

**Делимость
натуральных
чисел**



Делимость натуральных чисел

Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы

Пусть a и b натуральные числа и a больше или равно b ($a \geq b$)

Говорят, что a делится нацело на натуральное число b , если существует натуральное число c , при умножении которого на b получается число a :

$$a = b \cdot c$$

Свойства делимости



Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы



Упражнение_1. Свойство_1.



Упражнение_2. Свойство_2.



Упражнение_3. Свойство_3.



Упражнение_4. Свойство_4.

Признаки делимости



Свойства
делимости

Признаки
делимости

Простые и
составные числа

Делители числа

НОД

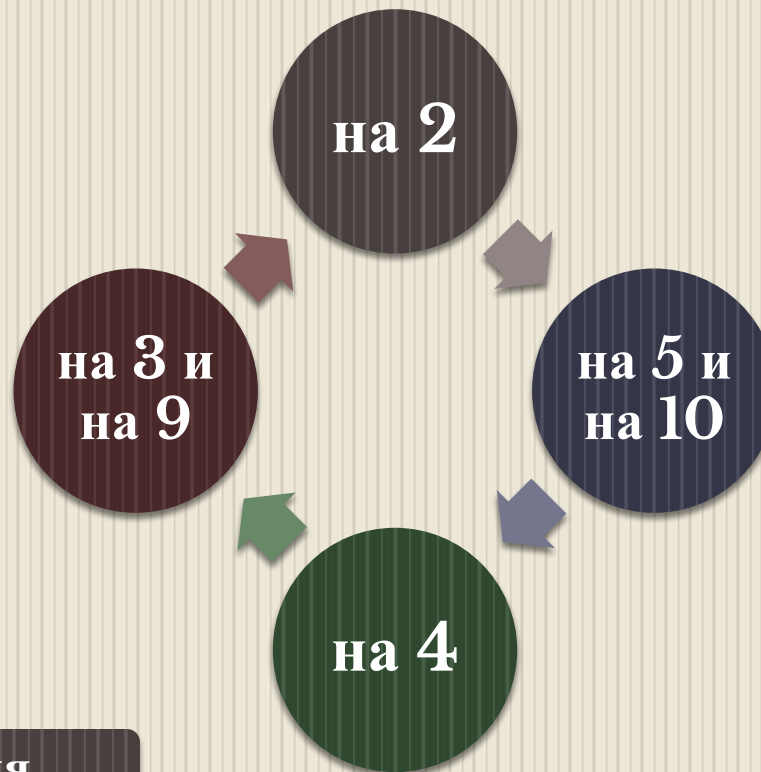
НОК

Самостоятельные
работы

Упражнения

Трудные задачи

Это интересно!





Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы

Простые и составные числа

- Числа натурального ряда бывают двух видов: **простые** и **составные**.

Простым числом

называют такое натуральное число, которое больше единицы и делится только на 1 и на само себя.

Составным числом

называется натуральное число, которое имеет больше двух различных делителей.

Множество всех натуральных чисел состоит из **простых** чисел, **составных** чисел и единицы.

Метод разложения числа на простые множители

«**Решето** Эратосфена»



Делители натурального числа

Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы

Определение. Если натуральное число a делится (кратно) на натуральное число b , то число b называют **делителем** числа a .

Разложить данное **составное** число на **простые множители** – значит представить его в виде произведения различных его простых делителей или степеней.



Наибольший Общий Делитель

Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы

Алгоритм
нахождения
НОД (a, b)

Определение.

Числа, не имеющие общих простых делителей, называют **взаимно простыми числами**



Наименьшее Общее Кратное

Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы

Алгоритм
нахождения
НОК (a, b)

Определение.
Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b называют наименьшее натуральное число, делящееся нацело на каждое из чисел a и b .

