

# Математика

## 6 класс



# Делители и кратные.

1) Делители 10 :  
1,2,5,10.

2) Кратные числа 10:  
10,20,30,40,50...

1) Натуральное число, на которое 10 делится без остатка.

2) Число, которое на 10 делится без остатка.

3) Наименьшим кратным является само число.

4) Кратных существует бесконечное множество.

# Признаки делимости.

На <b>10</b>	На <b>5</b>	На <b>2</b>	На <b>3</b>	На <b>9</b>
<b>Запись</b>	<b>числа</b>	<b>оканчивается на :</b>	<i>если сумма делится</i>	<i>цифр числа на :</i>
на 0  167 89 <u>0</u> :10	на 0 и 5  167 89 <u>0</u> : 5 167 89 <u>5</u> : 5	0,2,4,6,8- четные числа.  167 89 <u>0</u> : 2 167 89 <u>2</u> : 2 167 89 <u>4</u> : 2 167 89 <u>6</u> : 2 167 89 <u>8</u> : 2	на 3  924:3 ,т.к. 9+2 + 4= 15  234561:3,т.к. 2+3+4+5+6+1= 21:3	на 9  927:9 ,т.к 9+2+7=18:9  879345: 9,т.к 8+7+9+3+4+5= 36:9

# Простые и составные числа.

1) Делители 7: 1,7  
Делители 23: 1,23

2) Делители 8: 1,2,4,8  
Делители 10: 1,2,5,10

Простыми числами называют числа, имеющие только 2 делителя – 1 и само число.

Составными числами называют числа, имеющие больше 2 делителей.

$$78 = 2 \cdot 39$$
$$100 = 4 \cdot 25$$
$$18 = 2 \cdot 9$$

Составное число можно разложить (представить в виде произведения) на 2 множителя, каждый из которых больше 1.

Простое число разложить на множители нельзя.

# Разложение на простые множители.

1)  $210 = 21 \cdot 10 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 =$   
 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

2) 
$$\begin{array}{r|l} 756 & 2 \\ 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$756 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$

1) Любое составное число можно разложить на простые множители.

1) Множители в ответе записываются в порядке возрастания.

1) При разложении больших чисел используют признаки делимости.

# Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.

1) Общие делители чисел 48 и 36 :  
1, 2, 3, 4, 6, 12

2) Наибольший общий делитель чисел 48 и 36.

$$\text{НОД}(48;36) = 12$$

3) Нахождение НОД для больших чисел 48;36

$$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$$

$$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

1) Делители 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

Делители 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

2) Наибольшее натуральное число на которое данные числа делятся без остатка.

Числа 24 и 35 взаимно простые, т.к.у них один общий делитель –число 1.

- Разлагаем числа на простые множители.
- Из разложения 1 числа ,вычеркиваем множители, которых нет в разложении 2 числа.

# Наименьшее общее кратное

$$\text{НОК}(75;60) = 300$$

Первый способ (устно)

1) Берём большее число – 75

$$2) 75 \cdot 2 = 150$$

$$3) 75 \cdot 3 = 265$$

$$4) 75 \cdot 4 = 300$$

Второй способ (для больших чисел)

$$1) 75 = 25 \cdot 3 = 5 \cdot 5 \cdot 3 = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$2) 60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = \underline{2 \cdot 2} \cdot 3 \cdot 5$$

$$(3 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 = 300$$

Наименьшее натуральное число, которое кратно (т.е делится) 75 и 60

- 1) 75 на 60 не делится .
- 2) 150 на 60 не делится .
- 3) 265 на 60 не делится.
- 4) 300 на 60 делится.

Выписываем разложение большего числа, добавляем недостающие множители.

Находим произведение  
 $\text{НОК}(75;60) = 300$

# Основной свойство дроби.

1)

$$\text{Дробь } \frac{3}{4}; \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

$$2) \quad \frac{30}{60} = \frac{30 : 10}{60 : 10} = \frac{3}{6} = \frac{3 : 3}{6 : 3} = \frac{1}{2}$$

1)

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

2) Числитель и знаменатель умножаем на число 5.

$\frac{3}{4}$  и  $\frac{15}{20}$  - это различные записи того же числа.



# Сокращение дробей.

$$1) \frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$$

$$\text{НОД}(15; 20) = 5$$

$$2) \frac{3}{4} \text{ — несократимая дробь.}$$

$$3) \frac{135}{180} = \frac{27 \cdot 5}{18 \cdot 10} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

Числитель и знаменатель разделить на общий делитель. (~~1~~)

НОД(3;4)=1, т.е. числа 3 и 4 взаимно простые.

$$27 : 9 = 3$$

$$18 : 9 = 2$$

$$5 : 5 = 1$$

$$10 : 5 = 2$$

# Приведение дробей к общему знаменателю.

1)  $\frac{3}{4}$  к знаменателю 8

Находим дополнительный множитель.

$$8:4 = 2$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

2)

$\frac{3}{4}$  и  $\frac{5}{6}$  привести к НОЗ

1.  $\text{НОК}(4;6) = 12$

2.  $12 : 4 = 3$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

3.  $12 : 6 = 2$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

1. Найти НОК знаменателей
2. Находим дополнительный множитель для каждой дроби.

Обычно дроби приводят к наименьшему общему знаменателю (НОЗ). Он равен наименьшему общему знаменателю данных дробей.

# Задача на движение.

$S = vt$ , где  $S$  - путь,  $v$  - скорость,  $t$  - время.

	$v$	$t$	$S$
1 электропоезд	$x + 5$	2	$(x + 5)2$
2 электропоезд	$x$	2	$2x$

Пусть  $x$  км/ч скорость 2 электропоезда, т.к по условию два электропоезда прошли вместе 210 км.

