

**Государственное Образовательное Учреждение  
Лицей №1523**

**ЮАО г.Москва**

# **Лекции по алгебре и началам анализа**

## **10 класс**

© **Хомутова Лариса Юрьевна**

[5klass.net](http://5klass.net)

# Лекция №1



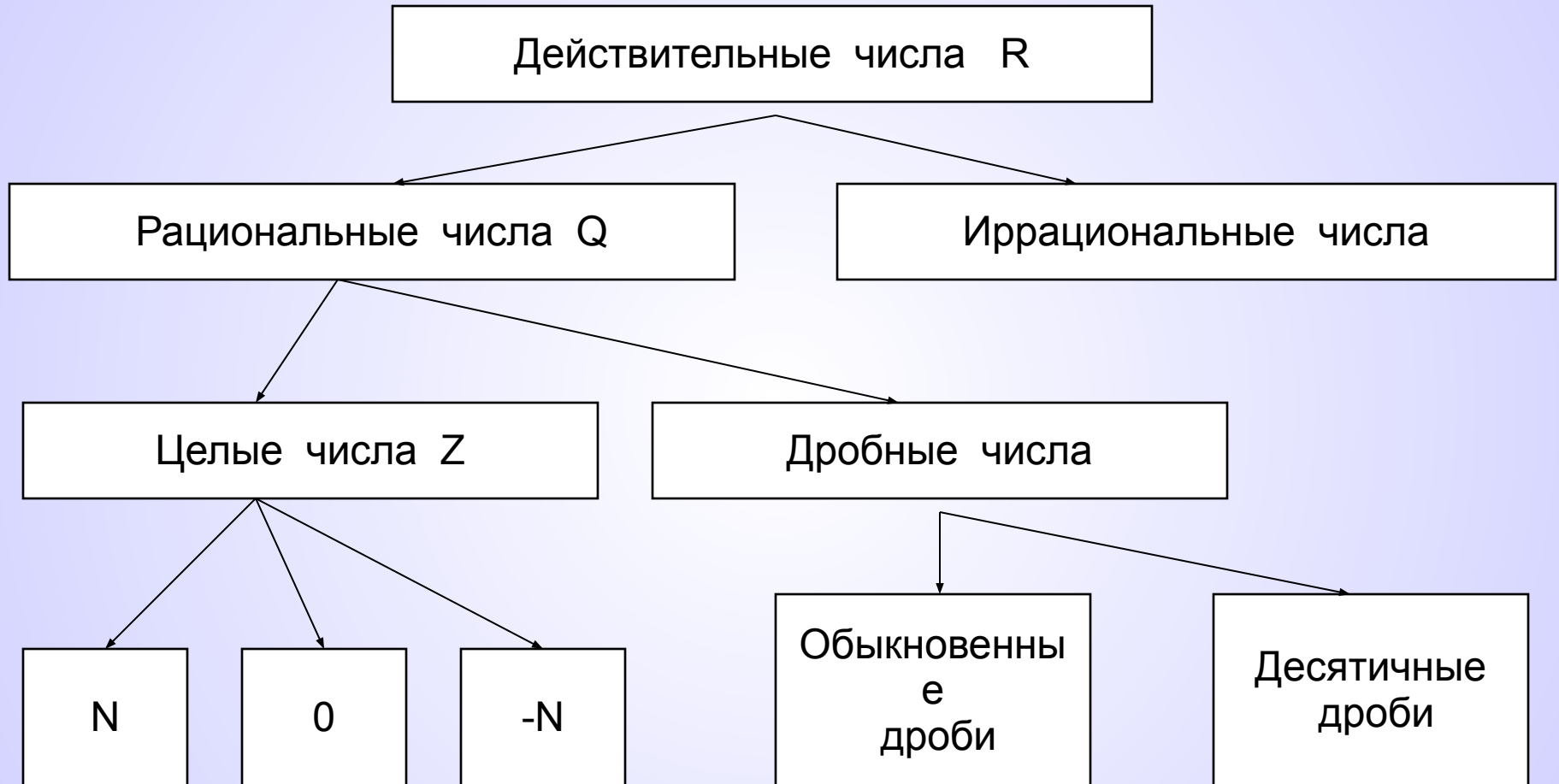
**Натуральные числа.**

**Делимость натуральных чисел.**

**Действительные числа**

**и действия над ними.**

# 1. Классификация действительных чисел.



## 2. Натуральные числа. Делимость натуральных чисел.

### **Определение.**

Натуральные числа- числа, используемые при счете предметов: 1, 2, 3, 4, ...

### **Теорема.**

Для любого натурального числа  $a$  и натурального числа  $b$  существует единственная пара чисел  $q$  и  $r$  таких, что  $a=bq+r$ , где  $q$ - натуральное число,  $r$ -натуральное число или нуль, причем  $r < b$

Если остаток  $r=0$ , то число  $a$  делится на число  $b$  нацело (без остатка).

