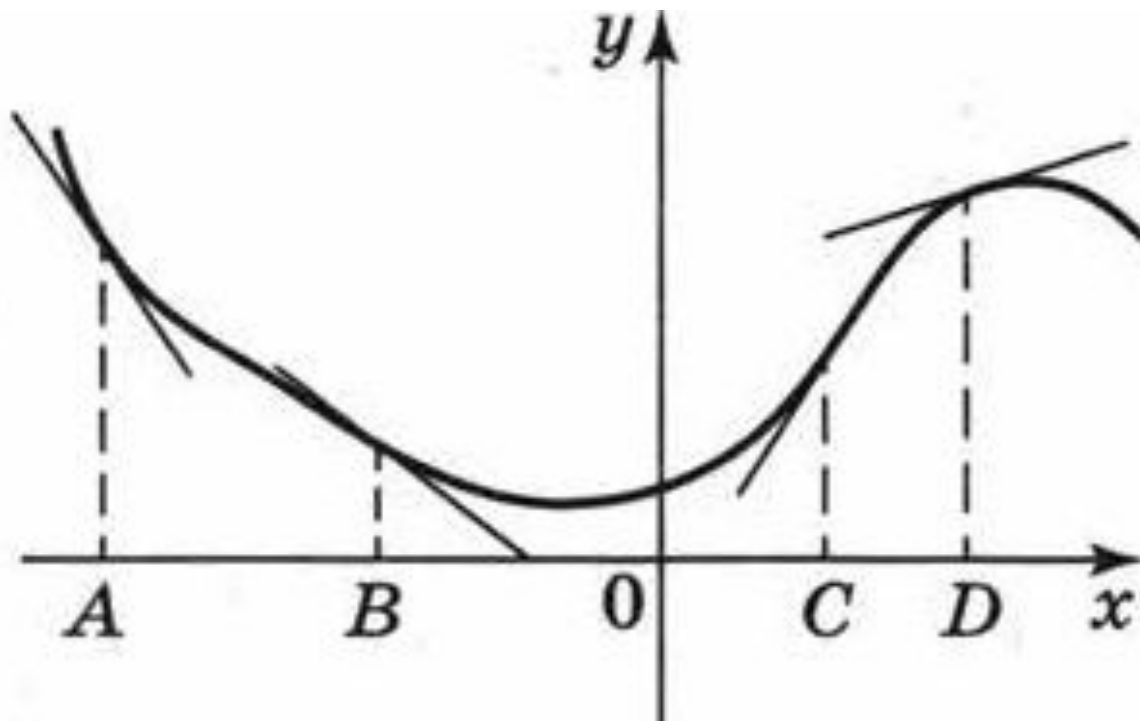


Чтение свойств производной
функции по графику этой
функции.

Чтение свойств функции по
графику производной этой
функции

Чт
ен
ие
св
ой
ст
в
пр
ои
зв
од
но
й

Если дан график некоторой функции, то в каждой точке промежутка возрастания функции производная положительна, а в каждой точке промежутка убывания – отрицательна, в точках экстремума – равна нулю.



Если функция имеет производную в данной точке, то эта функция называется дифференцируемой в данной точке.

Пример 1. На рисунке 58 изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$ оси абсцисс (точки $x_3, x_5, x_7, x_8, x_{10}$ являются точками экстремума). Укажите количество точек из данных двенадцати, в которых производная $f'(x)$ положительна, если известно, что функция $y = f(x)$ дифференцируема на всей числовой прямой за исключением, может быть, некоторых точек экстремума.