Составляем уравнение :

$$(x+5)2 + 2x=210$$

$$\underline{2x} + 10 + \underline{2x} = 210$$

$$4x + 10 = 210$$

$$4x = 210 - 10$$

$$4x = 200$$

$$x = 200 : 4$$

$$x = 50$$

50 км/ч скорость 1 электропоезда

$$50 + 5 = 55 \text{ км/ч}$$

55 км/ч скорость 2 электропоезда

Ответ: 50 км/ч, 55 км/ч.

а) Сравнить  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{5}$

б) Сложить  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{5}$

в) Вычесть  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

1. Приведём дроби к **Наименьшему  
Общему Знаменателю**(НОЗ)  
НОЗ ( 3;5) = 15

2. Найдем дополнительный  
множитель каждой дроби.

$$15 : 3 = 5 \quad 15 : 5 = 3$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

а)  $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$ , т.к.  $10 > 9$

б)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$

в)  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}$

Для примеров

а) , б) , в)

А) Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше дробь с большим числителем.

Б) Складываем числители, а знаменатель тот же .

В) Из числителя уменьшаемого вычитаем числитель вычитаемого, знаменатель тот же.

# Сравнение дробей с одинаковыми числителями.

$$\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$$

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше.

$$\frac{1}{5} > \frac{1}{7} \text{ т.к. } 5 < 7$$

Пятая часть пирога больше, чем седьмая.

# Сложение и вычитание смешанных чисел

$$1) \quad 16 \frac{3}{8} + 19 \frac{1}{4} = 35 \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\text{НОК} (8; 4) = 8$$

$$2) \quad 5 \frac{5}{6} + 3 \frac{3}{4} = 9 \frac{7}{12}$$

$$\text{НОК} (6; 4) = 12$$

$$\frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12} = 1 \frac{7}{12}$$

1. Складываем целые части.

$$16 + 19 = 35$$

2. Складываем дробные части.

1)  $5 + 3 = 8$

2) Складываем дробные части .

3) Исключаем целую часть.

# Вычитание смешанных чисел.

$$1) \quad 3 - \frac{5}{6} = 2 \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = 2 \frac{1}{6}$$

1) У 3 целых занимаем 1 целую и представляем её в виде дроби со знаменателем 6.

$$3 = 2 \frac{6}{6}$$

$$2) \quad 5 \frac{7}{9} - 2 \frac{1}{6} = 5 \frac{14}{18} - 2 \frac{3}{18} = 3 \frac{11}{18}$$

Находим НОК (9;6) = 18

Находим дополнительные множители.

$$18: 9 = 2$$

$$18: 6 = 3$$

Выполняем вычитание целых и дробных частей.

$$3) \quad 3 \frac{4}{9} - 1 \frac{5}{6} = 3 \frac{8}{18} - 1 \frac{15}{18} = 2 \frac{26}{18}$$

НОК (9;6) = 18

$$\frac{8}{18} < \frac{15}{18}$$

У 3 целых занимаем одну целую.

$$- 1 \frac{15}{18} = 1 \frac{11}{18}$$

$$3 \frac{8}{18} = 2 \frac{18+8}{18} = 2 \frac{26}{18}$$

# Умножение дробей.

$$1) \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

$$2) \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{4 \cdot 14}{7 \cdot 15} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 15} = \frac{8}{15}$$

1) Умножаем дробь на число

$$A) 5 = \frac{5}{1}$$

( Целое число представить в виде дроби со знаменателем 1)

Б) Умножаем числитель и знаменатель, первое произведение записываем в числитель, второе в знаменатель.

См б)

Сократим дробь на 7.



# Умножение смешанных чисел.

$S=vt$ , где  $S$ —путь,  $v$ -скорость,  $t$  - время.

$$9\frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{12} = \frac{48}{5} \cdot \frac{17}{12} = \frac{48 \cdot 17}{5 \cdot 12} = \frac{4 \cdot 17}{5 \cdot 1} = \frac{68}{5}$$

$$\frac{68}{5} = 68 : 5 = 13\frac{3}{5} \text{ км}$$

Найти  $S$  (путь) .

- 1) Представим числа в виде неправильной дроби.

$$9\frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{48}{5}$$

$$1\frac{5}{12} = \frac{1 \cdot 12 + 5}{12} = \frac{17}{12}$$

- 2) Умножаем.  
3) Сократим дробь.  
4) Исключаем целое число.

# Нахождение дроби от числа.

1)  $\frac{3}{4}$  от 20 км

$$20 \cdot \frac{3}{4} = \frac{20 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ км}$$

Ответ : 15 км

2)

$\frac{2}{3}$  от  $\frac{4}{5}$  огорода

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \text{ огорода}$$

Ответ :  $\frac{8}{15}$

3) 0,6 от 20 км  
 $20 \cdot 0,6 = 12$  км  
Ответ : 12 км

4) 45 % от 8 га  
 $45 \% = 0,45$   
0,45 от 8 га  
 $8 \cdot 0,45 = 3,6$  га  
Ответ : 3,6 га

1) Чтобы найти дробь от числа, нужно число умножить на дробь.

$$20 = \frac{20}{1}$$

2) Число имеет наименование.( км, кг, минуты, секунды и т.д.)

