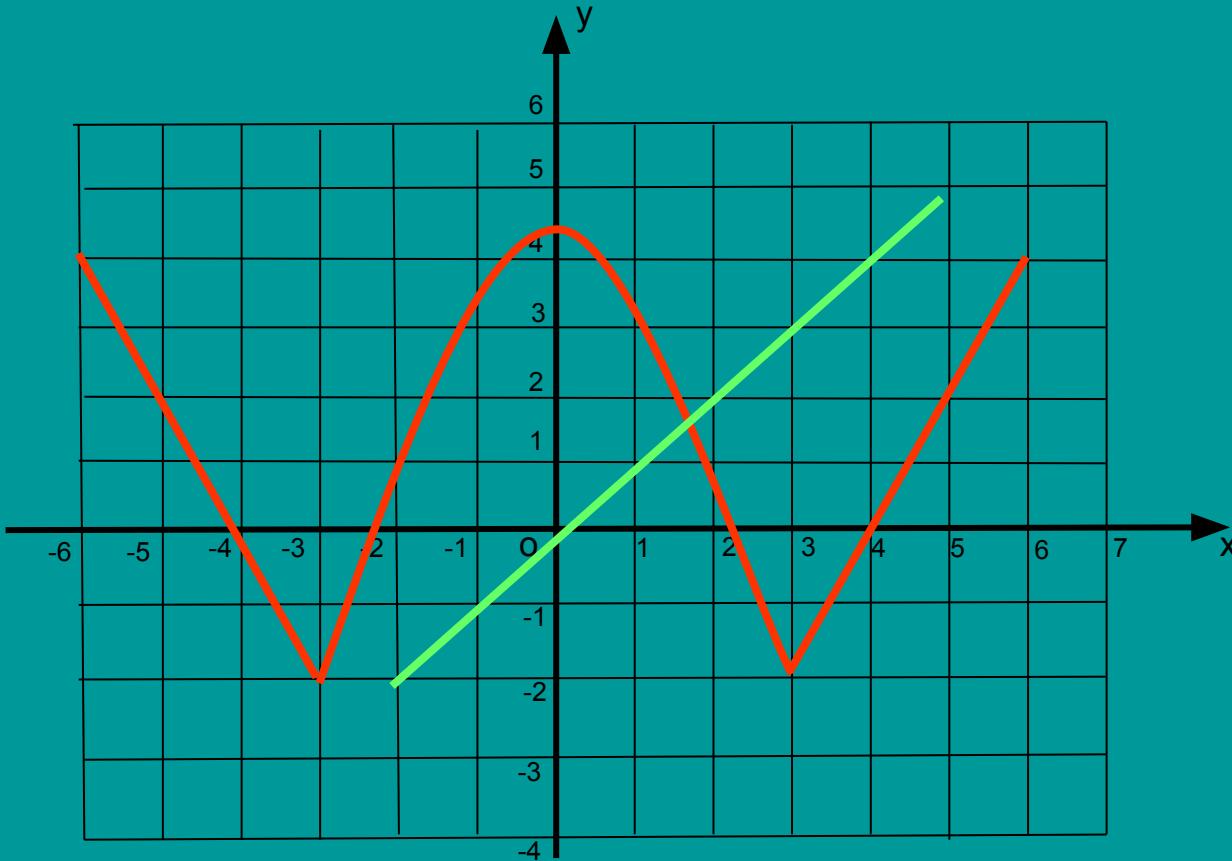


# Чётные и нечётные функции



# Определение

**Функция  $y=f(x)$  называется чётной, если:**

- 1)  $D(f)$  симметрична относительно нуля;**
- 2) для любого  $x \in D(f)$  верно равенство:  $f(-x) = f(x)$ .**

**Функция  $y=f(x)$  называется нечётной, если:**

- 1)  $D(f)$  симметрична относительно нуля;**
- 2) для любого  $x \in D(f)$  верно равенство:  $f(-x) = -f(x)$ .**

**Выяснить является ли функция чётной или нечётной:**

$$y(x) = 5x^2 - |x|$$

**Решение:**

$$y(x) = 7x + x^3$$

**Решение**



**Функция  $f(x)$  – чётная,**  
 $f(3) = 25$ , тогда  $f(-3) = ?$   
 $f(-8) = -71$ , тогда  $f(8) = ?$

**Функция  $g(x)$  – нечётная,**  
 $g(7) = 43$ , тогда  $g(-7) = ?$   
 $g(-2) = -64$ , тогда  $g(2) = ?$



**Существуют функции, которые не обладают свойствами чётности или нечётности.**

$$y(x) = x^2 + 5x$$

$$D(y) = \mathbb{R}$$

$$y(-x) = (-x)^2 + 5(-x) = x^2 - 5x$$

$$y(-x) \neq y(x)$$

$$y(-x) \neq -y(x)$$

Значит, данная функция не является ни чётной, ни нечётной.



