

Математика

6 класс



Делители и кратные.

1) Делители 10 :
1,2,5,10.

2) Кратные числа 10:
10,20,30,40,50...

1) Натуральное число, на которое 10 делится без остатка.

2) Число, которое на 10 делится без остатка.

3) Наименьшим кратным является само число.

4) Кратных существует бесконечное множество.

Признаки делимости.

На 10	На 5	На 2	На 3	На 9
Запись	числа	оканчивается на :	<i>если сумма делится</i>	<i>цифр числа на :</i>
на 0 167 89 <u>0</u> :10	на 0 и 5 167 89 <u>0</u> : 5 167 89 <u>5</u> : 5	0,2,4,6,8- четные числа. 167 89 <u>0</u> : 2 167 89 <u>2</u> : 2 167 89 <u>4</u> : 2 167 89 <u>6</u> : 2 167 89 <u>8</u> : 2	на 3 924:3 ,т.к. 9+2 + 4= 15 234561:3,т.к. 2+3+4+5+6+1= 21:3	на 9 927:9 ,т.к 9+2+7=18:9 879345: 9,т.к 8+7+9+3+4+5= 36:9

Простые и составные числа.

<p>1) Делители 7: 1,7 Делители 23: 1,23</p> <p>2) Делители 8: 1,2,4,8 Делители 10: 1,2,5,10</p>	<p>Простыми числами называют числа, имеющие только 2 делителя – 1 и само число.</p> <p>Составными числа называют числа, имеющие больше 2 делителей.</p>
<p>$78 = 2 \cdot 39$ $100 = 4 \cdot 25$ $18 = 2 \cdot 9$</p>	<p>Составное число можно разложить (представить в виде произведения) на 2 множителя, каждый из которых больше 1.</p> <p>Простое число разложить на множители нельзя.</p>

Разложение на простые множители.

1) $210 = 21 \cdot 10 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 =$
 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

2)
$$\begin{array}{r|l} 756 & 2 \\ 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$756 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$

1) Любое составное число можно разложить на простые множители.

1) Множители в ответе записываются в порядке возрастания.

1) При разложении больших чисел используют признаки делимости.

Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.

1) Общие делители чисел 48 и 36 :

1, 2, 3, 4, 6, 12

2) Наибольший общий делитель чисел 48 и 36.

$$\text{НОД}(48;36) = 12$$

3) Нахождение НОД для больших чисел 48;36

$$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$$

$$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

1) Делители 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

Делители 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

2) Наибольшее натуральное число на которое данные числа делятся без остатка.

Числа 24 и 35 взаимно простые, т.к.у них один общий делитель –число 1.

- Разлагаем числа на простые множители.
- Из разложения 1 числа ,вычеркиваем множители, которых нет в разложении 2 числа.

Наименьшее общее кратное

$$\text{НОК}(75;60) = 300$$

Первый способ (устно)

1) Берём большее число – 75

$$2) 75 \cdot 2 = 150$$

$$3) 75 \cdot 3 = 265$$

$$4) 75 \cdot 4 = 300$$

Второй способ (для больших чисел)

$$1) 75 = 25 \cdot 3 = 5 \cdot 5 \cdot 3 = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$2) 60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = \underline{2 \cdot 2} \cdot 3 \cdot 5$$

$$(3 \cdot 5 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 = 300$$

Наименьшее натуральное число, которое кратно (т.е делится) 75 и 60

- 1) 75 на 60 не делится .
- 2) 150 на 60 не делится .
- 3) 265 на 60 не делится.
- 4) 300 на 60 делится.

Выписываем разложение большего числа, добавляем недостающие множители.

Находим произведение
 $\text{НОК}(75;60) = 300$

Основной свойство дроби.

1)

$$\text{Дробь } \frac{3}{4}; \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

$$2) \quad \frac{30}{60} = \frac{30 : 10}{60 : 10} = \frac{3}{6} = \frac{3 : 3}{6 : 3} = \frac{1}{2}$$

1)

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

2) Числитель и знаменатель умножаем на число 5.

$\frac{3}{4}$ и $\frac{15}{20}$ - это различные записи того же числа.

Сокращение дробей.

$$1) \frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$$

$$\text{НОД}(15; 20) = 5$$

$$2) \frac{3}{4} \text{ — несократимая дробь.}$$

$$3) \frac{135}{180} = \frac{27 \cdot 5}{18 \cdot 10} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

Числитель и знаменатель разделить на общий делитель. (~~1~~)

НОД(3;4)=1, т.е. числа 3 и 4 взаимно простые.

$$27 : 9 = 3$$

$$18 : 9 = 2$$

$$5 : 5 = 1$$

$$10 : 5 = 2$$

Приведение дробей к общему знаменателю.

1) $\frac{3}{4}$ к знаменателю 8

Находим дополнительный множитель.

$$8:4 = 2$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

2)

$\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ привести к НОЗ

1. НОК(4;6)= 12

2. $12 : 4 = 3$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

3. $12 : 6 = 2$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

1. Найти НОК знаменателей
2. Находим дополнительный множитель для каждой дроби.

Обычно дроби приводят к наименьшему общему знаменателю (НОЗ). Он равен наименьшему общему знаменателю данных дробей.

Задача на движение.