# Применение распределительного свойства умножения .

1) Распределительное св-во умножения.

$$(a + b)c = ac + bc$$

2)  $(a - b)c = ac - bc$

Примеры:

$$1) \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 15 = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{1} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 1} - \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 1} = \frac{12}{1} - \frac{5}{1} = 12 - 5 = 7$$

$$2) \text{ а) } 2\frac{1}{14} \cdot 7 = \frac{29}{14} \cdot \frac{7}{1} = \frac{29 \cdot 7}{14 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{29}{2} = 14\frac{1}{2}$$

$$\text{ б) } 2\frac{1}{14} \cdot 7 = \left(2 + \frac{1}{14}\right) \cdot 7 = 2 \cdot 7 + \frac{1}{14} \cdot 7 = 14 + \frac{7}{14} = 14\frac{1}{2}$$

3)

$$5\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + 1\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot \left(5\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}\right) = 7; \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{1} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$$

4)

$$\frac{3a}{8} + \frac{1a}{4} = a \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right) = a \left( \frac{3}{8} + \frac{2}{8} \right) = a \frac{5}{8} \text{ или } \frac{5a}{8}$$

5)

$$\frac{3b}{4} - \frac{1b}{5} = b \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{5} \right) = b \left( \frac{15}{20} - \frac{4}{20} \right) = b \frac{11}{20} \text{ или } \frac{11b}{20}$$

Относительно сложения ( умножаем каждое слагаемое на  $c$  )

Относительно вычитания (умножаем на  $c$  уменьшаемое и вычитаемое )

$$15 = \frac{15}{1}$$

умножаем на 15 уменьшаемое и вычитаемое

$$12 = \frac{12}{1}; 5 = \frac{5}{1}$$

$$2\frac{1}{14} = \frac{2 \cdot 14 + 1}{14} = \frac{29}{14}$$

а) без применения свойства.

$$7 = \frac{7}{1}$$

$$2\frac{1}{14} = 2 + \frac{1}{14}$$

представим в виде суммы

Общий множитель  $\frac{2}{7}$  выносим за скобки.

$\frac{2}{7}$

$$\text{Сложим } 5\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8} = 6\frac{8}{8} = 7$$

Выносим множитель  $a$  за скобки.

Затем находим НОК( 8; 4 )=8

Найдем НОК (4;5)= 20

# Взаимно обратные числа.

1)  $\frac{8}{15}$  и  $\frac{15}{8}$ , т. к.  $\frac{8}{15} \cdot \frac{15}{8} = 1$

2)  $7$  и  $\frac{1}{7}$ , т. к.  $\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7} = 1$

3)  $3\frac{5}{6}$  и  $\frac{6}{23}$ , т. к.  $\frac{23}{6} \cdot \frac{6}{23} = 1$

1) Числа, взаимно обратные, если их произведение равно 1.

2)  $7 = \frac{7}{1}$

3)  $3\frac{5}{6} = \frac{18+5}{6} = \frac{23}{6}$

# Деление .

Примеры :

$$1) \frac{7}{8} : 6 = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{48}$$

$$2) 2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{15} = \frac{12}{5} : \frac{16}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Рабочее правило :

Деление заменяем умножением на дробь, обратную делителю.

6 и  $\frac{1}{6}$  – взаимно обратные числа.

2) Представим в виде неправильной дроби.

$$2\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{12}{5}$$

$$1\frac{1}{15} = \frac{1 \cdot 15 + 1}{15} = \frac{16}{15}$$

# Нахождение числа по его дроби.

1)  $\frac{2}{5}$  это 800 м<sup>2</sup>

$$800 : \frac{2}{5} = \frac{800}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{400}{1} \cdot \frac{5}{1} = 2000 \text{ м}^2$$

Ответ : 2000 м<sup>2</sup>

2) 0,8 это 2400 га

$$2400 : 0,8 = 24000 : 8 = 3000 \text{ га}$$

Ответ : 3000 га

3) 7% это 98 деталей

0,07 это 98 деталей

$$98 : 0,07 = 9800 : 7 = 1400 \text{ деталей}$$

Ответ : 1400 деталей.

1) Нужно число разделить на дробь.

Число имеет наименование.

$$800 = \frac{800}{1}$$

$\frac{2}{5}$  и  $\frac{5}{2}$  - взаимно обратные числа.

2) Число делим на дробь.

Переносим запятую и в делимом, и в делителе на 1 знак вправо.

3)  $1\% = 0,01$

$$7\% = 0,07$$

# Дробные выражения.

$$1) 2 : 3 = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline 0 & 0,66... \\ -20 & \\ \hline 18 & \\ \hline & 20 \end{array}$$

Дробное выражение- частное двух чисел или выражений ( знак деления заменяем чертой дроби)

$$2) \frac{16,4}{1,4} \cdot 1 \frac{3}{4} = \frac{16,4 \cdot 7}{1,4 \cdot 4} = \frac{4,1 \cdot 1}{0,2 \cdot 1} = \frac{4,1}{0,2} = \frac{41}{2} = 20 \frac{1}{2} = 20,5$$

2) При выполнении действий пользуемся правилами для обыкновенной дробей.

$$1 \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$3) \frac{2}{0,7} + \frac{3}{1,4} = \frac{20}{7} + \frac{30}{14} = \frac{70}{14} = 5$$

$$\text{НОК} ( 7; 14) = 14$$

# Отношение.

$$1) \quad 2 : 5 = \frac{2}{5}$$

$$2) \quad 6 : 1,5 = \frac{6}{1,5} = \frac{60}{15} = 4$$

$$3) \quad 1,5 : 6 = \frac{1,5}{6} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$4) \quad \begin{aligned} &9 \text{ ц} : 300 \text{ кг} \\ &9 \text{ ц} = 900 \text{ кг} \\ &900 \text{ кг} : 300 \text{ кг} = 3 \\ &\text{Ответ : } 9 \text{ ц в } 3 \text{ раза больше } 300 \text{ кг.} \end{aligned}$$

1) Отношение – частное двух чисел( Можно деление заменить чертой дроби).

2) Отношение показывает во сколько раз первое число больше второго. (Если первое > второго )

3) Отношение показывает какую часть меньшее число составляет от большего.( Можно выразить в процентах)



## Пропорции.

1) а)  $3,6 : 1,2 = 6,3 : 2,1$   
 $3 = 3$

б)  $\frac{3,6}{1,2} = \frac{6,3}{2,1}$

2)  $a : b = c : d$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

3) а и d – крайние члены пропорции.  
 b и c- средние члены пропорции.