## ■ Является ли функция четной или нечетной?

a)  $g(x) = 3x^4 + x^2$  чётная

б)  $y = \frac{x^5}{3x^2}$  нечётная

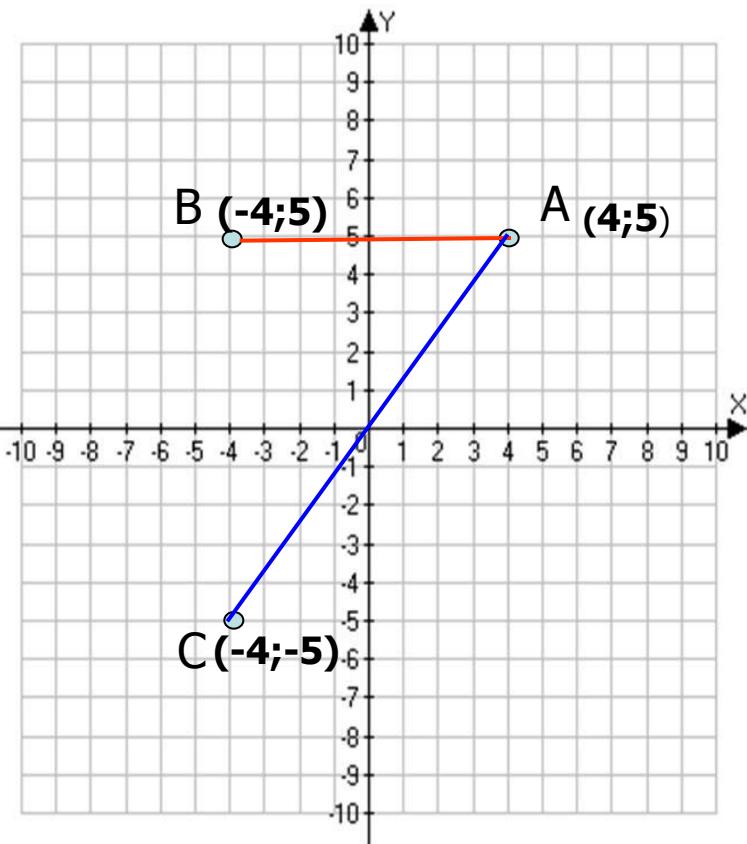
в)  $f(x) = x^7 - \frac{1}{x^3}$  нечётная

г)  $f(x) = x^8 - \frac{5}{x^6}$  чётная

д)  $g(x) = \frac{1}{2x + x^2}$  Общего вида



# Повторение



Задание:

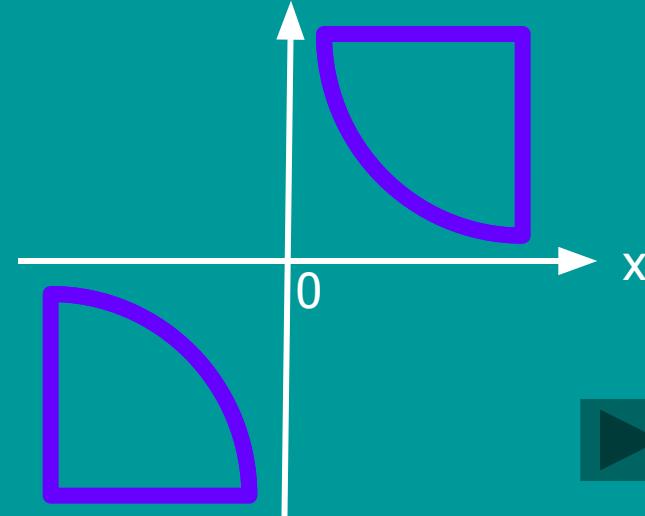
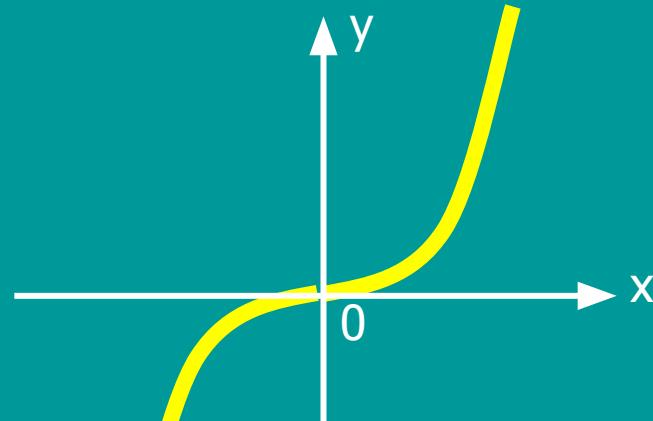
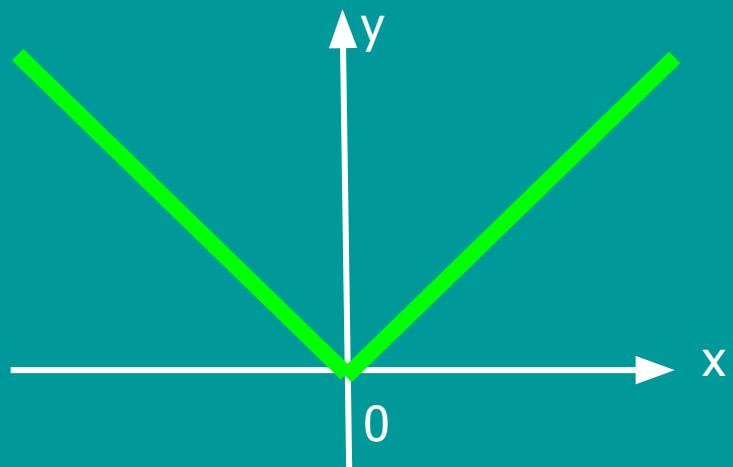
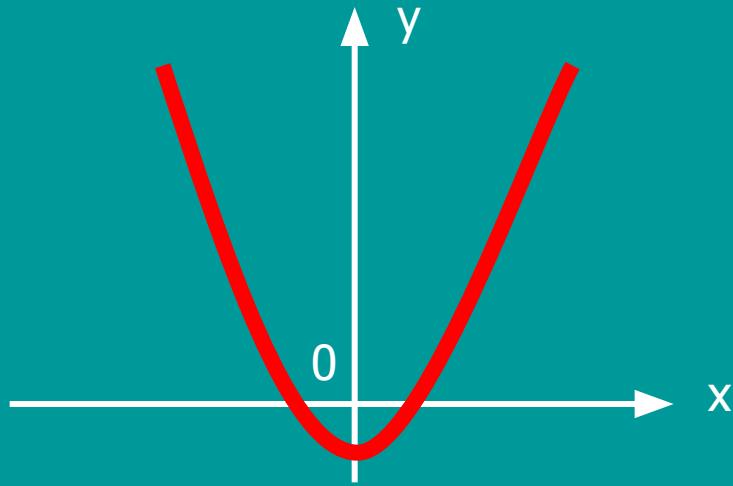
1. Найдите координаты точек А, В, С
2. Как взаимосвязаны координаты точек А и В?
3. Как расположены точки А и В относительно оси ординат?
4. Как взаимосвязаны координаты точек А и С?
5. Как расположены точки А и С относительно начала координат?