Самостоятельные работы



Свойства делимости

Признаки делимости

Простые и составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные работы

Простые и составные числа

Признак делимости

Делители числа

Наибольший Общий Делитель

Наименьшее Общее Кратное

ПРОВЕРЬ СЕБЯ! Программа нахождения НОД и НОК

Занимательные задачи

Формула **УСПЕХ**_a



Свойства
делимости

Признаки
делимости

Простые и
составные числа

Делители числа

НОД

НОК

Самостоятельные
работы

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Тема «Делимость натуральных чисел» готовит учащихся к изучению дробей, дает возможность повысить вычислительную культуру учащихся и завершить изучение натуральных чисел в 5 классе. В рамках этой темы изучаются НОД, НОК чисел, и различные алгоритмы их нахождения. Без разложения на простые множители, легко удастся выполнять действия с дробями, имеющими различные знаменатели.



Свойство_1



Свойства
делимости

Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Пример: Рассмотрим, делится ли произведение чисел 24 и 13 на 3?

Решение:

24 **кратно** 3 ($24 = 3 \cdot 8$), а числа 3, 8 – **делители** числа 24.

$$\text{Значит, } (24 \cdot 13) : 3 = \underbrace{(3 \cdot 8)}_{24} \cdot 13 : 3 =$$

$$(3 \cdot 8) \cdot 13 : 3 = (8 \cdot 13) \cdot 3 : 3 = 8 \cdot 13$$

Упражнения

Свойство_2



Свойства
делимости

Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Пример:

777 **кратно** 111 ($777 : 111 = 7$), число 111 – **делитель** числа 777.

111 **кратно** 3 ($111 : 3 = 37$), 3 – **делитель** числа 111.

Таким образом, $777 = 7 \cdot 3 \cdot 37$

111

Упражнения

Свойство_3



Свойства
делимости

Если каждое из двух чисел делится на некоторое число, то их сумма и разность делится на это число.

Пример:

100 **кратно** 4 ($100 = 4 \cdot 25$), 4 – **делитель** числа 100.

48 **кратно** 4 ($48 = 4 \cdot 12$), 4 – **делитель** числа 48.

Из это следует, что $(100 + 48)$ **кратно** 4 и $(100 - 48)$ **кратно** 4.

Проверка :

$$100 + 48 = 25 \cdot 4 + 12 \cdot 4 = 4 \cdot (25 + 12)$$

$$100 - 48 = 25 \cdot 4 - 12 \cdot 4 = 4 \cdot (25 - 12)$$

распределительный закон

Следовательно, сумма и разность чисел 100 и 48 **кратно** 4.

Упражнения

Свойство_4



Свойства
делимости

Если каждое из двух чисел делится на некоторое число, то их сумма и разность делится на это число.

Пример:

100 **кратно** 4 ($100 = 4 \cdot 25$), 4 – **делитель** числа 100.

11 **некратно** 4.

Очевидно что , сумма и разность чисел 100 и 11 **некратно** 4. Иначе это **противоречит** Свойству 3.

Упражнения

Упражнение_1



Свойства
делимости

Свойство_1. Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

• Объясните, почему :

- 1) Сумма чисел 99 и 9 делится на 3
- 2) Разность чисел 64 и 16 делится на 4
- 3) Сумма $(24 \cdot a + 72 \cdot b + 16 \cdot c)$ делится на 8

Упражнение_2



**Свойства
делимости**

Свойство_2. Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Докажите, что если

- 22 кратно 2, то и $(102 \cdot 22)$

кратно 2

- 36 кратно 18, то и $(1121 \cdot 36)$

кратно 18

- 72 кратно 9, то $(72 \cdot 5)$ и

кратно 9

Упражнение_3



Свойства
делимости

Свойство_3. Если каждое из двух чисел делится на некоторое число, то их сумма и разность делится на это число.

Объясните, почему:

Сумма чисел 45 и 36 делится на 9

Сумма чисел 24 и 64 делится на 4

Сумма чисел 42 и 27 делится на 3

Разность чисел 150 и 28 делится на 2

Разность чисел 77 и 55 делится на 11



Свойства
делимости

Упражнение_4

Свойство_4. Если каждое из двух чисел не делится на некоторое число, то их сумма и разность не делится на это число.

Задание_1. Составь число из цифр – номеров ложных высказываний.

1. Сумма чисел $72 + 263$ делится на 6.
2. Число 5 является делителем разности $7885 - 3150$
3. Произведение чисел $150 \cdot 24 \cdot 2790$ кратно 10 и 3.
4. Произведение $8^2 \cdot 4^3$ кратно 14
5. Сумма $3^2 + 6^2 + 81$ кратна 9.
6. Сумма чисел $55 + 121 + 99$ делится на 11.

