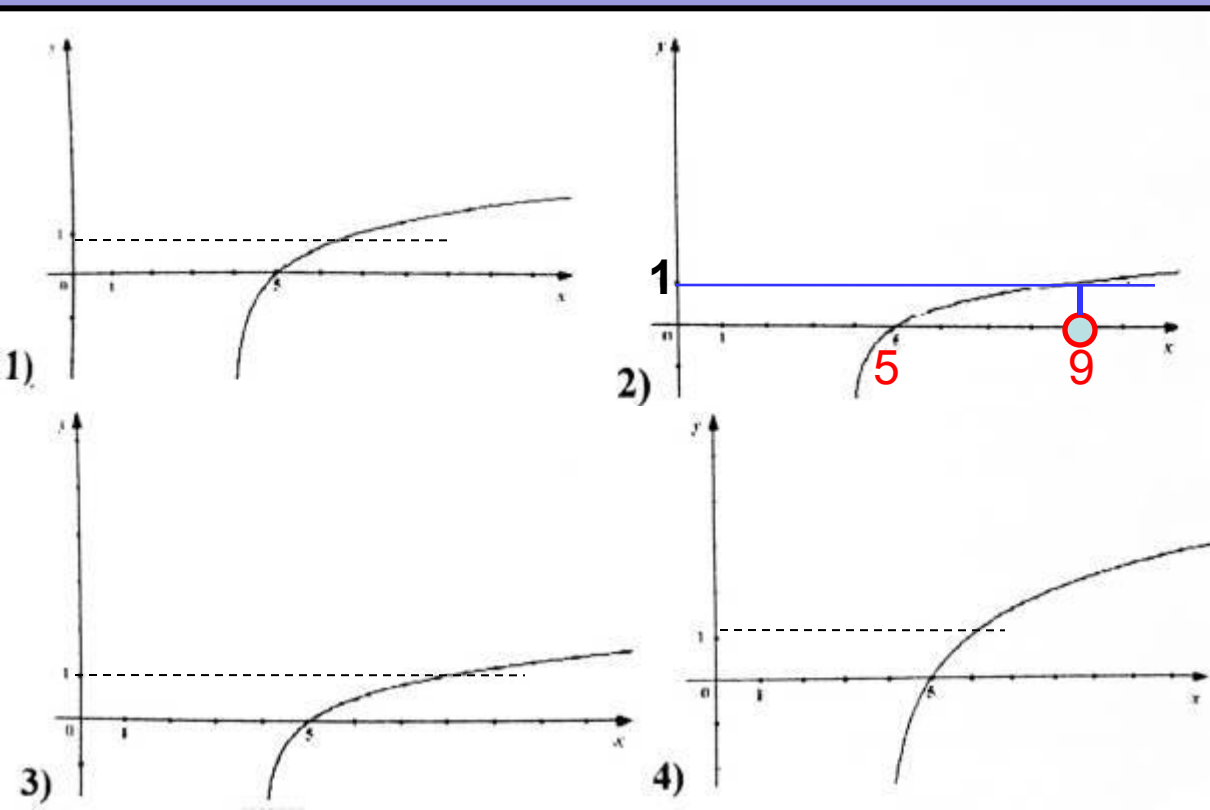
# График показательной функции



На одном из рисунков изображен график функции  $y=2^{-x}$ . Укажите этот рисунок.

График показательной функции проходит через точку  $(0, 1)$ . Так как основание степени меньше  $1$ , то данная функция должна быть **убывающей**.