4) Основное свойство пропорции:

$\frac{3,6}{1,2} = \frac{6,3}{2,1}$

$3,6 \cdot 2,1 = 7,51$   
 $6,3 \cdot 1,2 = 7,51$

5)  $\frac{12,3}{6} = \frac{7x}{4,2}$

По основному свойству пропорции :

$12,3 \cdot 4,2 = 6 \cdot 7x$

$42x = 12,3 \cdot 4,2$

$x = \frac{12,3 \cdot 4,2}{42} = \frac{12,3 \cdot 0,1}{42} = 1,23$

Ответ :  $X = 1,23$

1) Пропорция – равенство двух отношений.  
 Деление можно заменить чертой дроби.

2) Читают : « Отношение а к b равно отношению с к d или а так относится к b, как с относится к d».

2) В записи это первый и последний член.

2) Крайние члены : 3,6 и 2, 1  
 Средние члены : 1,2 и 6,3

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних.

# Прямая и обратная пропорциональность.

## Задача 1

Пусть  $x$  рублей стоимость 1,5 кг.

	кол-во	стоимость
1 покупка	3,2 кг	115,2 р.
2 покупка	1,5 кг	$x$ р.

$$\frac{3,2}{1,5} = \frac{115,2}{x}$$

По основному свойству пропорции :

$$3,2x = 1,5 \cdot 115,2$$

$$x = \frac{1,5 \cdot 115,2}{3,2}$$

$$x = 172,8 : 3,2$$

$$x = 54$$

Ответ: 54 рубля.

## Задача 2

$x$  м - ширина второго прямоугольника

	длина	ширина
1 прям.	3,6 м	2,4 м
2 прям.	4,8 м	$x$ м

$$\frac{3,6}{4,8} = \frac{2,4}{x}$$

По основному свойству пропорции :

$$3,6 \cdot 2,4 = 4,8x$$

$$x = \frac{3,6 \cdot 2,4}{4,8} = \frac{3,6 \cdot 1}{2} = 1,8 \text{ м}$$

Ответ : 1,8 м

Зависимость прямо пропорциональная

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении ( уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается ) во столько же раз.

Составляем пропорцию ( следуем по «стрелкам»)

Зависимость обратно пропорциональная.

Две величины называют обратно пропорциональными если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается ) во столько же раз.

# Масштаб

Масштаб –

## Задача 1

Масштаб 1: 1 000 000

на местности	на карте
↓ x см	3 см ↓
↓ 1 000 000	1 ↓

$$\frac{x}{1\,000\,000} = \frac{3}{1}$$

$$x = 3 \cdot 1\,000\,000$$

$$x = 3\,000\,000$$

$$3\,000\,000 \text{ см} = 30 \text{ км}$$

Ответ:  $x = 30 \text{ км}$

## Задача 2

Масштаб 1: 100 000

на местности	на карте
↓ 4,5 км	x км ↓
↓ 100 000	1 ↓

$$\frac{4.5}{100\,000} = \frac{x}{1}$$

$$x = \frac{4.5}{100\,000}$$

$$100\,000$$

$$x = 0,000045 \text{ км}$$

$$0,000045 \text{ км} = 4,5 \text{ см}$$

Ответ : 4,5 см

это отношение двух отрезков:

длины на карте к длине отрезка на местности.

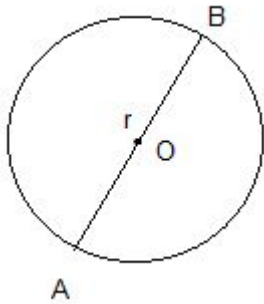
Пусть  $x$  см длина отрезка на местности.

Зависимость прямо пропорциональная.

Пусть  $x$  км длина отрезка на карте.

Зависимость прямо пропорциональная.

# Длина окружности и площадь круга.



Окружность с центром O и радиусом r.

$$AB = d = 2r$$

C – длина окружности

$\pi$  – читают : «Пи»

Формулы длины окружности.

S – площадь круга.

$$\frac{C}{d} = \pi$$

$$C = \pi d \quad (1)$$

$$C = 2\pi r \quad (2)$$

$$S = \pi r^2$$

$$\pi \approx 3,14$$

# Координаты на прямой.



A (1)

B (- 2)

C ( 3)

Координатная прямая, на которой :

1) Точка O – начало отсчёта ( начало координат)

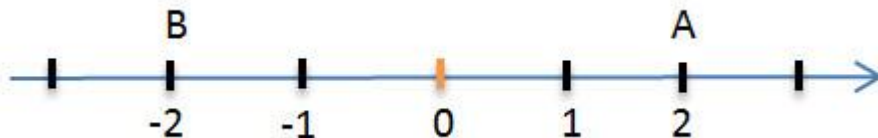
Читают: «Точка A с координатой 1»

2) Выбрано положительное направление.

3) Выбран единичный отрезок.

Координата точки- это число, показывающее положение точки на прямой.

# Противоположные числа.



A ( 2)

B (-2)

2 и -2 – противоположные числа.

Для каждого числа есть одно противоположное.

0 противоположен сам себе.

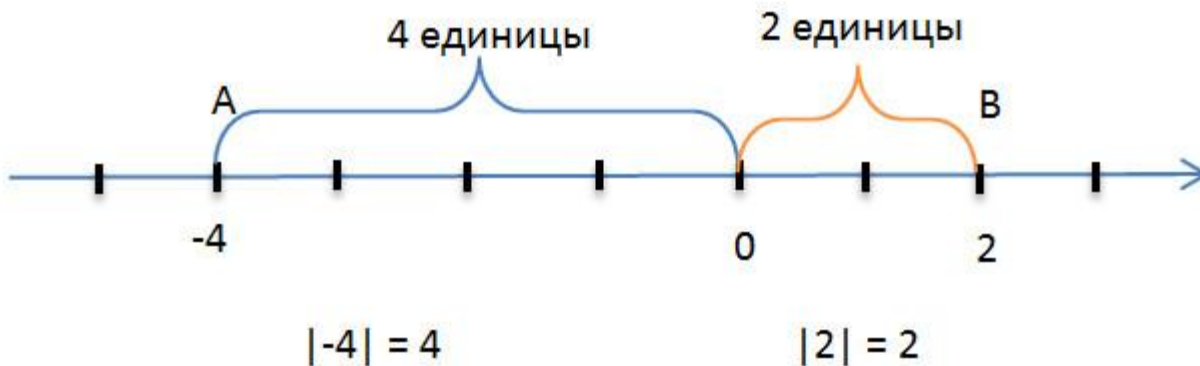
-a – читают: « Число противоположное a».