Ответ

Задание_2. Найдите делители полученного числа.



Признаки делимости

Признак делимости на 2

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 – называют **четными** цифрами, **Запомни!** На 2 делятся те и только те числа, остальные пять цифр (1, 3, 5, 7, 9) – **нечетными**, которые оканчиваются **четной** цифрой.

Задание. Заполните пропуски:

- Если число оканчивается **четной** цифрой, то оно делится на 2;
- Если число **делится на 2,** , то оно оканчивается четной цифрой.



Признаки
делимости

Признак делимости на 3 и на 9

Найдем признак делимости на 3, используя свойства делимости!

Число 1200 состоит из одной тысячи и двух сотен: $1200 = 1000 + 200$

Представим слагаемые следующим образом:

$$1000 = 3 \cdot 333 + 1$$

$$200 = 3 \cdot 66 + 2$$

Получаем $1200 = 3 \cdot 333 + 1 + 3 \cdot 66 + 2 = 3 \cdot 399 + 3$
Сформулируйте признак делимости на 3 и получите! аналогичный признак делимости на 9.

Число 3 (или любое другое число, кратное 3, например, число 1200), также делится на 3. Например, числа 7821, 1200 (или любое другое число, кратное 3, например, число 1200), также делится на 3.

Таким образом, согласно Свойству делимости 1 и 3, мы доказали, что 1200 кратно 3.





Признаки
делимости

Признак делимости на 3 и на 9

Если сумма цифр числа делится на 3 тогда и само число делится на 3

Например: 45; 105; 144; 1005; 93006

Если сумма цифр числа делится на 9 тогда и само число делится на 9

Например: 45; 1053; 14634; 1035; 93006



Признаки
делимости

Признак делимости на 5 и на 10

Число делится на 5 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 5 (то есть равна 0 или 5).

Например: 55; 105; 100; 1005; 935

Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на ноль.

Например: 10; 20; 350; 330



Признаки
делимости

Признак делимости на 4

Данное число делится на 4, если на 4 делится число, образованное из двух последних цифр данного числа.

Например: 244,304, 516, 8936.

Задание. Из данных чисел выбрать числа, которые делятся на 4.

704, 342, 5084, 23904, 258, 6968, 725, 220, 9524.





Признаки
делимости

Упражнения. Признаки делимости

- Найти наименьшее трехзначное число, **делящееся на 3**.
- Среди чисел **324, 325, 3942, 3047, 30096, 30907** указать числа, **кратные 9**.
- Среди чисел **25; 30; 34; 40** указать те, которые **делятся на 2 и на 5**.
- Какие цифры нужно поставить вместо *, чтобы число **делилось и на 3 и на 5** без остатка: **1543*, 801*, 52*15**.

Трудные задачи

Признаки делимости



Признаки делимости

Задача_1. Можно ли разменять 25 лир десятью монетами в 1, 3 и 5 лир?

Задача_2. Хулиган Гоша порвал школьную стенгазету на 3 части. После этого он взял один из кусков и тоже порвал на 3 части. Потом опять один из кусков порвал на 3 части и т.д. Могло ли у него в итоге получиться 100 частей?

Задача_3. На чудо-дереве росли 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимал ровно два фрукта. Причем, если он снимал одинаковые фрукты, то на дереве появлялся новый банан, а если разные — новый апельсин. В конце концов, на дереве остался один фрукт. Какой: банан или апельсин?



Трудные задачи

Признаки делимости



Признаки
делимости

Задача_3. Обозначим буквой **Ч** чётные числа, а буквой **Н** — нечётные. Заполните пропуски так, чтобы получились верные соотношения:

$$\text{Ч} + \text{Ч} =$$

$$\text{Ч} + \text{Н} =$$

$$\text{Н} + \text{Ч} =$$

$$\text{Н} + \text{Н} =$$

$$\text{Ч} \cdot \text{Ч} =$$

$$\text{Ч} \cdot \text{Н} =$$

$$\text{Н} \cdot \text{Ч} =$$

$$\text{Н} \cdot \text{Н} =$$



Метод разложения составного числа на простые множители

Простые и составные числа

Найти наименьшее простое число, на которое данное число делится

Разделить число на этот простой делитель

Полученное частное снова разделить на наименьшее простое число, на которое оно делится, и т. д. Процесс продолжается до тех пор, пока в частном не получится единица.