# График логарифмической функции

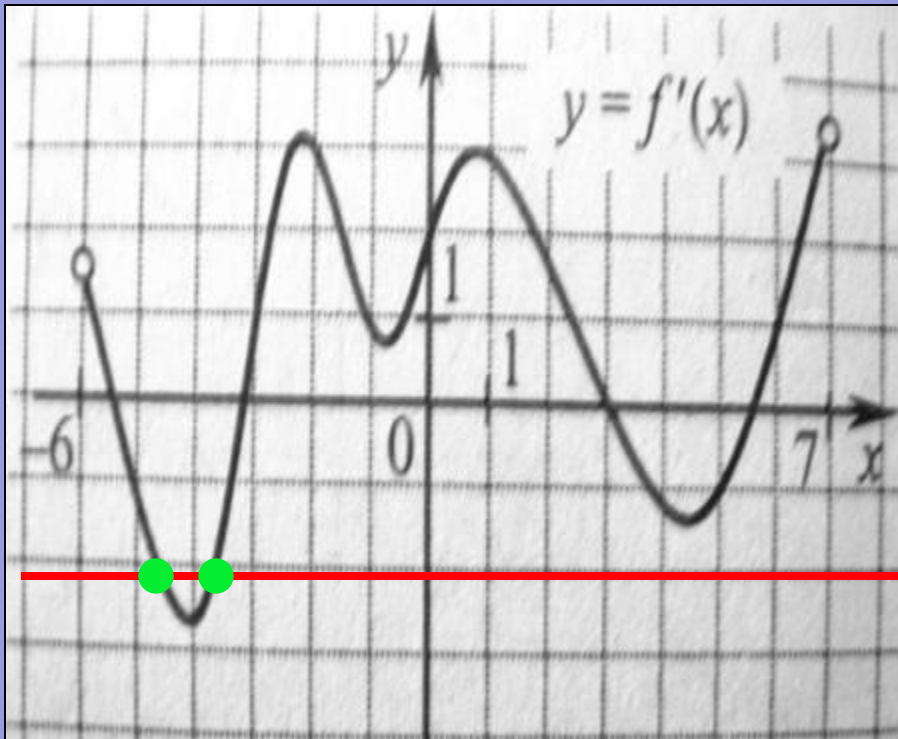


На одном из рисунков изображен график функции  $y = \log_5(x-4)$ .

Укажите номер этого графика.

График логарифмической функции  $y = \log_5 x$  проходит через точку  $(1; 0)$ , тогда, **если**  $x - 4 = 1$ , то  **$y = 0$** ,  $x = 1 + 4$ ,  **$x = 5$**   $(5; 0)$  – точка пересечения графика с осью **OX** **Если**  $x - 4 = 5$ , то  **$y = 1$** ,  $x = 5 + 4$ ,  **$x = 9$**

# Нахождение числа касательных к графику функции по графику ее производной



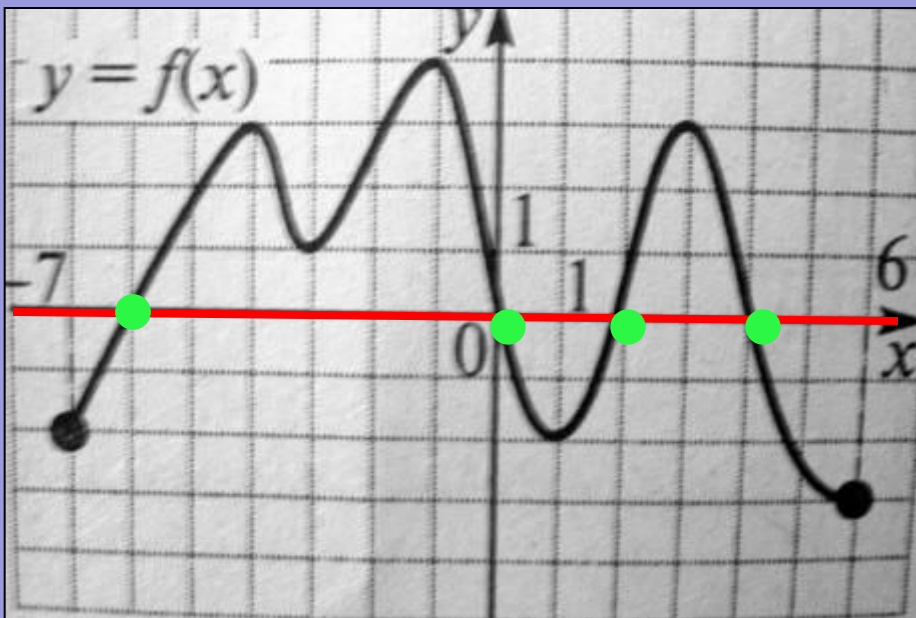
Функция  $y=f(x)$  определена на промежутке  $(-6;7)$ . На рисунке изображен график **производной** этой функции. К графику функции проведены все касательные, **параллельные** прямой  $y=5-2x$  (или совпадающей с ней). Укажите **количество** точек графика функции, в которых проведены эти касательные.

$$K = \operatorname{tga} = f'(x_0)$$

По условию  $k=-2$ . Следовательно  $f'(x_0)=-2$

Проводим прямую  $y=-2$ . Она пересекает график в **двух** точках, значит **касательные** к функции проведены в **двух** точках.