$S = vt$, где S - путь, v - скорость, t - время.

	v	t	S
1 электропоезд	$x + 5$	2	$(x + 5)2$
2 электропоезд	x	2	$2x$

Пусть x км/ч скорость 2 электропоезда, т.к по условию два электропоезда прошли вместе 210 км.

Составляем уравнение :

$$(x+5)2 + 2x=210$$

$$\underline{2x} + 10 + \underline{2x} = 210$$

$$4x + 10 = 210$$

$$4x = 210 - 10$$

$$4x = 200$$

$$x = 200 : 4$$

$$x = 50$$

50 км/ч скорость 1 электропоезда

$$50 + 5 = 55 \text{ км/ч}$$

55 км/ч скорость 2 электропоезда

Ответ: 50 км/ч, 55 км/ч.

а) Сравнить $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$

б) Сложить $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$

в) Вычесть $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

1. Приведём дроби к **Наименьшему
Общему Знаменателю (НОЗ)**
НОЗ (3;5) = 15

2. Найдем дополнительный
множитель каждой дроби.

$$15 : 3 = 5 \quad 15 : 5 = 3$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}; \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

а) $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$, т.к. $10 > 9$

б) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$

в) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}$

Для примеров

а) , б) , в)

А) Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше дробь с большим числителем.

Б) Складываем числители, а знаменатель тот же .

В) Из числителя уменьшаемого вычитаем числитель вычитаемого, знаменатель тот же.

Сравнение дробей с одинаковыми числителями.

$$\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$$

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше.

$$\frac{1}{5} > \frac{1}{7} \text{ т.к. } 5 < 7$$

Пятая часть пирога больше, чем седьмая.

Сложение и вычитание смешанных чисел

$$1) \quad 16 \frac{3}{8} + 19 \frac{1}{4} = 35 \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\text{НОК} (8; 4) = 8$$

$$2) \quad 5 \frac{5}{6} + 3 \frac{3}{4} = 9 \frac{7}{12}$$

$$\text{НОК} (6; 4) = 12$$

$$\frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12} = 1 \frac{7}{12}$$

1. Складываем целые части.

$$16 + 19 = 35$$

2. Складываем дробные части.

1) $5 + 3 = 8$

2) Складываем дробные части .

3) Исключаем целую часть.

Вычитание смешанных чисел.

$$1) \quad 3 - \frac{5}{6} = 2 \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = 2 \frac{1}{6}$$

1) У 3 целых занимаем 1 целую и представляем её в виде дроби со знаменателем 6.

$$3 = 2 \frac{6}{6}$$

$$2) \quad 5 \frac{7}{9} - 2 \frac{1}{6} = 5 \frac{14}{18} - 2 \frac{3}{18} = 3 \frac{11}{18}$$

Находим НОК (9;6) = 18

Находим дополнительные множители.

$$18: 9 = 2$$

$$18: 6 = 3$$

Выполняем вычитание целых и дробных частей.

$$3) \quad 3 \frac{4}{9} - 1 \frac{5}{6} = 3 \frac{8}{18} - 1 \frac{15}{18} = 2 \frac{26}{18}$$

НОК (9;6) = 18

$$\frac{8}{18} < \frac{15}{18}$$

У 3 целых занимаем одну целую.

$$- 1 \frac{15}{18} = 1 \frac{11}{18}$$

$$3 \frac{8}{18} = 2 \frac{18+8}{18} = 2 \frac{26}{18}$$

Умножение дробей.

$$1) \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

$$2) \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{4 \cdot 14}{7 \cdot 15} = \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 15} = \frac{8}{15}$$

1) Умножаем дробь на число

$$A) 5 = \frac{5}{1}$$

(Целое число представить в виде дроби со знаменателем 1)

Б) Умножаем числитель и знаменатель, первое произведение записываем в числитель, второе в знаменатель.

См б)

Сократим дробь на 7.

Умножение смешанных чисел.

$S=vt$, где S —путь, v -скорость, t - время.

$$9\frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{12} = \frac{48}{5} \cdot \frac{17}{12} = \frac{48 \cdot 17}{5 \cdot 12} = \frac{4 \cdot 17}{5 \cdot 1} = \frac{68}{5}$$

$$\frac{68}{5} = 68 : 5 = 13\frac{3}{5} \text{ км}$$

Найти S (путь) .

- 1) Представим числа в виде неправильной дроби.

$$9\frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{48}{5}$$

$$1\frac{5}{12} = \frac{1 \cdot 12 + 5}{12} = \frac{17}{12}$$

- 2) Умножаем.
3) Сократим дробь.
4) Исключаем целое число.

Нахождение дроби от числа.

1) $\frac{3}{4}$ от 20 км

$$20 \cdot \frac{3}{4} = \frac{20 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ км}$$

Ответ : 15 км

2)

$\frac{2}{3}$ от $\frac{4}{5}$ огорода

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \text{ огорода}$$

Ответ : $\frac{8}{15}$

3) 0,6 от 20 км
 $20 \cdot 0,6 = 12$ км
Ответ : 12 км

4) 45 % от 8 га
 $45 \% = 0,45$
0,45 от 8 га
 $8 \cdot 0,45 = 3,6$ га
Ответ : 3,6 га

1) Чтобы найти дробь от числа, нужно число умножить на дробь.

$$20 = \frac{20}{1}$$

2) Число имеет наименование.(км, кг, минуты, секунды и т.д.)