# Повторение

Графики каких функций здесь изображены?

Сравните чертежи. В чём их сходство и различие?



# **Свойство графиков чётных функций**

**По определению:**

**если функция – чётная, то противоположным значениям  $x$  соответствуют равные значения  $y$ .**

Сделайте вывод: 1) об области определения функции;  
2) о расположении точек графика чётной функции.

Вывод: 1) область определения симметрична относительно точки  $(0; 0)$ ;  
2) **график чётной функции состоит из точек, симметричных относительно оси ординат.**

**График чётной функции симметричен относительно оси ординат.**



# **Свойство графиков нечётных функций**

**По определению:**

**если функция – нечётная, то противоположным значениям  $x$  соответствуют противоположные значения  $y$ .**

Сделайте вывод: 1) об области определения функции;  
2) о расположении точек графика нечётной функции.

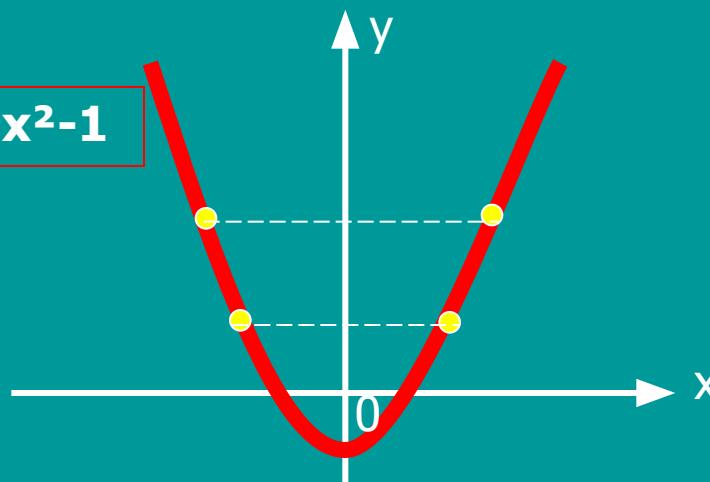
Вывод: 1) область определения симметрична относительно точки  $(0; 0)$ ;  
2) **график нечётной функции состоит из точек, симметричных относительно начала координат.**

**График нечётной функции симметричен относительно начала координат.**

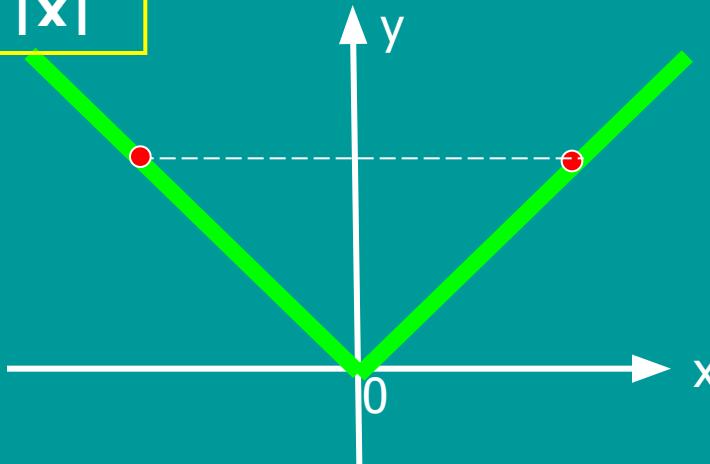


# Чётные функции

$$y = x^2 - 1$$



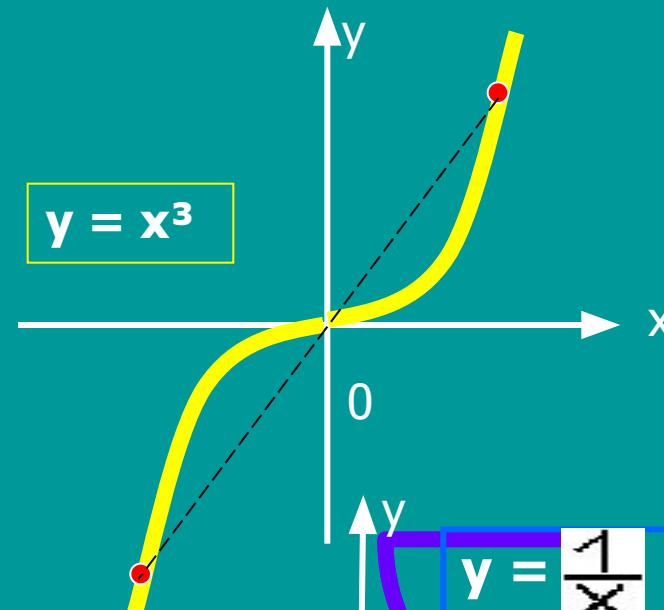
$$y = |x|$$



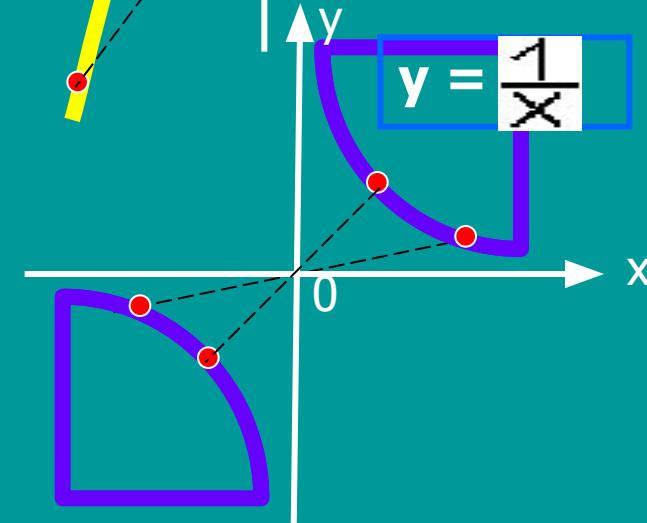
Симметрия относительно оси Оу

# Нечётные функции

$$y = x^3$$



$$y = \frac{1}{x}$$



Симметрия относительно начала координат

- Может ли быть четной или нечетной функция, областью определения которой является:

a) промежуток  $[-2; 5]$  нет

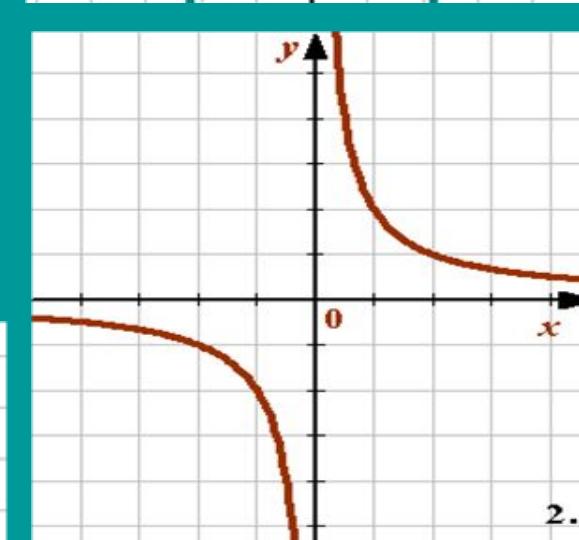
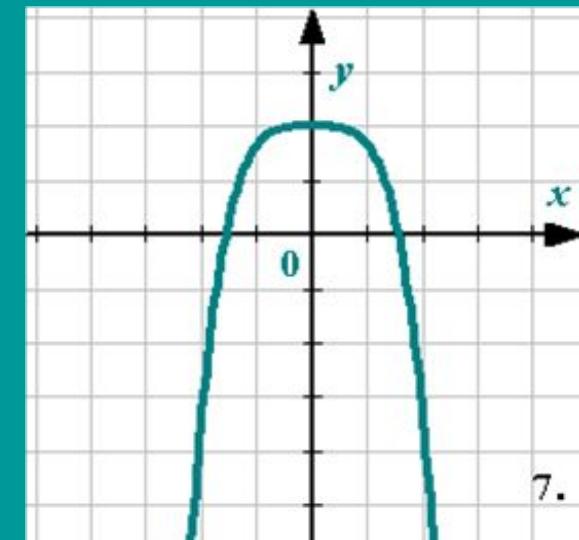
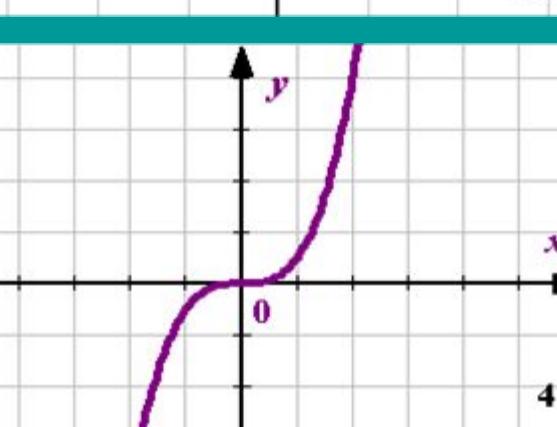
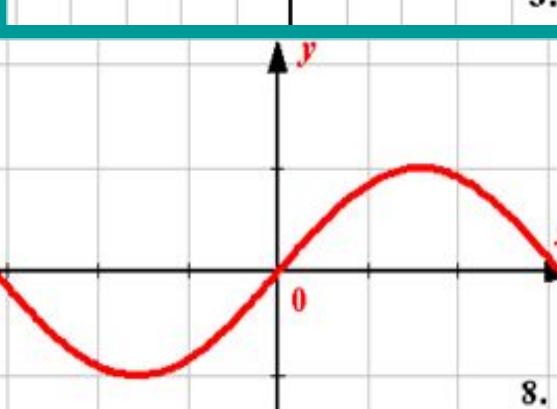
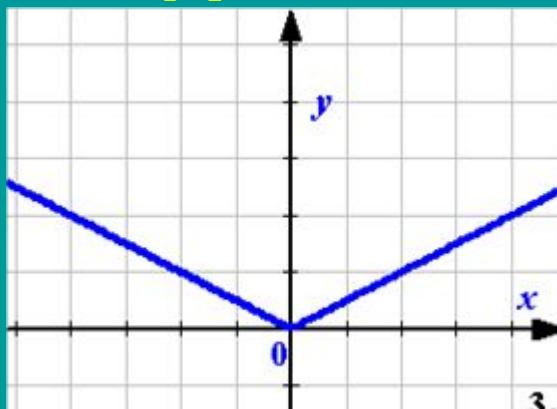
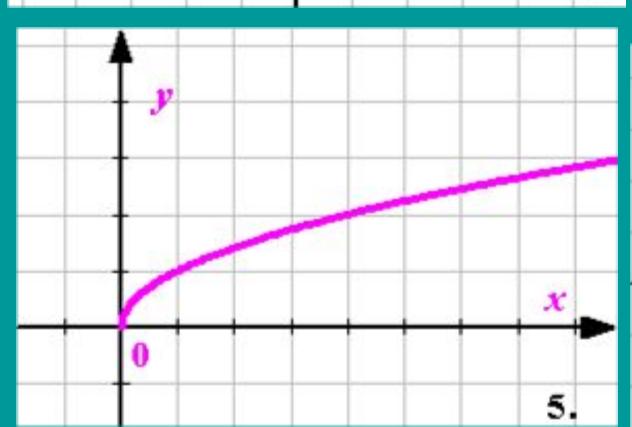
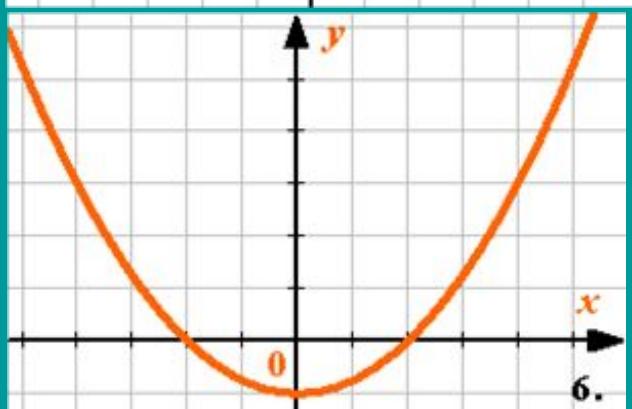
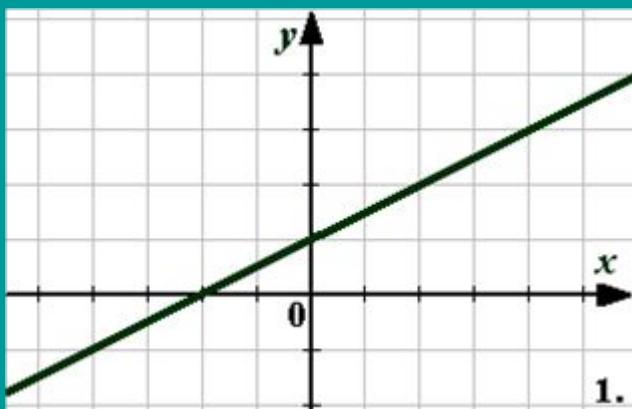
б) промежуток  $(-5; 5)$  да