# Нахождение числа касательных к функции по графику ее производной

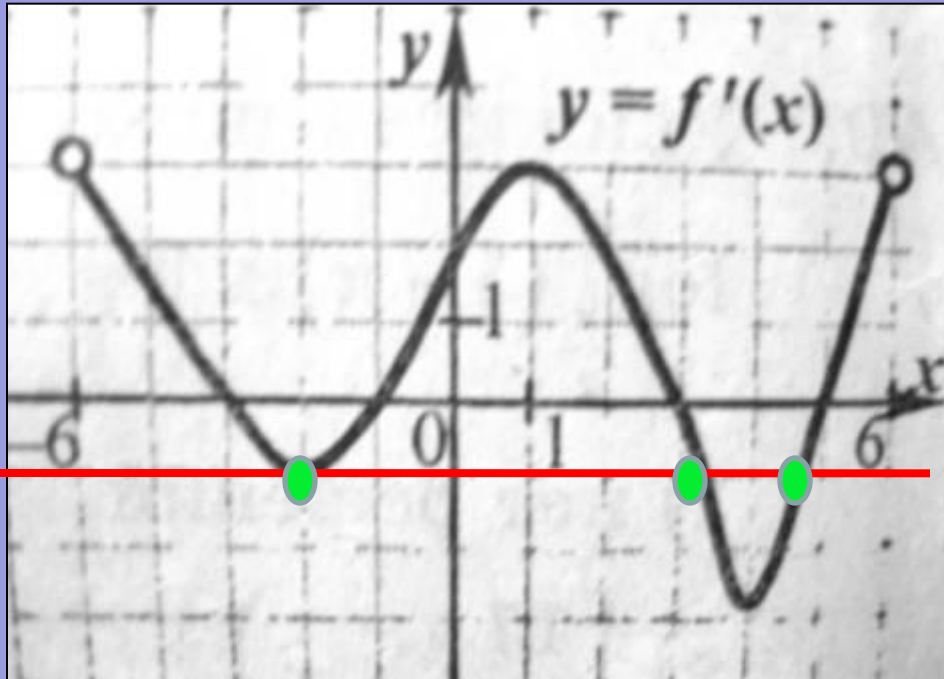


Функция  $y=f(x)$  определена на промежутке  $[-7;3]$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек графика функции  $y=f(x)$ , в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс или совпадают с ней.

Угловой коэффициент прямых, **параллельных** оси абсцисс или **совпадающих** с ней равен **нулю**. Следовательно  $K=\operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)=0$   
Ось **OX** пересекает данный график в **четырёх** точках.



# Нахождение числа касательных к функции по графику ее производной



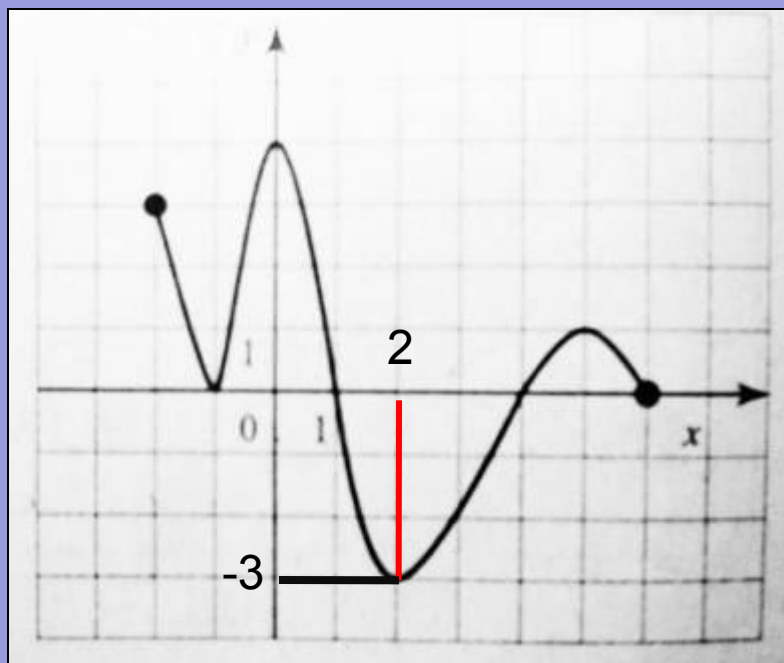
Функция  $y=f(x)$  определена на промежутке  $(-6;6)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите **число точек** графика функции  $y=f(x)$ , в которых касательные к графику наклонены под углом  $135^\circ$  к положительному направлению оси абсцисс.