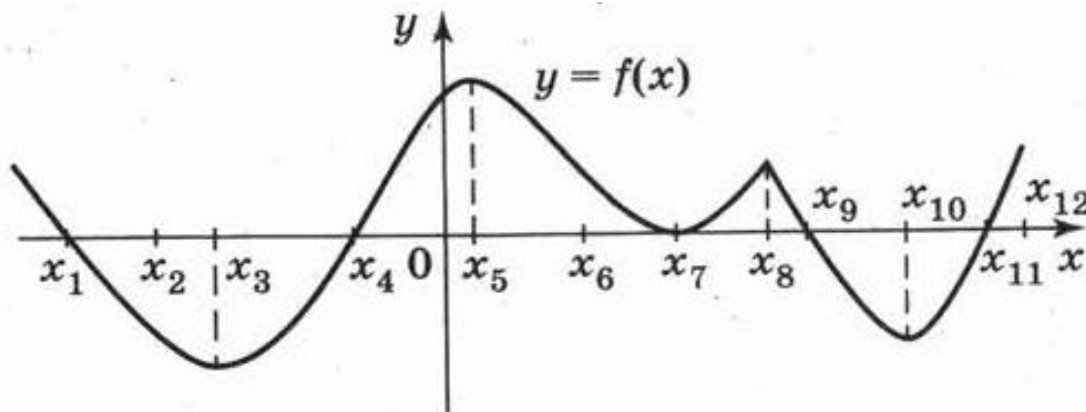


Рис. 58

Пример 2. На рисунке 59 изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите число точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

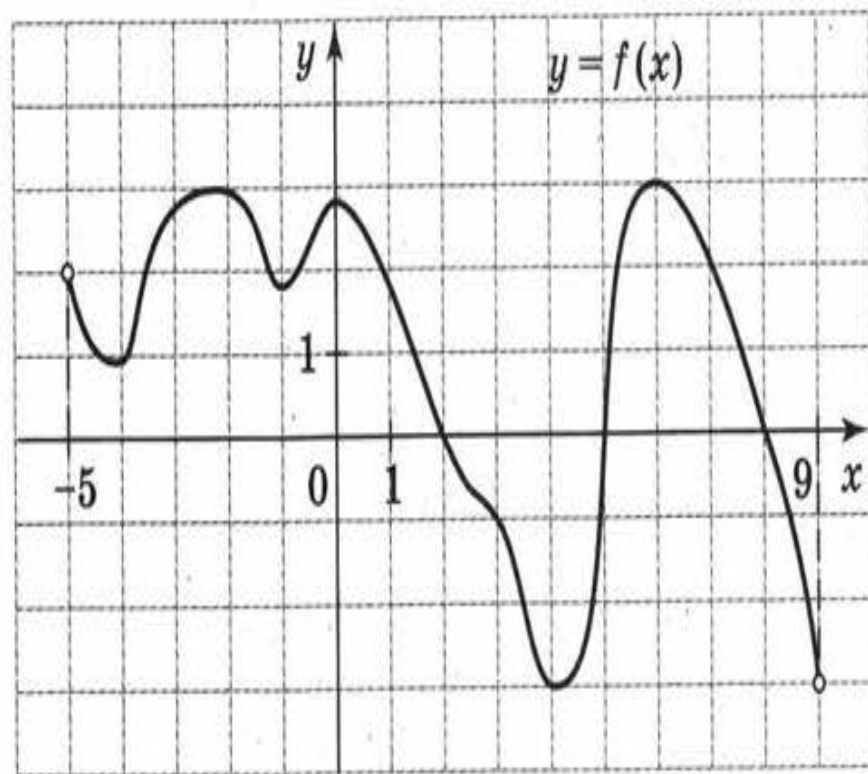


Рис. 59

Чтение свойств графика функции по графику производной этой функции

- Промежутки, на которых график производной, лежит выше оси абсцисс, являются промежутками возрастания функции.
- Промежутки, на которых график производной, лежит ниже оси абсцисс, являются промежутками убывания функции.

Точки оси абсцисс, в которых график производной пересекает эту ось «сверху вниз» (производная в них равна нулю и меняет знак с плюса на минус, т. е. возрастание функции сменяется убыванием), являются точками максимума функции.

Точки оси абсцисс, в которых график пересекает эту ось «снизу вверх» (производная в них равна нулю и меняет знак с минуса на плюс, т. е. убывание функции сменяется возрастанием), являются точками минимума функции.

Точки оси абсцисс, в которых график производной касается оси абсцисс, но не пересекает её, не являются ни точками максимума, ни точками минимума функции.