2450	2
1225	5
245	5
49	7
7	7
1	

$$2450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$



Упражнения

Простые и составные числа

Простые и составные числа

Вопросы

- Дано число 28, какое оно **простое** или **составное**?
- Назвать два **числа – соседей** в натуральном ряду, являющихся составными (например, 14 и 15). Могут ли быть «числа-соседи» простыми?
- Два соседних нечетных простых числа (например, 11 и 13) называют «**числами-близнецами**». 17 и 19 тоже «числа-близнецы».

Проверьте!

Докажите, что

- а) Произведение двух последовательных натуральных чисел всегда делится на 2.
- б) Произведение трех последовательных натуральных чисел всегда кратно 3.



Упражнения

Простые и составные числа



Простые и
составные числа

Задание _1. Заполните таблицу натуральных чисел не больше 30.

Числа	Четные	Нечетные
Простые	2	3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29
Составные	4; 6; 8; 10; 12, 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30	9; 15; 21; 25; 27

Задание _2. Из данных чисел выберите **простые** и **составные**:

41; 398 463; 21; 1; 125; 7; 193; 524; 279; 23.
;



Наибольший Общий Делитель

Алгоритм нахождения НОД

Задача_1. Найти **НОД** (36;42)

НОД

Сформулируйте 2 алгоритма нахождения НОД!

- Найти все делители чисел

36 и 42

$$D(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$$

$$D(42) = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$$

- Подчеркнуть общие делители

$$OD(36; 42) = \{1; 2; 3; 6\}$$

- Выбрать из общих делителей наибольший

$$\text{НОД}(36; 42) = 6$$

- Разложить числа на простые множители

36	2	42	2
18	2	21	3
9	3	7	7
3	3	1	
1			

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

- Найти одинаковые множители и вычислить их произведение

$$\text{НОД}(36; 42) = 2 \cdot 3 = 6$$



Наименьшее Общее Кратное

Алгоритм нахождения НОК

Задача_1. Найти **НОК** (12;16)

НОК

Сформулируйте 2 алгоритма нахождения НОК!

- Записать несколько кратных числам 12 и 16

$$K(12) = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; \dots\}$$

$$K(16) = \{16; 32; 48; 64; 80; 96; \dots\}$$

- Найти общие кратные

$$OK(12; 16) = \{48; 96; \dots\}$$

- Выбрать из общих кратных наименьшее

$$\text{НОК}(12; 16) = 48$$

- Разложить числа на простые множители

12	2	16	2
6	2	8	2
3	3	4	2
1		2	2
		1	

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

- Подчеркнуть различные множители, которые встречаются наибольшее количество раз

$$\text{НОД}(12; 16) =$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48$$



РЕШЕТО ЭРАТОСФЕНА

Простые и
составные числа

Вычеркиваем
все числа
кратные

7

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



РЕШЕТО ЭРАТОСФЕНА

Простые и
составные числа

ЧИСЛА - БЛИЗНЕЦЫ

2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	39	41	43	47	51	53
61	63	67	71	73	79	81	83	87
89	91	93	97					

Arrows from the title 'ЧИСЛА - БЛИЗНЕЦЫ' point to the pairs (17, 19) and (47, 51) in the table, which are twin primes.

ЭТО ИНТЕРЕСНО!



Признаки делимости

Признак делимости на 6. Число делится на 6 тогда и только тогда, когда оно делится и на 2, и на 3.

Признак делимости на 8. Число делится на 8 тогда и только тогда, когда три его последние цифры — нули или образуют число, которое делится на 8.

Признак делимости на 12. Число делится на 12 тогда и только тогда, когда оно делится и на 4, и на 3.

Признак делимости на 15. Число делится на 15 тогда и только тогда, когда оно делится и на 5, и на 3.



САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Простые и составные числа

Простые и
составные числа

● **Задание_5.**

- Первые 100 натуральных чисел обычно записываются в форме таблицы.
- Начертите такую таблицу .
- Закрасьте те ячейки таблицы,
 - в которых находятся **четные числа**,
 - **кратные 3**, **кратные 7**.
- **Исследуйте** полученные числовые узоры.

НЫМИ.



САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Признаки делимости

Признаки делимости

1. Из цифр 1, 0, 5, 6 составьте несколько трехзначных чисел, делящихся:

на 2; на 5;
на 9.

на 3; на 4;
на 10.

2. Дан ряд чисел: 9, 18, 27, 36, ... Продолжите его. Встретятся ли в нем числа:

64, 121, 1000

81, 144, 900

3. Даны числа 726, 549, 321, 568, 738, 600, 1818, 134466. Выпишите те из них, которые делятся:

на 3; на 4;
на 15

на 2; на 9;
на 12



САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Делители числа

Делители числа



1. Покажите, что произведения $19 \cdot 20 \cdot 21$ и $20 \cdot 21 \cdot 22$ делятся на 6. **Всегда ли делится на 6 произведение трех последовательных целых чисел?**
 - Выберите **високосные годы** среди следующих: 1600, 1800, 1812, 1820, 1895, 1900, 1917, 1936, 1992.
 - Припишите **справа** к числу 3568 такую цифру, чтобы полученное число делилось: на 2; на 3; на 6; **на 12; на 15.**

$A = \{ 78, 88, 156, 192 \}$ – набор чисел, делящихся на 2;

$B = \{ 72, 78, 156, 192 \}$ – набор чисел, делящихся на 6;

$C = \{ 72, 88, 104, 192 \}$ – набор чисел, делящихся на 8.

□ **Верно ли, что числа, которые входят и в А и в В делятся на 12.**

□ **Верно ли, что числа, которые входят и в А, и в В и в С делятся на 16.**

Самостоятельная работа

Делители числа

Задание_1. Разложите на простые множители число:
48, 75, 345

Задание_2. Найдите **все** делители данных чисел

48	2
----	---

24	2
----	---

12	2
----	---

6	2
---	---

3	3
---	---

1	
---	--

75	3
----	---

25	5
----	---

3	3
---	---

1	
---	--

325	5
-----	---

65	5
----	---

13	13
----	----

1	
---	--

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 1 \cdot 2^4 \cdot 3$$

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 3 = 1 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$345 = 5 \cdot 5 \cdot 13 = 1 \cdot 5^2 \cdot 13$$