Целые числа – это натуральные числа, противоположные им отрицательные числа и нуль.

2 и -2 удалены от 0 на одинаковое расстояние, вправо и влево.

Противоположные числа- это числа, которые отличаются только знаком.

# Модуль числа



$$|-4| = 4$$

$$|2| = 2.$$

$$|0| = 0$$

$$|a| = a, \text{ если } a > 0;$$

$$|-a| = a, \text{ если } a < 0;$$

$$|-a| = |a|$$

$$OA = (4)$$

$$OB = (2)$$

Модуль -4 равен 4.

Модуль 2 равен 2 .

Модулем числа  $a$  называется расстояние  $O$  ( $o$ ) до  $A$  ( $a$ ).

Модули противоположных чисел равны.

# Сравнение чисел.



O (0)

A (2)

B (3)

C (-2)

D (-1)

2)  $-1 < 0$ ;  $-2 < 0$

2)  $2 > 0$ ;  $3 > 0$

2)  $1 > -2$

2)  $6 > 1$

2)  $-1 > -2$ , т. к.  
 $|-1| < |-2|$   
 $1 < 2$

1) На координатной прямой точка с большей координатой лежит **правее** точки с меньшей координатой.

1) Любое отрицательное число **меньше** нуля.

1) Любое положительное число **больше** нуля.

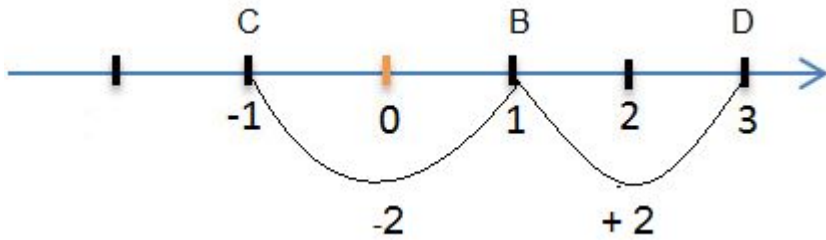
1) Любое положительное число **больше** любого отрицательного.

5) Из двух положительных чисел, больше то, модуль которого больше.

5) Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.



# Изменение величин.



B (1)

D (3)

C (-1)

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + (-2) = -1$$

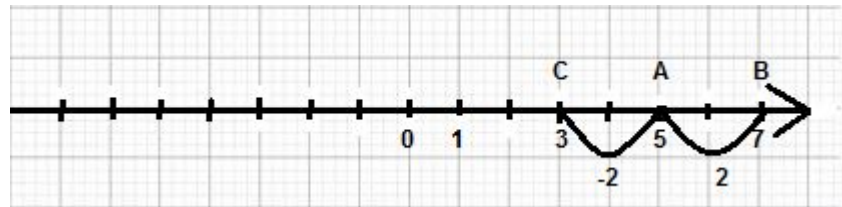
1) Перемещение вправо обозначается положительным числом.

1) Перемещение влево обозначается отрицательным числом.

1) Увеличение любой величины – положительное число.

1) Уменьшение любой величины – отрицательное число.

# Сложение чисел с помощью координатной прямой.



$$5 + 2 = 7$$

$$5 + (-2) = 3$$

Примеры :

1)  $(-7) + 4 = -3$

2)  $(-2) + (-4) = -6$

3)  $4 + (-4) = 0$

1)  $(-5) + 0 = -5$

$$A(5) \rightarrow B(7)$$

$$A(5) \rightarrow C(3)$$

1) Прибавить к числу  $a$  число  $b$ , значит изменить число  $a$  на  $b$  единиц.

2) Любое число от прибавления

а) Положительного числа – увеличивается

б) Отрицательного числа – уменьшается.

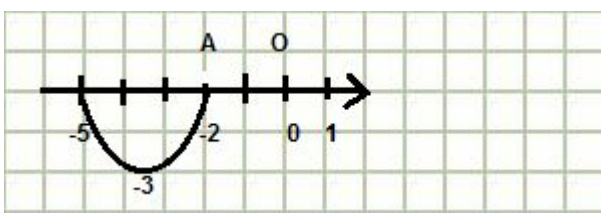
3) Сумма двух противоположных чисел равна 0.

$$a + (-a) = 0$$

4) От прибавления нуля число не изменяется.

$$a + 0 = a$$

# Сложение отрицательных чисел.



$$A (-2) \rightarrow B (-5)$$

$$-2 + (-3) = -5$$

Примеры:

$$1) \quad -6,8 + (-5,1) = -(6,8 + 5,1) = -11,9$$

$$2) \quad -\frac{1}{4} + -\left(\frac{1}{8}\right) = -\left(\frac{2}{8} + \frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{8}$$

$$\text{НОК}(4;8) = 8$$

1) При сложении отрицательных чисел :

а) Складываем модули.

б) Ставим знак «-».

Рабочее правило :

1) Ставим знак «-».

2) Складываем модули.