$$K = \operatorname{tg} 135^\circ = f'(x_0)$$

$$\operatorname{tg} 135^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ - 45^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1 \text{ Следовательно } f'(x_0) = -1$$

Проводим прямую  $y=-1$ . Она пересекает график в трех точках, значит касательные к функции проведены в **трех** точках

# Нахождение углового коэффициента касательной по графику производной функции

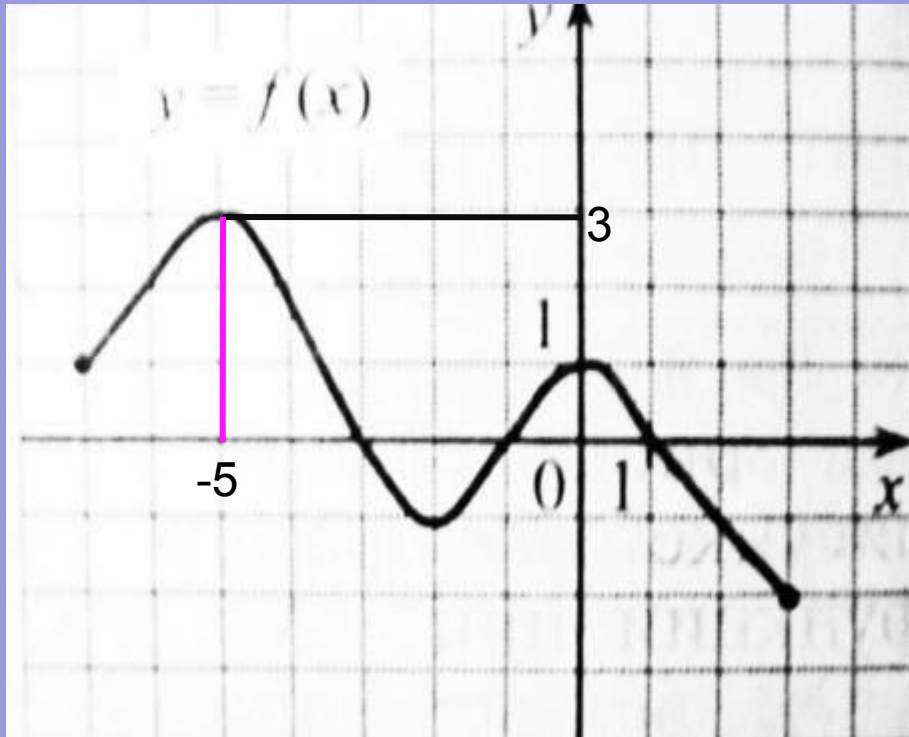


Функция  $y=f(x)$  определена на промежутке  $[-2;6]$ . На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите **абсциссу** точки, в которой касательная к графику функции  $y=f(x)$  имеет **наименьший** угловой коэффициент

$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

**Наименьшее** значение  $y=-3$  производная функции принимает в точке  $x=2$ . Следовательно, касательная к графику имеет наименьший **угловой коэффициент** в точке  $x=2$