Делители числа



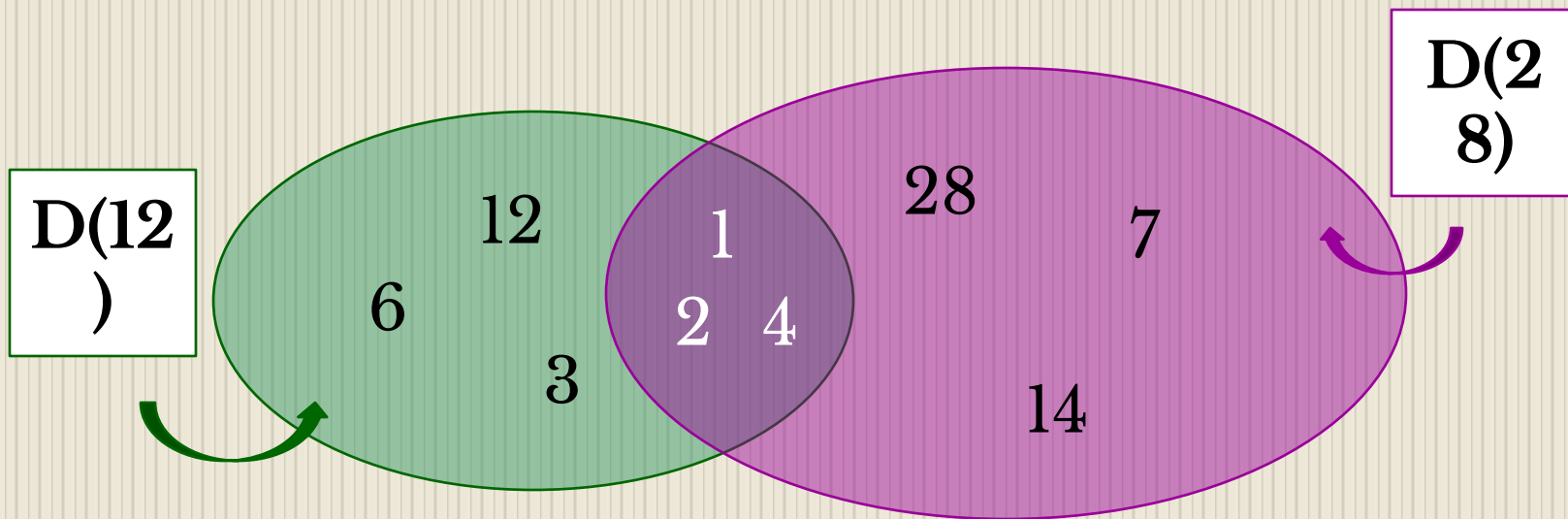


НОД

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Наибольший Общий Делитель

- **Задание_1.** Сделайте комментарий к рисунку.



- **Задание_2.** Запишите все общие делители чисел:

● 112 и 15; 12; 108 и 15

● 145 и 75; 25; 36 и 130





САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Наибольший Общий Делитель

НОД

Задание_3. Предложите несколько вариантов заполнения таблицы.

m	124		138	
n		256		66
НОД (m , n)		32	46	



САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Наименьшее Общее Кратное

НОК

- **Задание_1.** Найдите 5 чисел, кратных одновременно:
 - 8 и 20;
 - 7; 12 и 21
- **Задание_2.** Запишите НОК для чисел m и n , если
 - $m = 2 \cdot 7$, $n = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$;
 - $m = 3 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 5 \cdot 13$;
 - $m = 2^5 \cdot 3$, $n = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$;
- **Задание_3.** Какой наименьшей длины должна быть веревка, чтобы ее можно было без остатка разрезать на:
 - и на четырехметровые, и на пятиметровые куски?
 - и на четырехметровые, и на шестиметровые куски?





САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Наименьшее Общее Кратное

НОК

Задание_4. Предложите несколько вариантов заполнения таблицы.

m	12		9	
n		15		8
НОК (m,n)		30	72	



ПРОВЕРЬ СЕБЯ



ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Задание. Заполните сверху вниз ячейки заглавными буквами, которые соответствуют числам:

НОК (3, 7)

Какое простое число стоит на числовом луче правее числа 17?

Найдите **все значения цифры а**, если число **875а** делится на **6**.
Сложите их, прибавьте 2, затем результат разделите на 2.