# Сложение чисел с разными знаками.

Примеры:

$$1) \quad 6,1 + (-4,2) = + (6,1 - 4,2) = 1,9$$

$$2) \quad -3\frac{2}{7} + 4\frac{5}{7} = 4\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7} = 1\frac{3}{7}$$

$$3) \quad 2,7 + (-3,4) = - (3,4 - 2,7) = -0,7$$

$$4) \quad -8\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} = - \left( 8\frac{4}{5} - 2\frac{1}{3} \right) =$$

$$- \left( 8\frac{12}{15} - 2\frac{5}{15} \right) = -6\frac{7}{15}$$

Рабочее правило :

1) Сравниваем модули чисел, находим больший.

$$|6,1| = 6,1; \quad |-4,2| = 4,2 \\ 6,1 > 4,2$$

2) Ставим знак большего модуля.

3) Из большего модуля вычитаем меньший.

$$\text{НОК} (5; 3) = 15$$

# Вычитание.

Пример :

$$5 - 13 = 5 + (-13) = -(13 - 5) = -8$$

Определение :

$$a - b = a + (-b)$$

Примеры :

$$1) \quad 8 - 15 = 8 + (-15) = -(15 - 8) = -7$$

$$2) \quad -15 - 6 = -15 + (-6) = -(15 + 6) = -21$$

$$3) \quad -6 - 15 = -6 + (-15) = -21$$

$$4) \quad 10 - (-5) = 10 + 5 = 15$$

$$5) \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} + \left(-\frac{3}{6}\right) = -\left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right)$$

$$= -\frac{1}{6}$$

Из числа **a** вычесть число **b**, значит к числу **a** прибавить число *противоположное b*.

Если уменьшаемое меньше вычитаемого, то *разность отрицательна*.

Для  $-5$  противоположно  $5$ .

$$\text{НОК}(3; 2) = 6$$

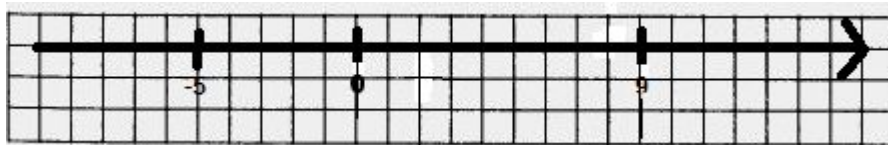
# Расстояние между точками.

Дано :

A (-5), B (9)

Найти длину отрезка АВ.

Решение:



$$AB = 9 - (-5) = 9 + 5 = 14$$

Чтобы найти длину отрезка, надо :

Из координаты правого конца вычесть координату левого конца. ( У правого конца координата больше).

# Умножение.

$$1) \quad (-2) \cdot (-3) = 6 \\ -2,5 \cdot (-0,4) = 1$$

$$-2 \frac{1}{3} \cdot (-5 \frac{2}{7}) = \frac{7}{3} \cdot \frac{37}{7}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{37}{7} = \frac{1 \cdot 37}{3 \cdot 1} = \frac{37}{3} = 12 \frac{1}{3}$$

$$-0,4 \cdot 200 = -80$$

$$2) \quad -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{6} = -1$$

а) Произведение отрицательных чисел – положительное число.

б) Перемножаем модули.

При умножении чисел с разными знаками :

- 1) Ставим знак «-».
- 2) Перемножаем модули.

# Деление.

Примеры :

1) а)  $-12 : (-4) = 12 : 4 = 3$

б)  $-5,4 : (-0,9) = 5,4 : 0,9 = 54 : 9 = 6$

в)  $-5,4 : (-6) = 5,4 : 6 = 0,9$

2)  $-\frac{2\frac{1}{3}}{\frac{14}{15}} = -\left(\frac{2\frac{1}{3}}{\frac{14}{15}}\right) = -\left(\frac{7}{3} \cdot \frac{15}{14}\right) =$

$$-\left(\frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 2}\right) = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

3)  $0 : (-6) = 0$

1) а) Частное отрицательных чисел – положительное число.

б) Модуль делимого разделить на модуль делителя.

Переносим запятую и в делимом, и в делителе на 1 знак вправо.

Если целая часть делимого меньше делителя, то в частном будет 0 целых .

При делении чисел с разными знаками :

а) Ставим знак «-»

б) Модуль делимого разделить на модуль делителя.

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

При делении нуля на любое число, получается нуль.

**На 0 делить нельзя !!!**



# Рациональные числа.

1)  $\frac{a}{n}$ , где  $a$  – целое число,  $n$  – натуральное число.

2)  $a = \frac{a}{1}$

$$-5 = \frac{-5}{1}; \quad 7 = \frac{7}{1}; \quad 0 = \frac{0}{1}$$

3)  $0,23 = \frac{23}{100}$

$$-5\frac{1}{4} = -\frac{21}{4}$$

\ \

$$\bullet \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{2}{6} + \left(-\frac{3}{6}\right) = -\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} = 0,33\ldots$$

25

$$\frac{1}{3} = 0,33\ldots = 0,(3)$$

3

$$\frac{1}{15} = 0,0666\ldots = 0,0(6)$$

15

-Рациональное число.

Любое число – рациональное число.

Любая дробь (положительная, отрицательная, десятичная, смешанное число) – рациональное число.

Сумма

Разность

Произведение

Частное (если знаменатель – рациональное число), тоже являются рациональными числами.

Любое рациональное число можно представить в виде десятичной или периодической дроби.

# Свойства действий с рациональными числами.

1)  $a+b = b+a$  ,  $a+(b+c) = (a+b)+c$

$$2,6 + 7,3 = 7,3 + 2,6 = 9,9$$

$$\frac{3}{8} + \left( \frac{5}{8} + \frac{9}{8} \right) = \left( \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) + \frac{9}{8} = 1 \frac{9}{8} = 2 \frac{1}{8}$$

2)  $a + 0 = a$  ;

$$a + (-a) = 0$$

$$-\frac{5}{6} + 0 = -\frac{5}{6} ; \quad 7,9 + (-7,9) = 0$$

3)  $a \cdot b = b \cdot a$

$$a(bc) = (ab)c$$

$$3 \cdot (-2) = -2 \cdot 3$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} \right) = \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{1}{5} = 1 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

4)  $a \cdot 1 = a$  ;       $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

5) а)  $a \cdot 0 = 0$       б)  $ab = 0$

$$6,3 \cdot 0 = 0$$

$$a = 0 \text{ или } b = 0$$

1) Сложение обладает переместительным и сочетательным свойствами.

$$\frac{8}{8} = 1$$

2) а) От прибавления нуля число не изменяется.