Применение распределительного свойства умножения .

1) Распределительное св-во умножения.

$$(a + b)c = ac + bc$$

2) $(a - b)c = ac - bc$

Примеры:

$$1) \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 15 = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{1} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 1} - \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 1} = \frac{12}{1} - \frac{5}{1} = 12 - 5 = 7$$

$$2) \text{ а) } 2\frac{1}{14} \cdot 7 = \frac{29}{14} \cdot \frac{7}{1} = \frac{29 \cdot 7}{14 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{29}{2} = 14\frac{1}{2}$$

$$\text{ б) } 2\frac{1}{14} \cdot 7 = \left(2 + \frac{1}{14}\right) \cdot 7 = 2 \cdot 7 + \frac{1}{14} \cdot 7 = 14 + \frac{7}{14} = 14\frac{1}{2}$$

3)

$$5\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + 1\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot \left(5\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}\right) = 7; \quad \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{1} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$$

4)

$$\frac{3a}{8} + \frac{1a}{4} = a \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \right) = a \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8} \right) = a \frac{5}{8} \text{ или } \frac{5a}{8}$$

5)

$$\frac{3b}{4} - \frac{1b}{5} = b \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \right) = b \left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20} \right) = b \frac{11}{20} \text{ или } \frac{11b}{20}$$

Относительно сложения (умножаем каждое слагаемое на c)

Относительно вычитания (умножаем на c уменьшаемое и вычитаемое)

$$15 = \frac{15}{1}$$

умножаем на 15 уменьшаемое и вычитаемое

$$12 = \frac{12}{1}; \quad 5 = \frac{5}{1}$$

$$2\frac{1}{14} = \frac{2 \cdot 14 + 1}{14} = \frac{29}{14}$$

а) без применения свойства.

$$7 = \frac{7}{1}$$

$$2\frac{1}{14} = 2 + \frac{1}{14}$$

представим в виде суммы

Общий множитель $\frac{2}{7}$ выносим за скобки.

$\frac{2}{7}$

$$\text{Сложим } 5\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8} = 6\frac{8}{8} = 7$$

Выносим множитель a за скобки.

Затем находим НОК(8; 4)=8

Найдем НОК (4;5)= 20

Взаимно обратные числа.

1) $\frac{8}{15}$ и $\frac{15}{8}$, т. к. $\frac{8}{15} \cdot \frac{15}{8} = 1$

2) 7 и $\frac{1}{7}$, т. к. $\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7} = 1$

3) $3\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{23}$, т. к. $\frac{23}{6} \cdot \frac{6}{23} = 1$

1) Числа, взаимно обратные, если их произведение равно 1.

2) $7 = \frac{7}{1}$

3) $3\frac{5}{6} = \frac{18+5}{6} = \frac{23}{6}$

Деление .

Примеры :

$$1) \frac{7}{8} : 6 = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{48}$$

$$2) 2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{15} = \frac{12}{5} : \frac{16}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Рабочее правило :

Деление заменяем умножением на дробь, обратную делителю.

6 и $\frac{1}{6}$ – взаимно обратные числа.

2) Представим в виде неправильной дроби.

$$2\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{12}{5}$$

$$1\frac{1}{15} = \frac{1 \cdot 15 + 1}{15} = \frac{16}{15}$$

Нахождение числа по его дроби.

1) $\frac{2}{5}$ это 800 м²

$$800 : \frac{2}{5} = \frac{800}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{400}{1} \cdot \frac{5}{1} = 2000 \text{ м}^2$$

Ответ : 2000 м²

2) 0,8 это 2400 га

$$2400 : 0,8 = 24000 : 8 = 3000 \text{ га}$$

Ответ : 3000 га

3) 7% это 98 деталей

0,07 это 98 деталей

$$98 : 0,07 = 9800 : 7 = 1400 \text{ деталей}$$

Ответ : 1400 деталей.

1) Нужно число разделить на дробь.

Число имеет наименование.

$$800 = \frac{800}{1}$$

$\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{2}$ - взаимно обратные числа.

2) Число делим на дробь.

Переносим запятую и в делимом, и в делителе на 1 знак вправо.

3) $1\% = 0,01$

$$7\% = 0,07$$

Дробные выражения.

$$1) 2 : 3 = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline 0 & 0,66... \\ -20 & \\ \hline 18 & \\ \hline 20 & \end{array}$$

Дробное выражение-
частное двух чисел или
выражений (знак
деления заменяем
чертой дроби)

$$2) \frac{16,4}{1,4} \cdot 1 \frac{3}{4} = \frac{16,4 \cdot 7}{1,4 \cdot 4} = \frac{4,1 \cdot 1}{0,2 \cdot 1} = \frac{4,1}{0,2} = \frac{41}{2} = 20 \frac{1}{2} = 20,5$$

2) При выполнении
действий пользуемся
правилами для
обыкновенной дроби.

$$1 \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$3) \frac{2}{0,7} + \frac{3}{1,4} = \frac{20}{7} + \frac{30}{14} = \frac{70}{14} = 5$$

$$\text{НОК} (7; 14) = 14$$

Отношение.