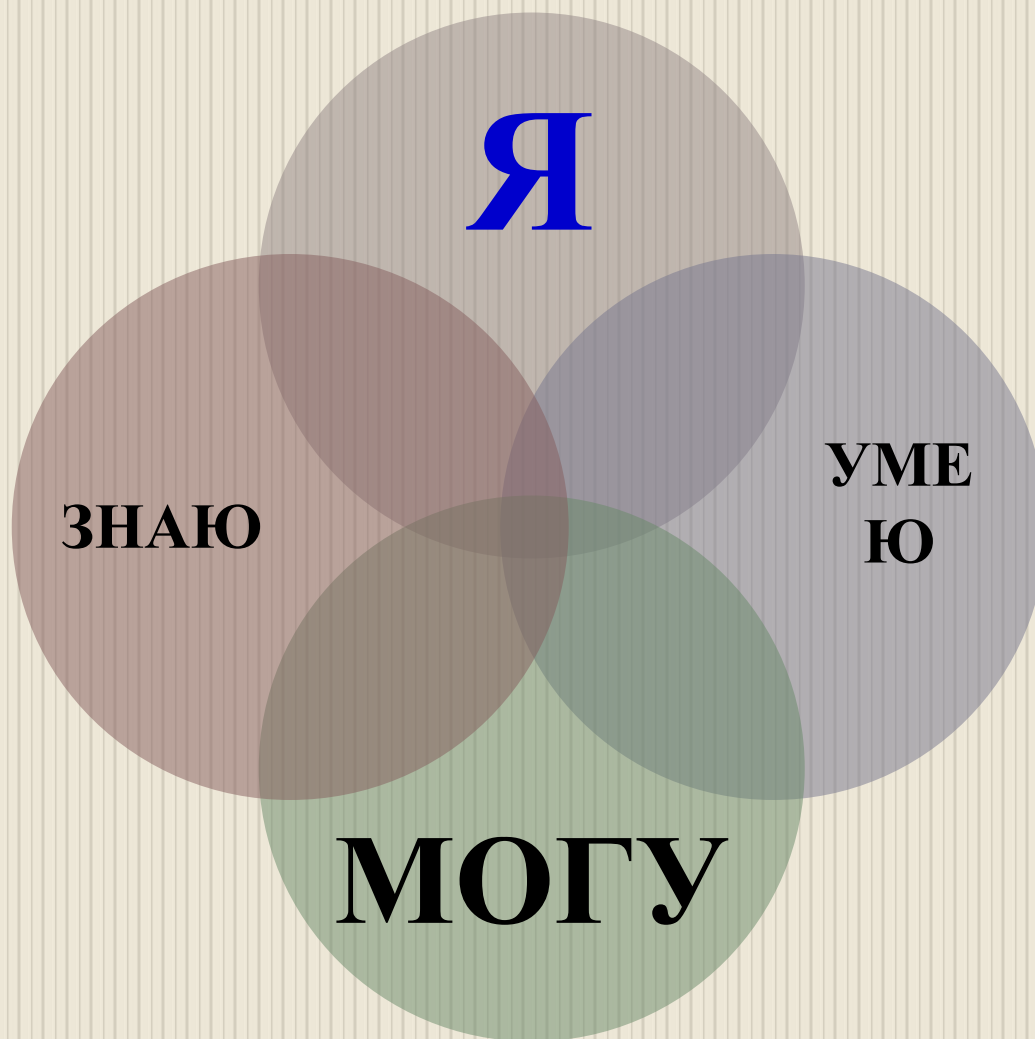
Какую цифру можно приписать к числу 3 слева и справа для того, чтобы полученное трехзначное число делилось на 12?

НОД (805, 1012)





ФОРМУЛА УСПЕХА





Я ЗНАЮ

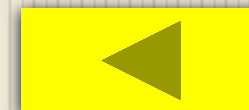
- Свойства делимости
- Признаки делимости на 10, на 5, на 2, на 3, на 4, на 9
- Четные, нечетные числа и их формулы
- Определение простого числа
- Определение составного числа
- Определение делителя числа
- Алгоритм разложения на простые множители
- Понятие общего делителя
- Понятие наибольшего общего делителя
- Алгоритм нахождения наибольшего общего делителя
- Понятие взаимно простых чисел
- Наибольший общий делитель двух чисел, из которых одно делится нацело на другое
- Понятие общего кратного
- Понятие НОК
- НОК взаимно простых чисел
- Алгоритм нахождения НОК





Я УМЕЮ

- Сформулировать 4 свойства делимости
- Объяснить почему на данное число делится произведение
- Записать формулу числа, которое делится на 5, 4, 18 и т.д.
- Объяснить почему сумма делится (не делится) на данное число
- Записать числа, которые делятся на 10, 2, 5, 3, 9
- Определить, делится ли данное число на 10, 2, 5, 3, 9
- На «5» - доказать признак делимости на 4 и применять его в решении задач
- Рас познавать простые и составные числа на основе определения
- Доказать с использованием признаков делимости, что данное число – составное





Я МОГУ

- Применять понятия к решению задач
- Раскладывать на простые множители
- Находить все делители числа по его разложению на множители
- Записывать данное число в виде произведения двух множителей всеми возможными способами.
- Определять, является ли число простым или составным
- Находить НОД по алгоритму
- Доказывать, что данные числа – взаимно простые
- Решать текстовые задачи с помощью НОД
- Находить НОК данных чисел
- Находить НОК чисел, из которых одно делится на другое нацело
- Решать текстовые задачи на НОК