б) Сумма противоположных чисел равна 0.

3) Умножение обладает переместительным и сочетательным свойствами.

4) Умножение на 1 не изменяет число, произведение взаимно обратных чисел = 1.

5) При умножении на :

а) Ноль получается 0.

б) Произведение равно 0, когда хотя бы один из множителей равен 0.

## Свойства действий с рациональными числами.( продолжение)

$$(x-3) \cdot (x+3) = 0$$

$$x-3=0 \text{ или } x+3=0$$

$$x=3 \quad x=-3$$

Ответ:  $x=3$ ,  $x=-3$ .

6)  $(a+b)c = ac+bc$

Пример :

$$0,8 \cdot \left(\frac{7}{9}\right) + 0,2 \cdot \left(\frac{7}{9}\right) = \frac{7}{9} (0,8 + 0,2) = \frac{7}{9} \cdot 1 = \frac{7}{9}$$

Распределительное  
свойство умножения  
относительно сложения.

# Раскрытие скобок.

1) Перед скобками стоит знак «+».

$$- 2,87 + ( 2,87 - 7,639 ) =$$

0

$$- 2,87 + 2,87 - 7,639 = - 7,639$$

2) Перед скобками стоит знак «-».

$$9,36 - ( 9,36 - 5,48 ) =$$

0

$$9,36 - 9,36 + 5,48 = 5,48$$

3)  $( - 4 - 20 ) + ( 6 + 13 ) - ( 7 - 8 ) - 5 =$

$$\underline{-4} \underline{-20} + 6 + 13 \underline{-7} + 8 \underline{-5} = - ( 4 + 20 + 7 + 5 ) = - 36 + ( 6 + 13 + 8 ) = - 36 + 27 = - 9$$

1) Опускаем скобки ( не пишем) и знак «+», и все слагаемые записываем с их знаками.

1) Опускаем скобки и знак «-», и все слагаемые записываем с противоположными знаками.

1) Раскрываем скобки и используем переместительный и сочетательный законы сложения.

# Коэффициент.

1)  $0,3a \cdot (-0,7b) = -0,21ab$

2) а)  $a = 1 \cdot a$

б)  $ab = 1 \cdot ab$

в)  $-x = -1 \cdot x$

3)  $-a \cdot (-8b) = 8ab$

1) Числовой множитель  $-0,21$  – это коэффициент (обычно пишем на 1-ом месте).

2) Коэффициент      а) 1  
                                 б) 1  
                                 в)  $-1$

Упростим выражение

$$-1 \cdot (-8) = 8$$

Коэффициент- 8

# Подобные слагаемые.

$$1) (a + b)c = ac + bc$$

Примеры :

$$1) -3 \cdot (a - 2b) = -3 \cdot a - (-3) \cdot (-2b) = \underline{-3a + 6b}$$

$$2) 2m - 7m + 3m = m(2 - 7 + 3) = \underline{-2m}$$

$$3) 3b + \cancel{b} - 5b - \cancel{b} = -2b$$

$$4) \underline{-6a + 8b} - \underline{a} - b = \underline{-7a + 7b}$$

$$-a = -1 \cdot a$$

Раскрытие скобок с применением распределительного свойства умножения.

$$1) \begin{array}{l} -3 \text{ умножим на } a. \\ -3 \text{ умножим на } (-2b) \end{array}$$

2) а) Слагаемые с одинаковыми буквенными множителями называют *подобными слагаемыми*.

б) Упростить выражения можно только с подобными слагаемыми. Эти упрощения называются *приведением подобных слагаемых*.

3) Для упрощения выполним действия над коэффициентами.

$$3 - 5 = -2$$

4) Две группы подобных слагаемых.

$$1) -6 - 1 = -7$$

$$2) 8 - 1 = 7$$

# Решение уравнений.

1)  $4(x + 5) = 12$

$$\frac{4(x+5)}{4} = \frac{12}{4}$$

$$(x+5) = 3$$

$$x = 3 - 5$$

Ответ:  $x = -2$ .

Примеры :

$$\frac{3}{3}x + 12 = x$$

$$\frac{1}{3}x + 12 = x$$

$$3$$

$$x + 36 = 3x$$

$$x - 3x = -36$$

$$-2x = -36$$

$$x = 36 : 2$$

$$x = 18$$

Ответ :  $x = 18$

$$\frac{x+7}{3} = \frac{2x-3}{5}$$

$$3 \quad 5$$

$$5(x+7) = 3(2x-3)$$

$$5x + 35 = 6x - 9$$

$$5x - 6x = -9 - 35$$

$$-1x = -44$$

$$x - 44 : 1$$

$$x = 44$$

Ответ :  $x = 44$

1) Разделим обе части уравнения на 4 ( или умножим на  $\frac{1}{4}$ )

2) Слагаемые переносим из одной части в другую, изменив знак на противоположный.

1) Умножим обе части уравнения на 3.

$$12 = \frac{12}{1}; x = \frac{x}{1}$$

2) Переносим слагаемые из одной части в другую  
( с переменной влево, без переменной вправо)

3) Приводим подобные слагаемые

$$x = 1x$$

$$1x - 3x = -2x$$

1) По основному свойству пропорции:  
произведение крайних членов равно произведению средних

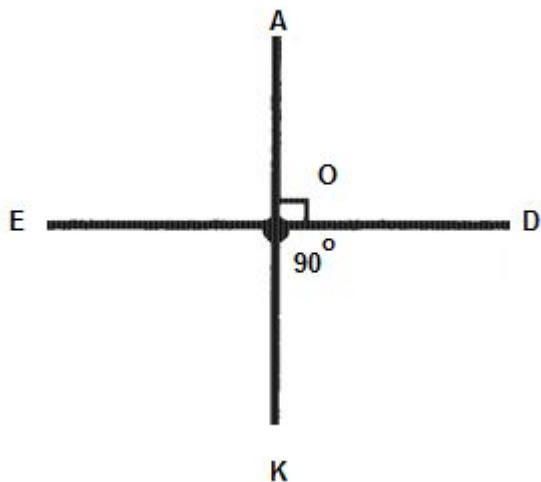
2)  $5x + 35$

$$6x - 9$$

3) См. предыдущий пример.