1) $2 : 5 = \frac{2}{5}$

2) $6 : 1,5 = \frac{6}{1,5} = \frac{60}{15} = 4$

3) $1,5 : 6 = \frac{1,5}{6} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

4) 9 ц : 300 кг
9 ц = 900 кг
900 кг : 300 кг = 3
Ответ : 9 ц в 3 раза больше 300 кг.

1) Отношение – частное двух чисел(Можно деление заменить чертой дроби).

2) Отношение показывает во сколько раз первое число больше второго. (Если первое > второго)

3) Отношение показывает какую часть меньшее число составляет от большего.(Можно выразить в процентах)

Пропорции.

1) а) $3,6 : 1,2 = 6,3 : 2,1$
 $3 = 3$

б) $\frac{3,6}{1,2} = \frac{6,3}{2,1}$

2) $a : b = c : d$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

3) а и d – крайние члены пропорции.
 b и c- средние члены пропорции.

4) Основное свойство пропорции:

$\frac{3,6}{1,2} = \frac{6,3}{2,1}$

$3,6 \cdot 2,1 = 7,51$
 $6,3 \cdot 1,2 = 7,51$

5) $\frac{12,3}{6} = \frac{7x}{4,2}$

По основному свойству пропорции :

$12,3 \cdot 4,2 = 6 \cdot 7x$

$42x = 12,3 \cdot 4,2$

$x = \frac{12,3 \cdot 4,2}{42} = \frac{12,3 \cdot 0,1}{42} = 1,23$

Ответ : $X = 1,23$

1) Пропорция – равенство двух отношений.
 Деление можно заменить чертой дроби.

2) Читают : « Отношение а к b равно отношению с к d или а так относится к b, как с относится к d».

2) В записи это первый и последний член.

2) Крайние члены : 3,6 и 2, 1
 Средние члены : 1,2 и 6,3

В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних.

Прямая и обратная пропорциональность.

Задача 1

Пусть x рублей стоимость 1,5 кг.

	кол-во	стоимость
1 покупка	3,2 кг	115,2 р.
2 покупка	1,5 кг	x р.

$$\frac{3,2}{1,5} = \frac{115,2}{x}$$

По основному свойству пропорции :

$$3,2x = 1,5 \cdot 115,2$$

$$x = \frac{1,5 \cdot 115,2}{3,2}$$

$$x = 172,8 : 3,2$$

$$x = 54$$

Ответ: 54 рубля.

Задача 2

x м - ширина второго прямоугольника

	длина	ширина
1 прям.	3,6 м	2,4 м
2 прям.	4,8 м	x м

$$\frac{3,6}{4,8} = \frac{2,4}{x}$$

По основному свойству пропорции :

$$3,6 \cdot 2,4 = 4,8x$$

$$x = \frac{3,6 \cdot 2,4}{4,8} = \frac{3,6 \cdot 1}{2} = 1,8 \text{ м}$$

Ответ : 1,8 м

Зависимость прямо пропорциональная

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Составляем пропорцию (следуем по «стрелкам»)

Зависимость обратно пропорциональная.

Две величины называют обратно пропорциональными если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Масштаб

Масштаб –

Задача 1

Масштаб 1: 1 000 000

на местности	на карте
↓ x см	3 см ↓
↓ 1 000 000	1 ↓

$$\frac{x}{1\,000\,000} = \frac{3}{1}$$

$$x = 3 \cdot 1\,000\,000$$

$$x = 3\,000\,000$$

$$3\,000\,000 \text{ см} = 30 \text{ км}$$

Ответ: $x = 30 \text{ км}$

Задача 2

Масштаб 1: 100 000

на местности	на карте
↓ 4,5 км	x км ↓
↓ 100 000	1 ↓

$$\frac{4,5}{100\,000} = \frac{x}{1}$$

$$x = \frac{4,5}{100\,000}$$

$$100\,000$$

$$x = 0,000045 \text{ км}$$

$$0,000045 \text{ км} = 4,5 \text{ см}$$

Ответ : 4,5 см

это отношение двух отрезков:

длины на карте к длине отрезка на местности.

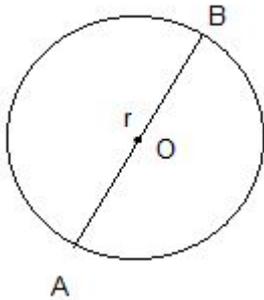
Пусть x см длина отрезка на местности.

Зависимость прямо пропорциональная.

Пусть x км длина отрезка на карте.

Зависимость прямо пропорциональная.

Длина окружности и площадь круга.



Окружность с центром O и радиусом r.

$$AB = d = 2r$$

C – длина окружности

π – читают : «Пи»

Формулы длины окружности.

S – площадь круга.

$$\frac{C}{d} = \pi$$

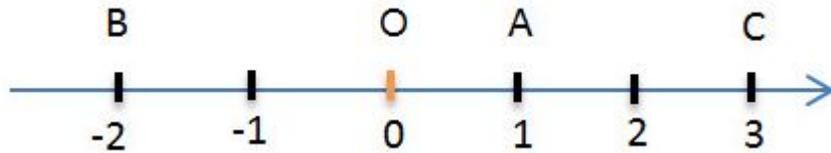
$$C = \pi d \quad (1)$$

$$C = 2\pi r \quad (2)$$

$$S = \pi r^2$$

$$\pi \approx 3,14$$

Координаты на прямой.