# Нахождение углового коэффициента касательной по графику производной функции



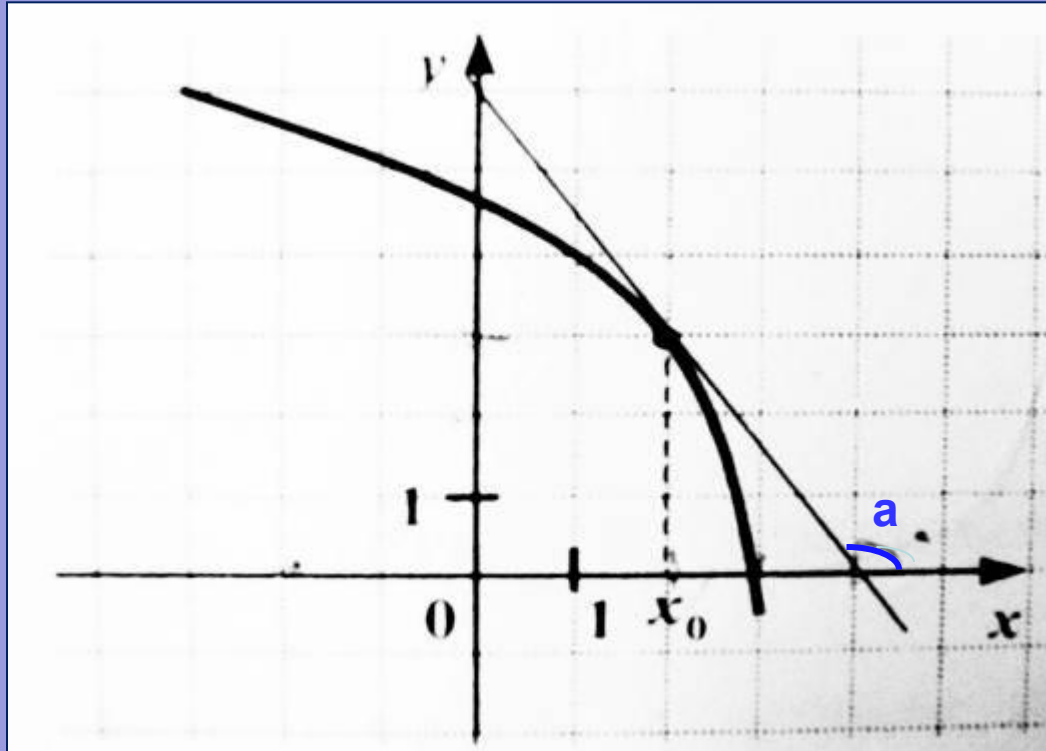
Функция  $y=f(x)$  определена на промежутке  $[-7;3]$ . На рисунке изображен график **производной** этой функции. Укажите **абсциссу** точки, в которой **касательная** к графику функции  $y=f(x)$  имеет **наибольший** угловой коэффициент.

$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

Наибольшее значение  $y=3$  производная функции принимает в точке  $x=-5$ .

Следовательно касательная к графику имеет **наибольший угловой коэффициент** в точке  $x=-5$

# Нахождение значения производной по графику функции

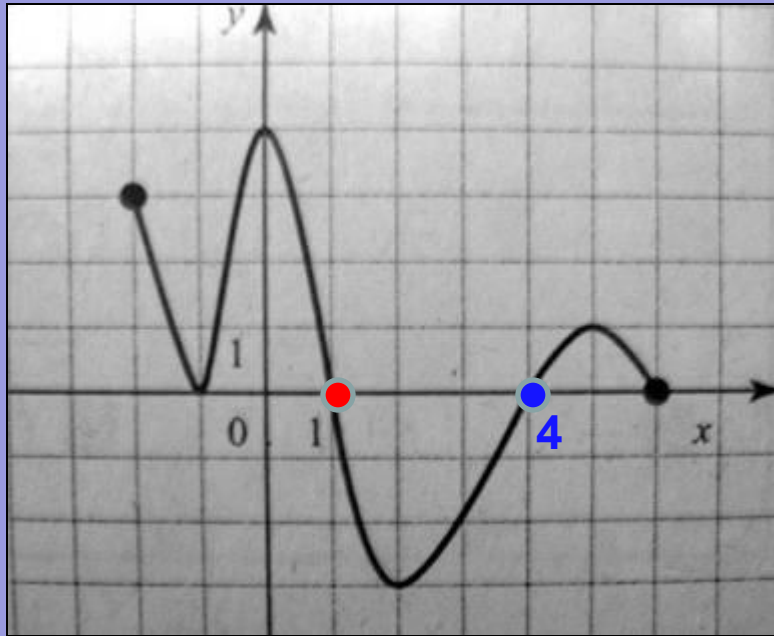


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} a$$

Так как на рисунке  $a$  тупой угол, то  $\operatorname{tg} a < 0$ . Из прямоугольного треугольника  $\operatorname{tg}(180^\circ - a) = 3/2$ .  $\operatorname{tg}(180^\circ - a) = 1,5$ . Следовательно,  $\operatorname{tg} a = -1,5$ . Отсюда  $f'(x_0) = -1,5$