в) промежуток  $(-3; 3]$  нет

г) объединение промежутков  
 $[-10; -2]$  и  $[2; 10]$  да

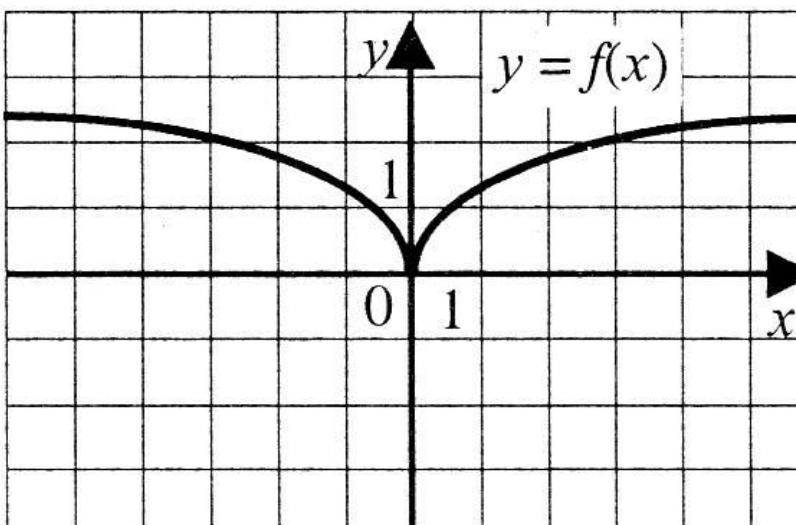


# Укажите графики чётных и нечётных функций

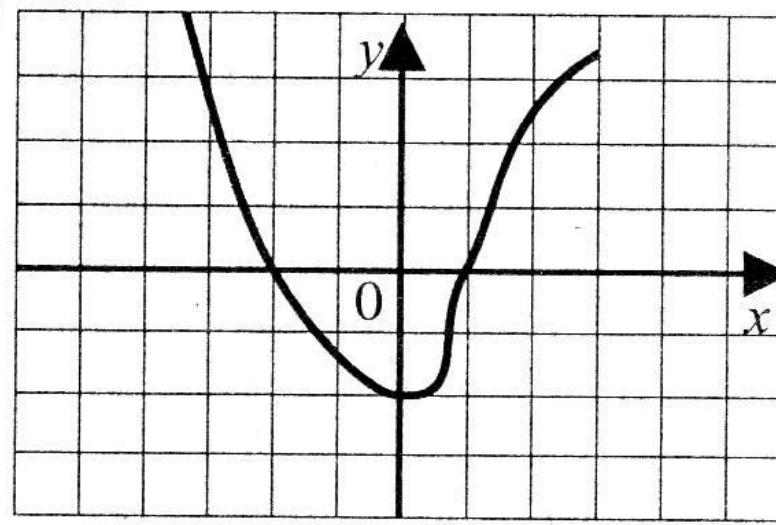


# Укажите график чётной функции

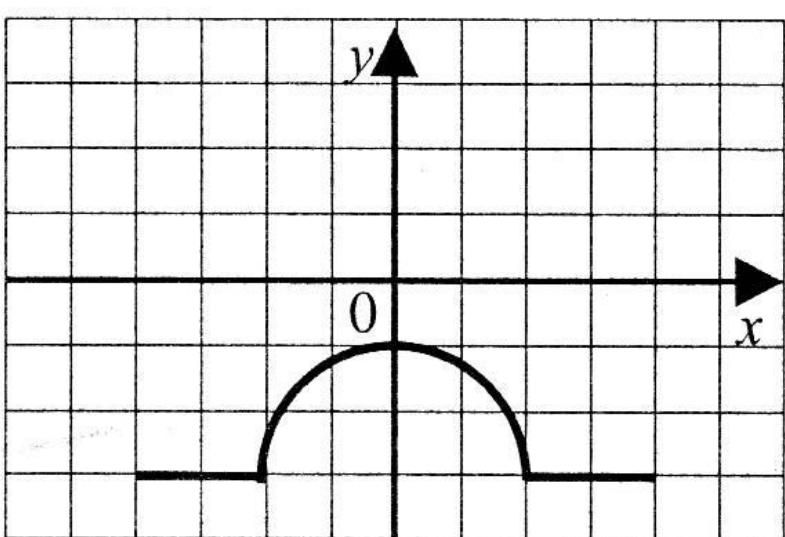
1)