A (1)

B (- 2)

C (3)

Координатная прямая, на которой :

1) Точка O – начало отсчёта (начало координат)

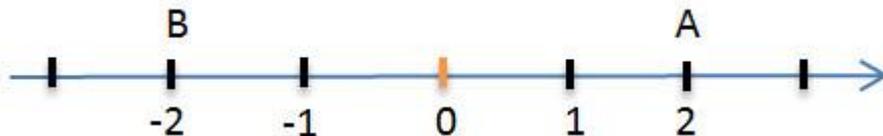
Читают: «Точка A с координатой 1»

2) Выбрано положительное направление.

3) Выбран единичный отрезок.

Координата точки- это число, показывающее положение точки на прямой.

Противоположные числа.



A (2)

B (-2)

2 и -2 – противоположные числа.

Для каждого числа есть одно противоположное.

0 противоположен сам себе.

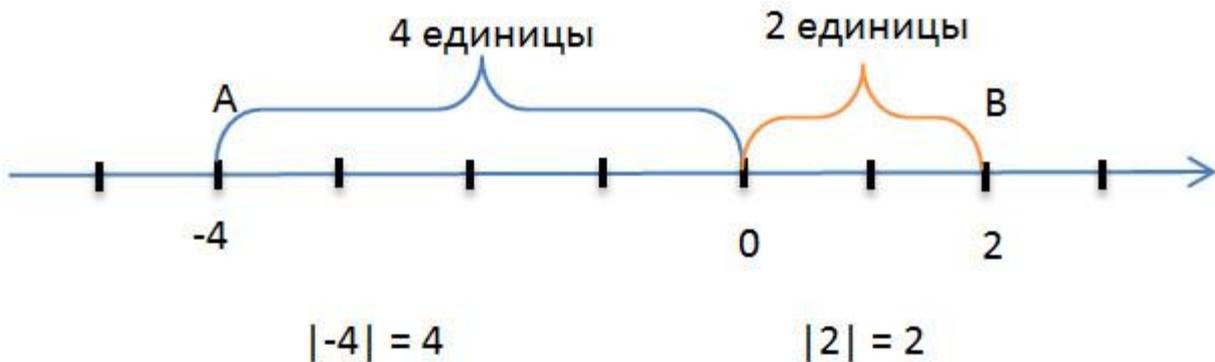
-a – читают: « Число противоположное a».

Целые числа – это натуральные числа,
противоположные им отрицательные числа и нуль.

2 и -2 удалены от 0 на одинаковое расстояние, вправо и влево.

Противоположные числа- это числа,
которые отличаются только знаком.

Модуль числа



$$|-4| = 4$$

$$|2| = 2.$$

$$|0| = 0$$

$$|a| = a, \text{ если } a > 0;$$

$$|-a| = a, \text{ если } a < 0;$$

$$|-a| = |a|$$

$$OA = (4)$$

$$OB = (2)$$

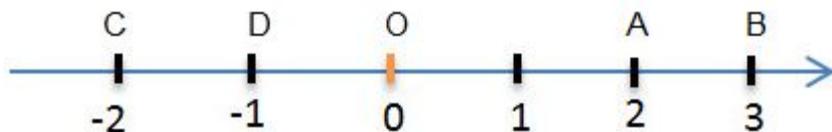
Модуль -4 равен 4.

Модуль 2 равен 2 .

Модулем числа a называется расстояние O (o) до A (a).

Модули противоположных чисел равны.

Сравнение чисел.



O (0)

A (2)

B (3)

C (-2)

D (-1)

2) $-1 < 0$; $-2 < 0$

2) $2 > 0$; $3 > 0$

2) $1 > -2$

2) $6 > 1$

2) $-1 > -2$, т. к.
 $|-1| < |-2|$
 $1 < 2$

1) На координатной прямой точка с большей координатой лежит **правее** точки с меньшей координатой.

1) Любое отрицательное число **меньше** нуля.

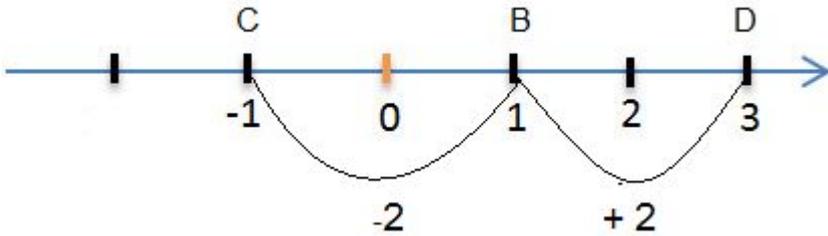
1) Любое положительное число **больше** нуля.

1) Любое положительное число **больше** любого отрицательного.

5) Из двух положительных чисел, больше то, модуль которого больше.

5) Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Изменение величин.



B (1)

D (3)

C (-1)

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + (-2) = -1$$

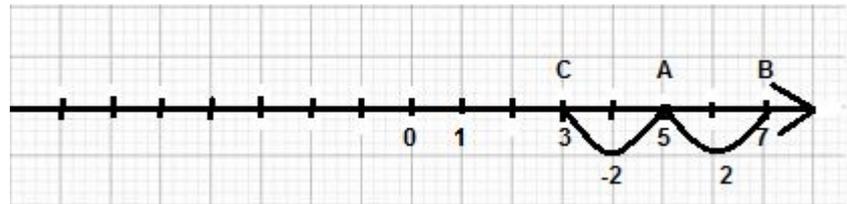
1) Перемещение вправо обозначается положительным числом.