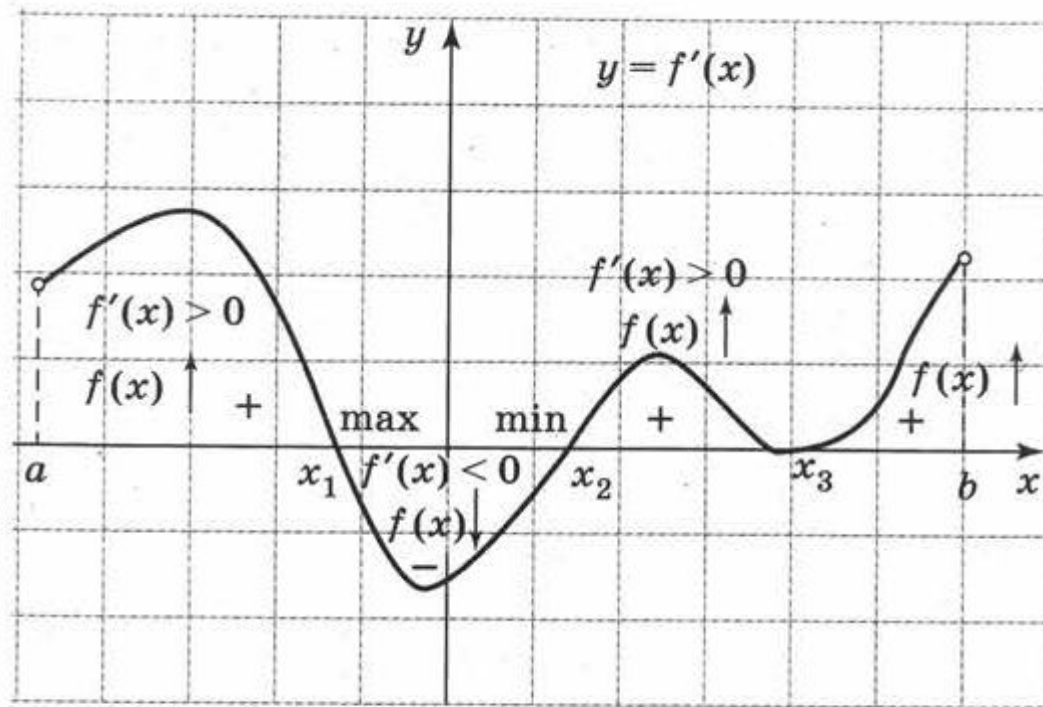


Рис. 60

Пример 3. На рисунке 60 изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(a; b)$. Считая длину стороны клетки равной 1, найдите, в какой точке отрезка $[2; 5]$ функция $y = f(x)$ достигает своего наименьшего значения.