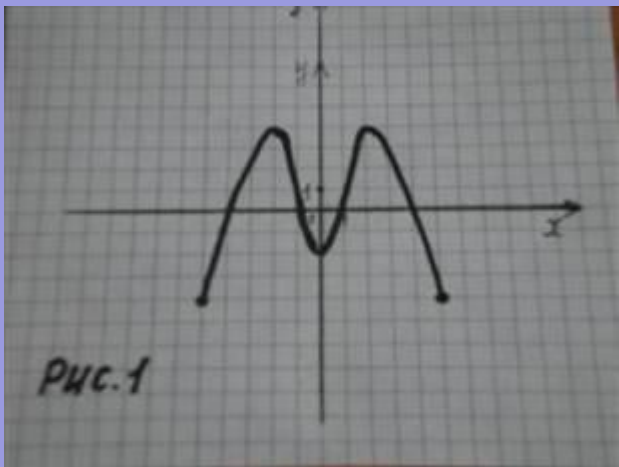
# Нахождение минимума (максимума) функции по графику ее производной



В точке  $x=4$  производная **меняет** знак с минуса на **плюс**. Значит  $x=4$  является точкой минимума функции  $y=f(x)$ .

В точке  $x=1$  производная **меняет** знак с плюса на **минус**. Значит  $x=1$  является точкой максимума функции  $y=f(x)$ .

# Самостоятельная работа



**1** Вариант

**Рис.1** 1) Найти область определения функции.

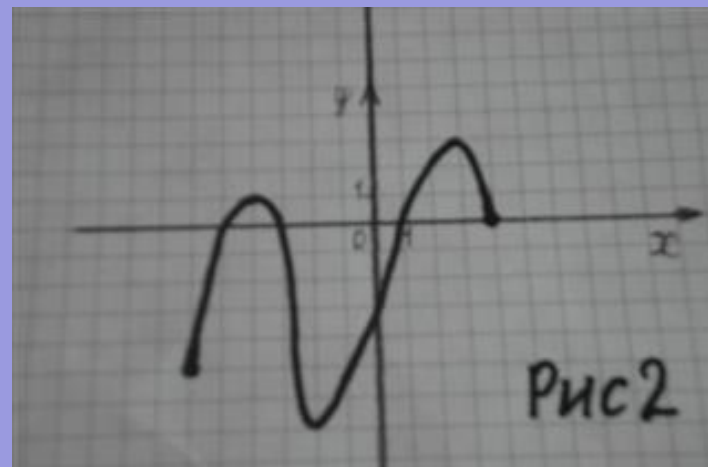
2) Решить неравенство  $f(x) \geq 0$

3) Определить промежутки убывания функции.

**Рис.2** –график производной функции  $y=f(x)$

4) Найти точки минимума функции.

5) Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y=f(x)$  имеет наибольший угловой коэффициент.



**2** Вариант

**Рис.1** 1) Найти область значений функции.

2) Решить неравенство  $f(x) \leq 0$

3) Определить промежутки возрастания функции.

**Рис.2** –график производной функции  $y=f(x)$

4) Найти точки максимума функции.

5) Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y=f(x)$  имеет наименьший угловой коэффициент.

# ЛИТЕРАТУРА

1. Математика ЕГЭ 2008.  
Т. А. Корешкова, Ю. А. Глазков,  
В. В. Мирошин, Н. В. Шевелева
2. Математика ЕГЭ 2009.  
В. И. Ишина, Л. О. Денищева и др.
3. Алгебра и начала анализа  
А. Н. Колмогоров.



# Заключение

1. Презентация способствует закреплению навыков чтения графиков функций при ответе на задания ЕГЭ.

2. Систематизирует знания по различным темам алгебры и начал анализа.

3. Она может быть использована *учителем* на уроках алгебры в различных классах и при подготовке к ЕГЭ в 11 классе.