1) Перемещение влево обозначается отрицательным числом.

1) Увеличение любой величины – положительное число.

1) Уменьшение любой величины – отрицательное число.

Сложение чисел с помощью координатной прямой.



$$5 + 2 = 7$$

$$5 + (-2) = 3$$

Примеры :

1) $(-7) + 4 = -3$

2) $(-2) + (-4) = -6$

3) $4 + (-4) = 0$

1) $(-5) + 0 = -5$

$$A(5) \rightarrow B(7)$$

$$A(5) \rightarrow C(3)$$

1) Прибавить к числу a число b , значит изменить число a на b единиц.

2) Любое число от прибавления

а) Положительного числа – увеличивается

б) Отрицательного числа – уменьшается.

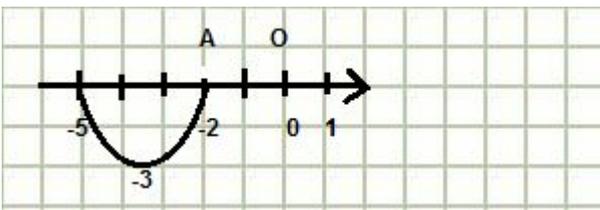
3) Сумма двух противоположных чисел равна 0.

$$a + (-a) = 0$$

4) От прибавления нуля число не изменяется.

$$a + 0 = a$$

Сложение отрицательных чисел.



$$A (-2) \rightarrow B (-5)$$

$$-2 + (-3) = -5$$

Примеры:

$$1) \quad -6,8 + (-5,1) = -(6,8 + 5,1) = -11,9$$

$$2) \quad -\frac{1}{4} + -\left(\frac{1}{8}\right) = -\left(\frac{2}{8} + \frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{8}$$

$$\text{НОК}(4;8) = 8$$

1) При сложении отрицательных чисел :

а) Складываем модули.

б) Ставим знак «-».

Рабочее правило :

1) Ставим знак «-».

2) Складываем модули.

Сложение чисел с разными знаками.

Примеры:

$$1) \quad 6,1 + (-4,2) = + (6,1 - 4,2) = 1,9$$

$$2) \quad -3\frac{2}{7} + 4\frac{5}{7} = 4\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7} = 1\frac{3}{7}$$

$$3) \quad 2,7 + (-3,4) = - (3,4 - 2,7) = -0,7$$

$$4) \quad -8\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} = - \left(8\frac{4}{5} - 2\frac{1}{3} \right) =$$

$$- \left(8\frac{12}{15} - 2\frac{5}{15} \right) = -6\frac{7}{15}$$

Рабочее правило :

1) Сравниваем модули чисел, находим больший.

$$|6,1| = 6,1; \quad |-4,2| = 4,2$$

$$6,1 > 4,2$$

2) Ставим знак большего модуля.

3) Из большего модуля вычитаем меньший.

$$\text{НОК} (5; 3) = 15$$

Вычитание.

Пример :

$$5 - 13 = 5 + (-13) = -(13 - 5) = -8$$

Определение :

$$a - b = a + (-b)$$

Примеры :

$$1) \quad 8 - 15 = 8 + (-15) = -(15 - 8) = -7$$

$$2) \quad -15 - 6 = -15 + (-6) = -(15 + 6) = -21$$

$$3) \quad -6 - 15 = -6 + (-15) = -21$$

$$4) \quad 10 - (-5) = 10 + 5 = 15$$

$$5) \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} + (-\frac{3}{6}) = -(\frac{3}{6} - \frac{2}{6})$$

$$= -\frac{1}{6}$$

Из числа **a** вычесть число **b**, значит к числу **a** прибавить число *противоположное b*.

Если уменьшаемое меньше вычитаемого, то *разность отрицательна*.

Для -5 противоположно 5 .

$$\text{НОК}(3; 2) = 6$$

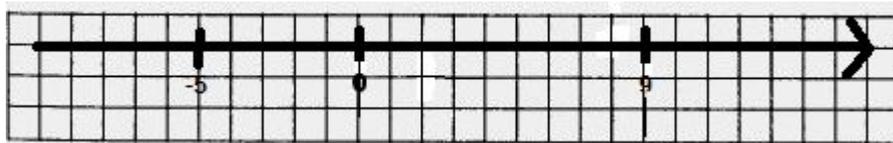
Расстояние между точками.

Дано :

A (-5), B (9)

Найти длину отрезка АВ.

Решение:



$$AB = 9 - (-5) = 9 + 5 = 14$$

Чтобы найти длину отрезка, надо :

Из координаты правого конца вычесть координату левого конца. (У правого конца координата больше).

Умножение.

$$1) \quad (-2) \cdot (-3) = 6 \\ -2,5 \cdot (-0,4) = 1$$

$$-2 \frac{1}{3} \cdot (-5 \frac{2}{7}) = \frac{7}{3} \cdot \frac{37}{7}$$

$$\frac{7}{3} \cdot \frac{37}{7} = \frac{1 \cdot 37}{3 \cdot 1} = \frac{37}{3} = 12 \frac{1}{3}$$

$$-0,4 \cdot 200 = -80$$

$$2) \quad -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{6} = -1$$

а) Произведение отрицательных чисел – положительное число.