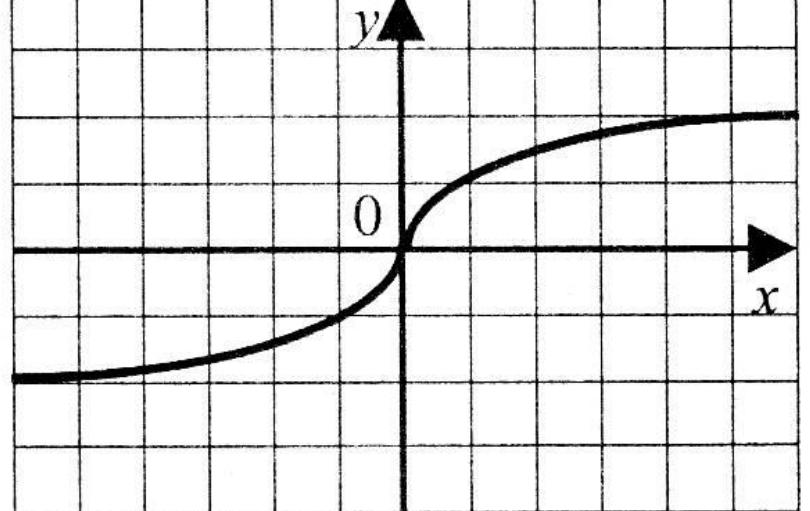
2)



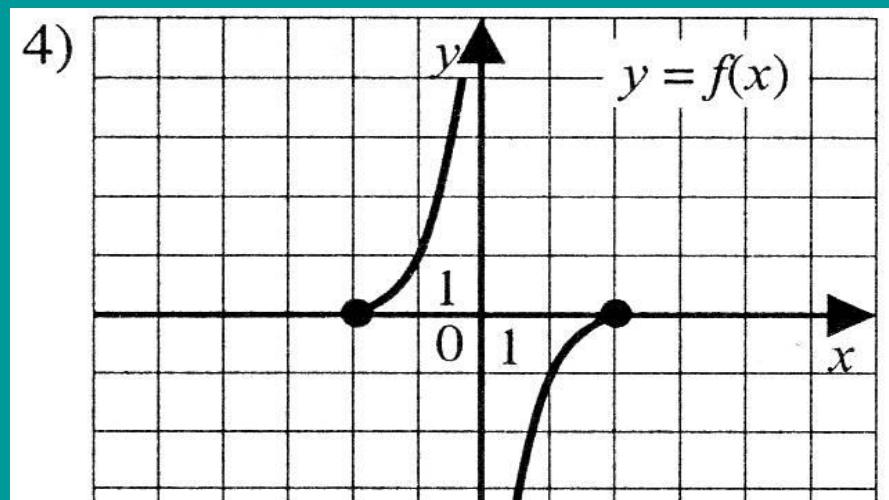
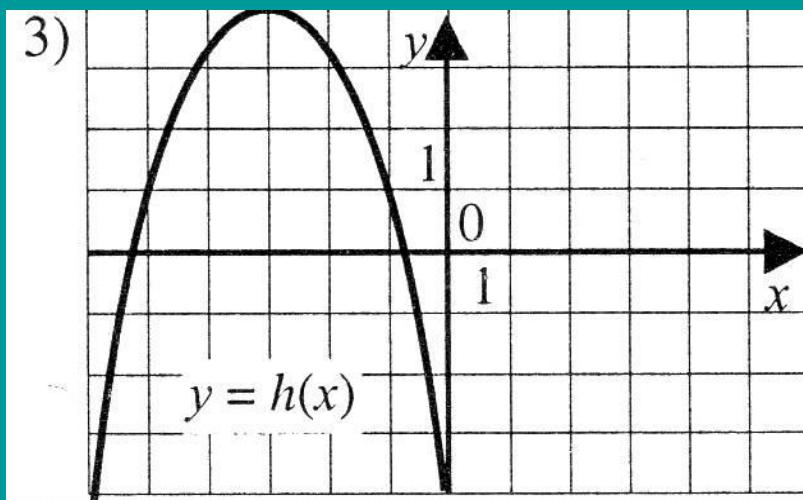
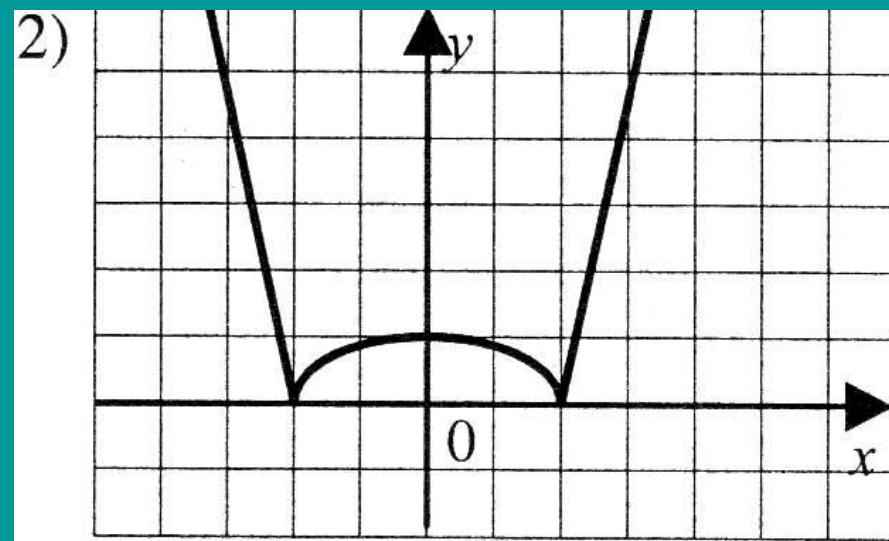
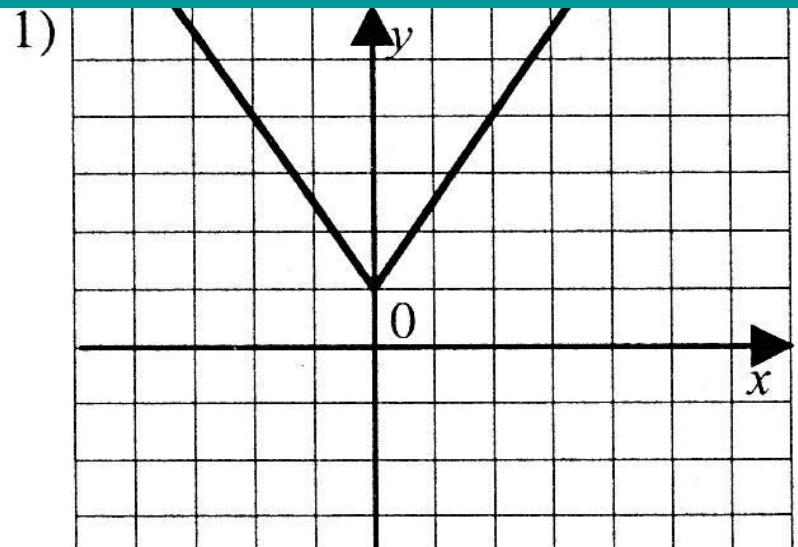
3)