**Пример:**  $28 = 9 \cdot 3 + 1$ ;  $28 = 7 \cdot 4 + 0$

### 3. Признаки делимости натуральных чисел

*Натуральное число  $n$  делится на натуральное число  $p$ , равное*

- 1) **2**, если его последняя цифра четная или 0;
- 2) **5**, если его последняя цифра 5 или 0;
- 3) **10**, если его последняя цифра 0;
- 4) **4 (25)**, если две его последние цифры нули или образуют число, делящаяся на 4(25);
- 5) **8 (125)**, если три его последние цифры нули или образуют число, делящаяся на 8 (125);
- 6) **3 (9)**, если сумма всех его цифр делится на 3 (9);
- 7) **7 (11, 13)**, если разность между суммой его цифр стоящих на четных местах и суммой цифр, стоящих на нечетных местах делится на 7 (11,13).

### 3. Признаки делимости натуральных чисел

*Пример:*

1) 2: 264; 37860

2) 5: 379800; 4675

3) 10: 3786300

4) 4 (25): 4500; 5316; 254750

5) 8 (125): 53064 45250

6) 2745; 366

7) 3872;



## 4. Взаимно простые числа.

### *Определение.*

Два числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих натуральных делителей кроме 1.

- 1) Если число  $a$  делится на каждое из двух взаимно простых чисел  $b$  и  $c$ , то оно делится на их произведение.  
 $75 \square 3, 75 \square 5 \Rightarrow 75 \square (3 \cdot 5)$
- 2) Если произведение  $ab$  делится на  $c$ , причем  $a$  и  $c$  взаимно простые числа, то  $b$  делится на  $c$ .  
 $(3 \cdot 25) \square 5 \Rightarrow 25 \square 5$

## 5. НОК и НОД натуральных чисел.

### **Определение.**

Наименьшее общее кратное (НОК) натуральных чисел  $n_1, n_2, \dots, n_k$  – наименьшее число  $n$ , которое делится нацело на числа  $n_1, n_2, \dots, n_k$ .

$$n = \text{НОК}(n_1, n_2, \dots, n_k)$$

### **Определение.**

Наибольший общий делитель (НОД) натуральных чисел  $n_1, n_2, \dots, n_k$  – наибольшее число  $n$ , на которое делятся нацело числа  $n_1, n_2, \dots, n_k$ .

$$n = \text{НОД}(n_1, n_2, \dots, n_k)$$

**Пример**       $49896 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 11$

$$26460 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^2$$

$$\text{НОК} (49896; 26460) = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^2 \cdot 11^1$$

$$\text{НОД} (49896; 26460) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^0 \cdot 7^1 \cdot 11^0$$



## 6. Основная теорема арифметики.

$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$$

$p_1; p_2; \dots; p_k$  – различные простые множители

$\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_k$  – натуральные числа

Представленное в теореме разложение числа называется каноническим разложением числа  $n$ .



## 7. Делимость суммы и произведения.

- 1) Если в сумме чисел каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число:  $3+27+9+117=3m$ .
  
- 2) Если два числа делятся на некоторое число, то их разность делится на это число:  $104-16 = 4m$ .
  
- 3) Если в сумме чисел все слагаемые, кроме одного, делятся на некоторое число, то сумма не делится на это число:  
 $3+27+35+117 \neq 3m$ .
  
- 4) Если в произведении чисел один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число:  
 $25 \cdot 17 \cdot 131 = 5m$

## 8. Свойства, связанные с последовательным расположением натуральных чисел.

- 1) Одно из  $n$  последовательных целых чисел делится на  $n$ ;
- 2) Одно из двух последовательных четных чисел делится на 4;
- 3) Произведение трех последовательных целых чисел делится на 6;
- 4) Произведение двух последовательных четных чисел делится на 8.

## 9. Целые числа.

***Определение.***

Целые числа – натуральные числа, числа противоположные натуральным и нуль.

Многие свойства делимости целых чисел аналогичны свойствам делимости натуральных чисел.



# 10. Дробные числа.

## **Определение.**

Обыкновенная дробь (дробь) – число, представимое в виде  $\frac{p}{q}$ , где  $p$ - числитель дроби (целое число),  $q$ - знаменатель дроби (натуральное число).

## **Основное свойство дроби.**

Если числитель и знаменатель данной дроби умножить на одно и то же число, отличное от нуля или разделить на их общий множитель, то получится дробь равная данной.

$$\frac{p}{q} = \frac{pk}{qk}; \quad k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$$

## **Определение.**

Положительная дробь  $\frac{p}{q}$  правильная, если ее числитель меньше знаменателя, в противном случае – дробь неправильная.

## 10. Дробные числа.

**Определение.**

Несократимая дробь  $\frac{p}{q}$ , знаменатель которой содержит только множители 2 и 5, можно записать в виде конечной десятичной дроби.

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5^2}{(2 \cdot 5)^3} = \frac{75}{1000} = 0,075$$

**Определение.**

Несократимая дробь  $\frac{p}{q}$ , знаменатель которой содержит другие простые множители кроме 2 и 5, можно записать в виде бесконечной периодической десятичной дроби. При этом повторяющаяся группа цифр, называется периодом.

$$\frac{59}{110} = 0,536363636... = 0,5(36)$$

**Определение.**

Число представимое в виде конечной десятичной дроби или бесконечной периодической десятичной дроби называется рациональным числом.

# 11. Иррациональные числа.

**Определение.**

Иррациональное число – бесконечная непериодическая десятичная дробь.

**Пример:**  $\sqrt{3} = 1,7320508\dots$