б) Перемножаем модули.

При умножении чисел с разными знаками :

- 1) Ставим знак «-».
- 2) Перемножаем модули.

Деление.

Примеры :

1) а) $-12 : (-4) = 12 : 4 = 3$

б) $-5,4 : (-0,9) = 5,4 : 0,9 = 54 : 9 = 6$

в) $-5,4 : (-6) = 5,4 : 6 = 0,9$

2) $-\frac{21}{3} : \frac{14}{15} = -\left(\frac{21}{3} : \frac{14}{15}\right) = -\left(\frac{7}{3} \cdot \frac{15}{14}\right) =$

$$-\left(\frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 2}\right) = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

3) $0 : (-6) = 0$

1) а) Частное отрицательных чисел – положительное число.

б) Модуль делимого разделить на модуль делителя.

Переносим запятую и в делимом, и в делителе на 1 знак вправо.

Если целая часть делимого меньше делителя, то в частном будет 0 целых .

При делении чисел с разными знаками :

а) Ставим знак «-»

б) Модуль делимого разделить на модуль делителя.

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

При делении нуля на любое число, получается нуль.

На 0 делить нельзя !!!

Рациональные числа.

1) $\frac{a}{n}$, где a – целое число, n – натуральное число.

2) $a = \frac{a}{1}$
 $-5 = \frac{-5}{1}; \quad 7 = \frac{7}{1}; \quad 0 = \frac{0}{1}$

3) $0,23 = \frac{23}{100}$
 $-5\frac{1}{4} = -\frac{21}{4}$

• $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$
 $-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = -\frac{2}{6} + (-\frac{3}{6}) = -\frac{5}{6}$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{3} = 0,333...$

25

$$\frac{1}{3} = 0,333... = 0,(3)$$

3

$$\frac{1}{15} = 0,0666... = 0,0(6)$$

15

-Рациональное число.

Любое число – рациональное число.

Любая дробь (положительная, отрицательная, десятичная, смешанное число) – рациональное число.

Сумма

Разность

Произведение

Частное(если знаменатель – рациональное число),
тоже являются рациональными числами.

Любое рациональное число можно представить в виде десятичной или периодической дроби.

Свойства действий с рациональными числами.

1) $a+b = b+a$, $a+(b+c) = (a+b)+c$

$$2,6 + 7,3 = 7,3 + 2,6 = 9,9$$

$$\frac{3}{8} + \left(\frac{5}{8} + \frac{9}{8} \right) = \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) + \frac{9}{8} = 1 \frac{9}{8} = 2 \frac{1}{8}$$

2) $a + 0 = a$;

$$a + (-a) = 0$$

$$-\frac{5}{6} + 0 = -\frac{5}{6} ; \quad 7,9 + (-7,9) = 0$$

3) $a \cdot b = b \cdot a$

$$a(bc) = (ab)c$$

$$3 \cdot (-2) = -2 \cdot 3$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} \right) = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{1}{5} = 1 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

4) $a \cdot 1 = a$; $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

5) а) $a \cdot 0 = 0$ б) $ab = 0$

$$6,3 \cdot 0 = 0$$

$$a = 0 \text{ или } b = 0$$

1) Сложение обладает переместительным и сочетательным свойствами.

$$\frac{8}{8} = 1$$

2) а) От прибавления нуля число не изменяется.

б) Сумма противоположных чисел равна 0.

3) Умножение обладает переместительным и сочетательным свойствами.

4) Умножение на 1 не изменяет число, произведение взаимно обратных чисел = 1.

5) При умножении на :

а) Ноль получается 0.

б) Произведение равно 0, когда хотя бы один из множителей равен 0.

Свойства действий с рациональными числами.(продолжение)

$$(x-3) \cdot (x+3) = 0$$

$$x-3=0 \text{ или } x+3=0$$

$$x=3 \quad x=-3$$

Ответ: $x=3$, $x=-3$.

6) $(a+b)c = ac+bc$

Пример :

$$0,8 \cdot \left(\frac{7}{9}\right) + 0,2 \cdot \left(\frac{7}{9}\right) = \frac{7}{9}(0,8+0,2) = \frac{7}{9} \cdot 1 = \frac{7}{9}$$

Распределительное
свойство умножения
относительно сложения.

Раскрытие скобок.

1) Перед скобками стоит знак «+».

$$- 2,87 + (2,87 - 7,639) =$$

0

$$- 2,87 + 2,87 - 7,639 = - 7,639$$

2) Перед скобками стоит знак «-».

$$9,36 - (9,36 - 5,48) =$$

0

$$9,36 - 9,36 + 5,48 = 5,48$$

3) $(- 4 - 20) + (6 + 13) - (7 - 8) - 5 =$

$$\underline{-4} \underline{-20} + 6 + 13 \underline{-7} + 8 \underline{-5} = - (4 + 20 + 7 + 5) = - 36 + (6 + 13 + 8) = - 36 + 27 = - 9$$

1) Опускаем скобки (не пишем) и знак «+», и все слагаемые записываем с их знаками.

1) Опускаем скобки и знак «-», и все слагаемые записываем с противоположными знаками.

1) Раскрываем скобки и используем переместительный и сочетательный законы сложения.

Коэффициент.