4)

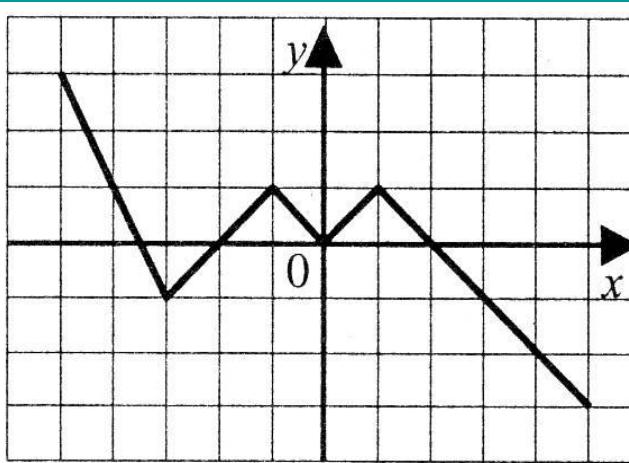


# Укажите график нечётной функции

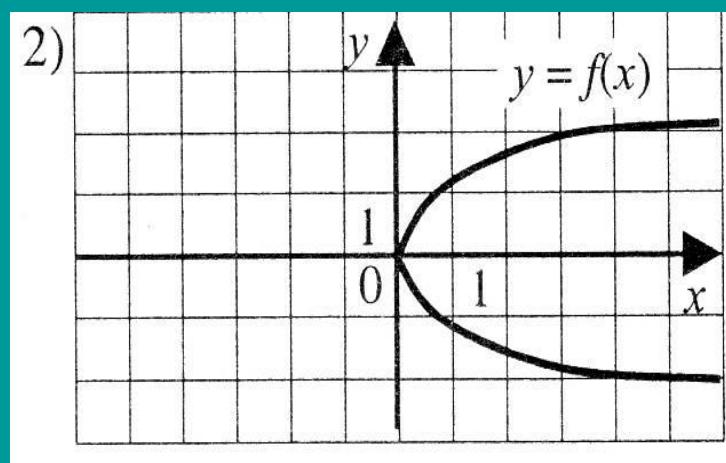


**Укажите график функции, которая не является чётной или нечётной**

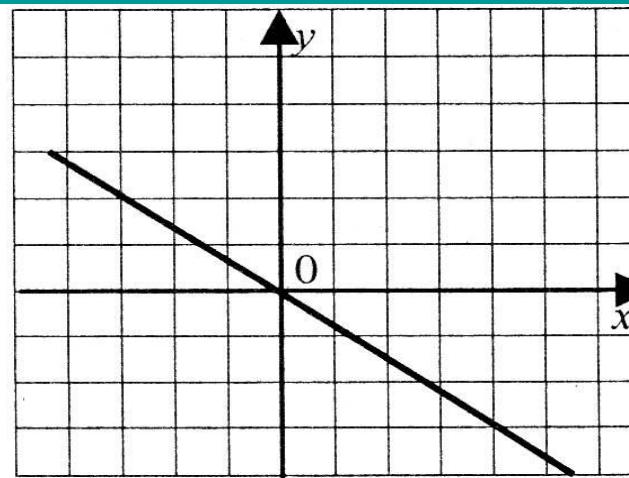
1)