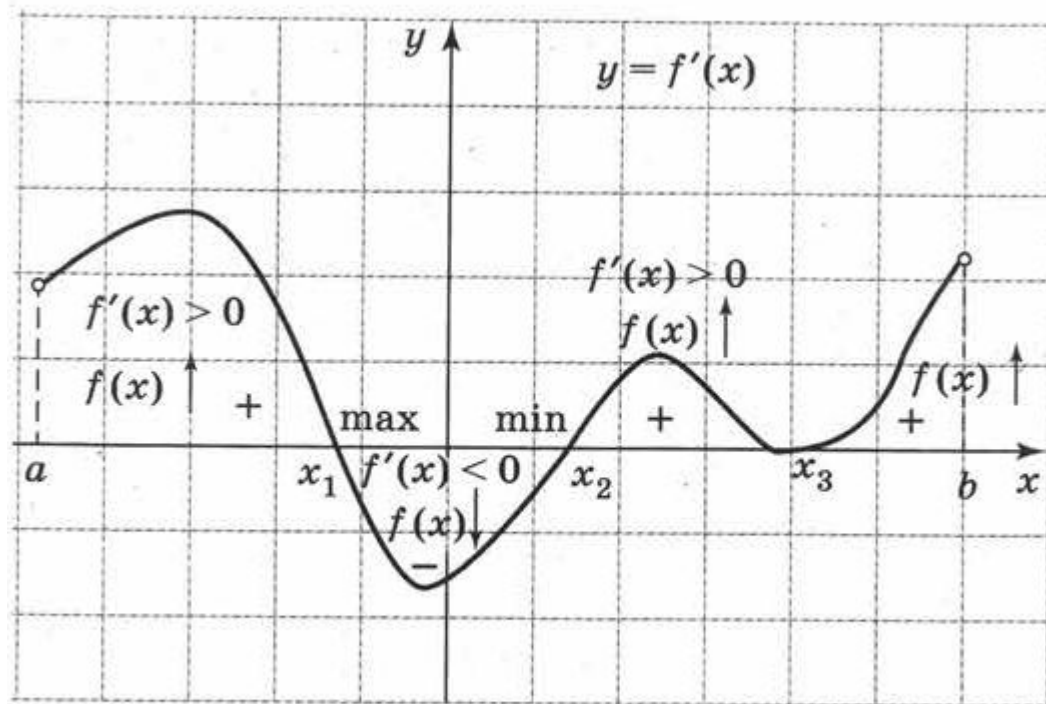


Рис. 60

Пример 4. На рисунке 61 изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.

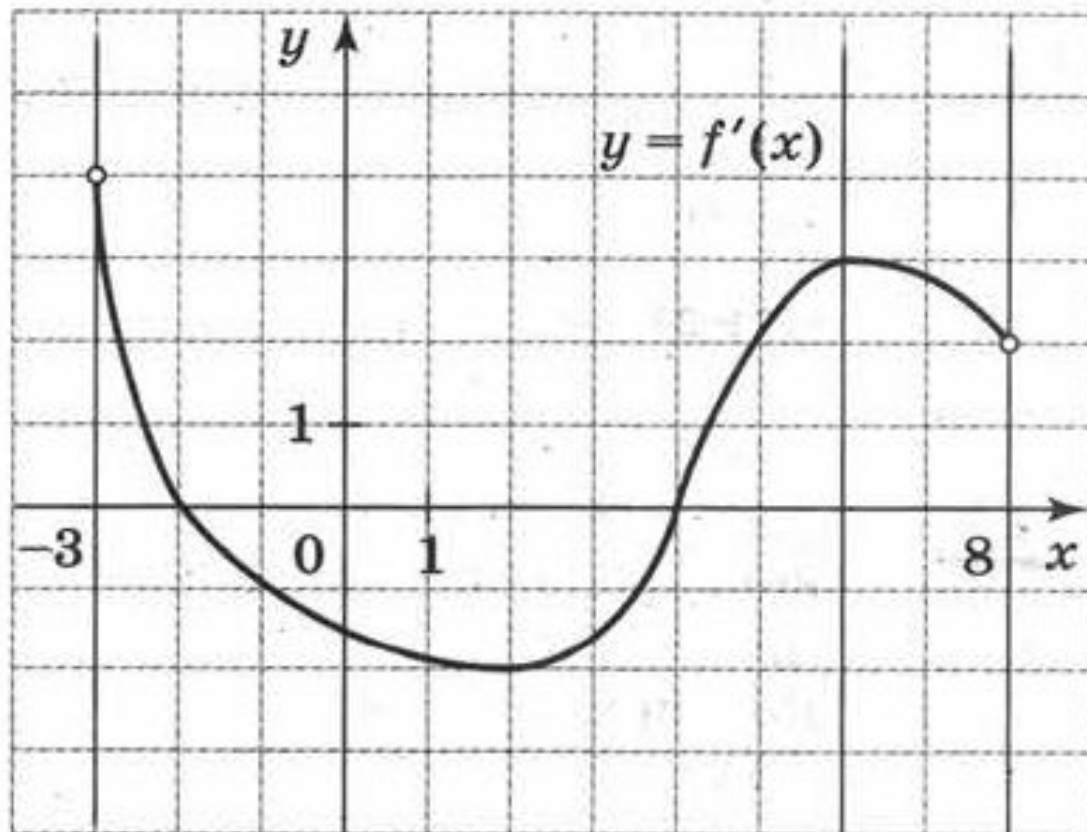


Рис. 61