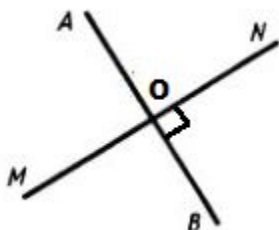
# Перпендикулярные прямые.

1)



$ED \perp AK$

2)



$AB \perp MN$

3)

Две прямые, образующие при пересечении прямые углы, называют *перпендикулярными*.

Читают: « Прямая ED перпендикулярна прямой АК»

$AB \cap MN = O$  ( $\cap$  - пересекает)

$\angle AON = \angle NOB, \angle BOM, \angle AOM.$

$\angle NOB = 90^\circ$

Прямая AB перпендикулярна прямой MN.

Для построения перпендикулярных прямых используют:

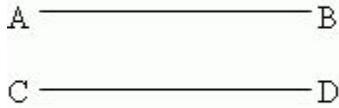
а) транспортир б) чертёжный треугольник.



# Параллельные прямые.

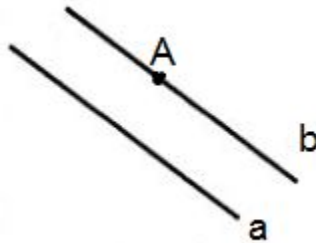
1)

$AB \parallel CD$



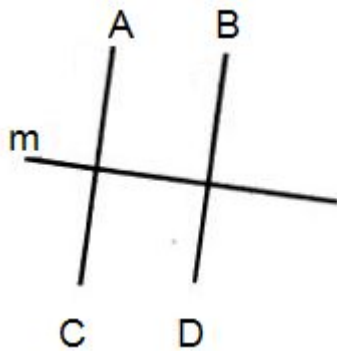
Прямые, которые не пересекаются, называются параллельными.

2)



Построим через точку A, прямую, параллельную прямой a.  
 $b \parallel a$

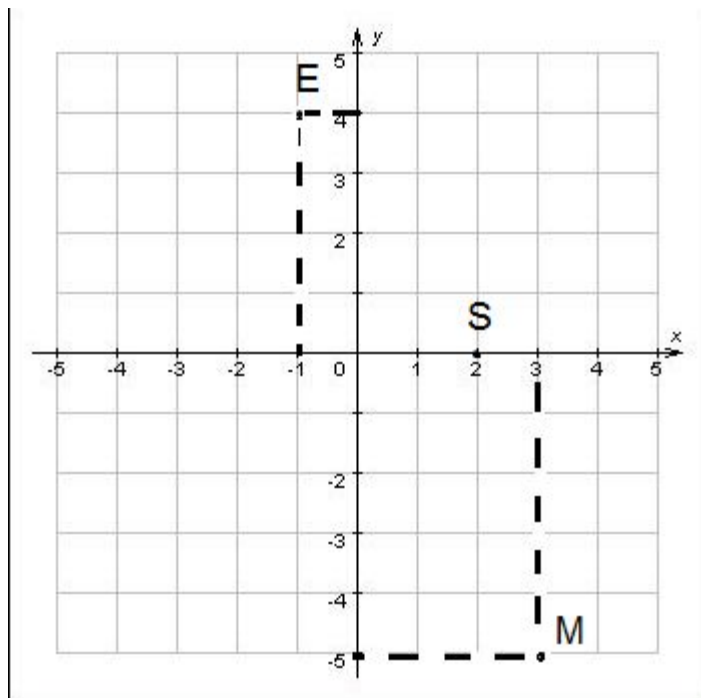
3)



$AC \parallel BD$

$AC \perp m$   
 $BD \perp m$

# Координатная плоскость.



$M(3; -5)$

3 - абсцисса  
- 5 - ордината

$E(-1; 4)$

$S(2; 0)$

Система координат.  
Точка  $O$  – начало  
координат.

$xOy$  – координатная  
плоскость.

$Ox$  – ось абсцисс.

$Oy$  – ось ординат.

# Графики.

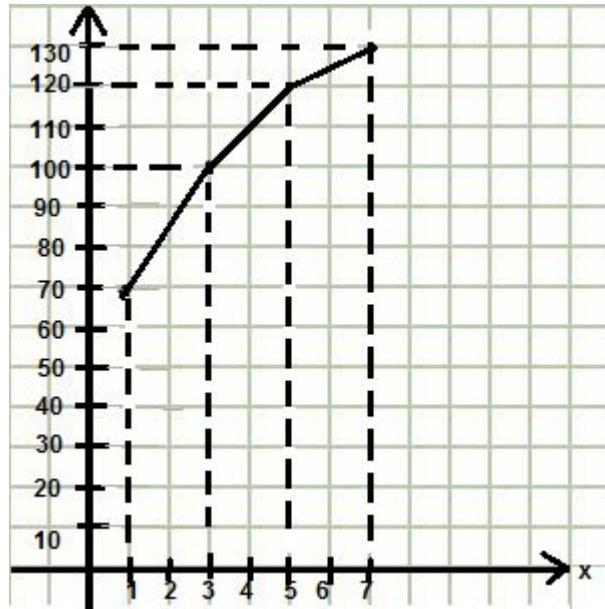


График – линия, построенная в системе координат.

График роста Маши от 1 года до 7 лет.