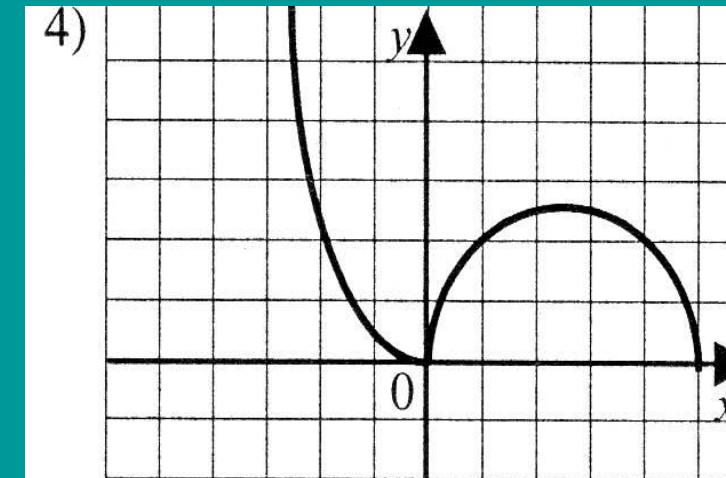
2)



3)



4)



Ломаная  $ABC$ , где  $A(5; 1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(0; 0)$  –

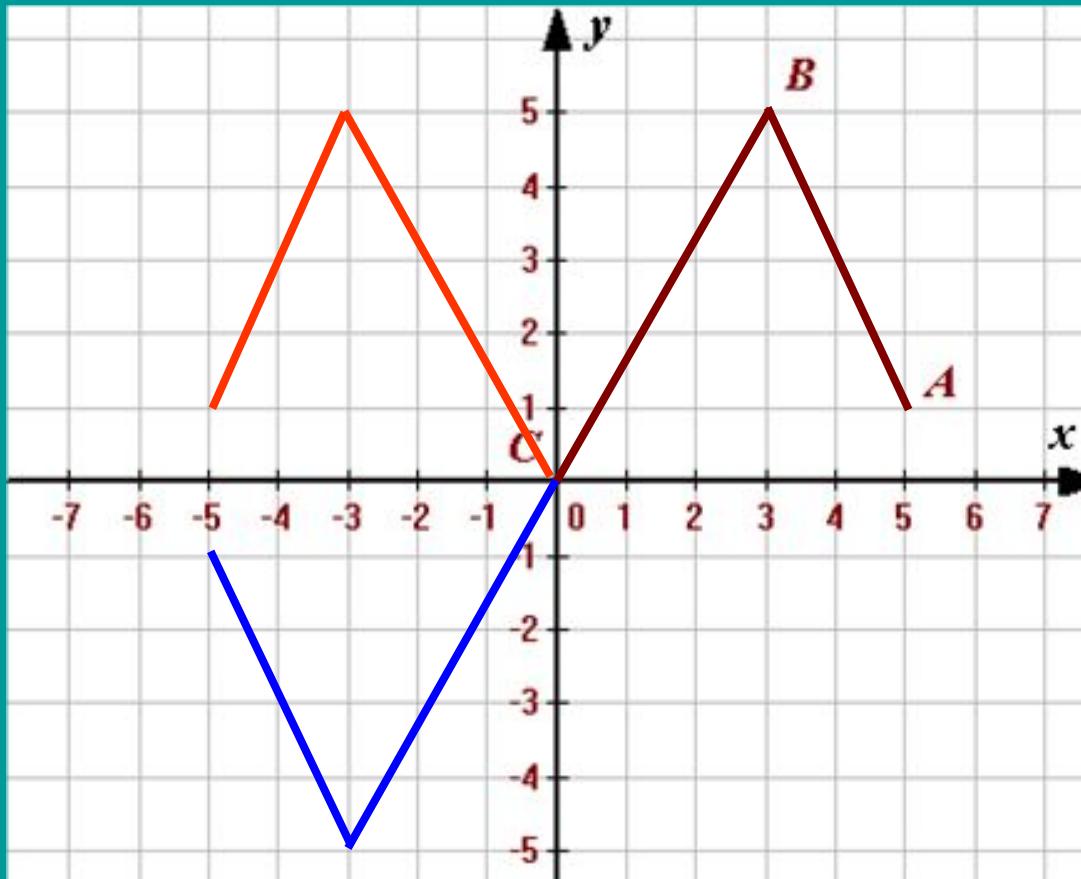
часть графика некоторой функции  $f(x)$ .

Область определения этой функции – промежуток  $[-5; 5]$ .

Постройте ее график, зная, что:

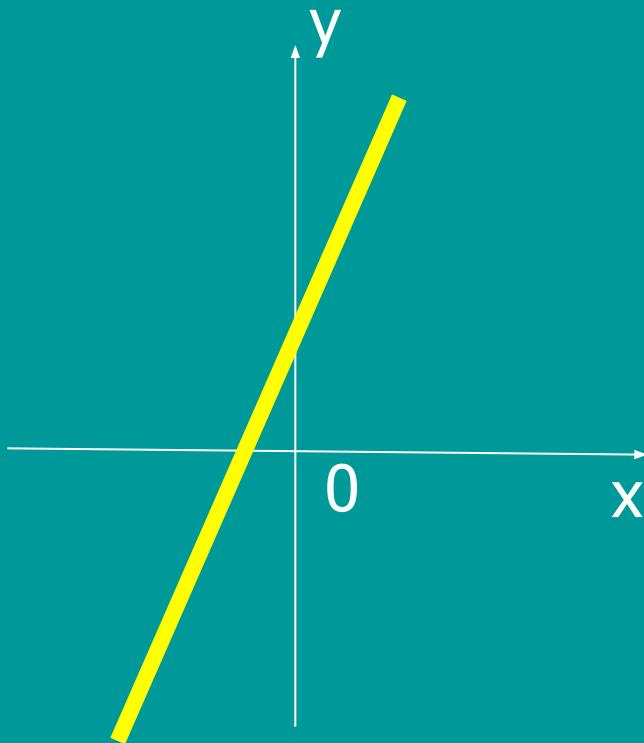
a)  $f(x)$  – четная.

б)  $f(x)$  – нечетная.



**Существуют функции,  
которые не обладают  
свойствами чётности или  
нечётности.**

$$y = 2x + 1$$



**График в этом случае не  
обладает свойством  
симметрии**