1) $0,3a \cdot (-0,7b) = -0,21ab$

2) а) $a = 1 \cdot a$

б) $ab = 1 \cdot ab$

в) $-x = -1 \cdot x$

3) $-a \cdot (-8b) = 8ab$

1) Числовой множитель $-0,21$ – это коэффициент (обычно пишем на 1-ом месте).

2) Коэффициент а) 1
 б) 1
 в) -1

Упростим выражение

$$-1 \cdot (-8) = 8$$

Коэффициент- 8

Подобные слагаемые.

$$1) (a + b)c = ac + bc$$

Примеры :

$$1) -3 \cdot (a - 2b) = -3 \cdot a - (-3) \cdot (-2b) = \\ \underline{-3a + 6b}$$

$$2) 2m - 7m + 3m = m(2 - 7 + 3) = \underline{-2m}$$

$$3) 3b + \cancel{b} - 5b - \cancel{b} = -2b$$

$$4) \underline{-6a + 8b} - \underline{a} - b = \underline{-7a + 7b}$$

$$-a = -1 \cdot a$$

Раскрытие скобок с применением распределительного свойства умножения.

$$1) \quad -3 \text{ умножим на } a. \\ \quad \quad -3 \text{ умножим на } (-2b)$$

2) а) Слагаемые с одинаковыми буквенными множителями называют *подобными слагаемыми*.

б) Упростить выражения можно только с подобными слагаемыми. Эти упрощения называются *приведением подобных слагаемых*.

3) Для упрощения выполним действия над коэффициентами.

$$3 - 5 = -2$$

4) Две группы подобных слагаемых.

$$1) -6 - 1 = -7$$

$$2) 8 - 1 = 7$$

Решение уравнений.

1) $4(x + 5) = 12$

$$\frac{4(x+5)}{4} = \frac{12}{4}$$

$$(x+5) = 3$$

$$x = 3 - 5$$

Ответ: $x = -2$.

Примеры :

$$\frac{3}{3}x + 12 = x$$

$$\frac{1}{3}x + 12 = x$$

$$3$$

$$x + 36 = 3x$$

$$x - 3x = -36$$

$$-2x = -36$$

$$x = 36 : 2$$

$$x = 18$$

Ответ : $x = 18$

$$\frac{x+7}{3} = \frac{2x-3}{5}$$

$$3 \quad 5$$

$$5(x+7) = 3(2x-3)$$

$$5x + 35 = 6x - 9$$

$$5x - 6x = -9 - 35$$

$$-1x = -44$$

$$x - 44 : 1$$

$$x = 44$$

Ответ : $x = 44$

1) Разделим обе части уравнения на 4 (или умножим на $\frac{1}{4}$)

2) Слагаемые переносим из одной части в другую, изменив знак на противоположный.

1) Умножим обе части уравнения на 3.

$$12 = \frac{12}{1}; x = \frac{x}{1}$$

2) Переносим слагаемые из одной части в другую
(с переменной влево, без переменной вправо)

3) Приводим подобные слагаемые

$$x = 1x$$

$$1x - 3x = -2x$$

1) По основному свойству пропорции:
произведение крайних членов равно произведению средних

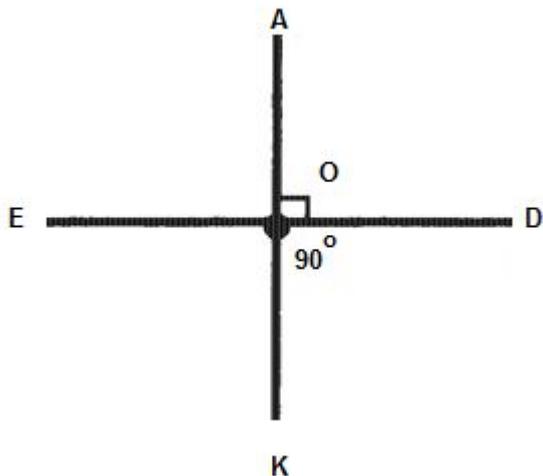
2) $5x + 35$

$$6x - 9$$

3) См. предыдущий пример.

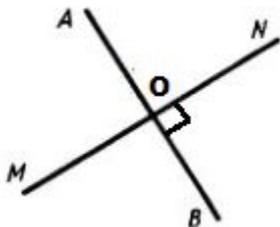
Перпендикулярные прямые.

1)



$ED \perp AK$

2)



$AB \perp MN$

3)

Две прямые, образующие при пересечении прямые углы, называют *перпендикулярными*.

Читают: « Прямая ED перпендикулярна прямой АК»

$AB \cap MN = O$ (\cap - пересекает)

$\angle AON = \angle NOB, \angle BOM, \angle AOM.$

$\angle NOB = 90^\circ$

Прямая AB перпендикулярна прямой MN.

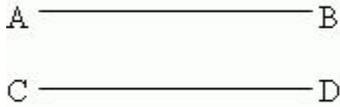
Для построения перпендикулярных прямых используют:

а) транспортир б) чертёжный треугольник.

Параллельные прямые.

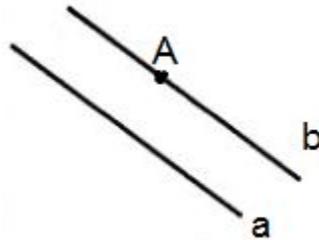
1)

$AB \parallel CD$



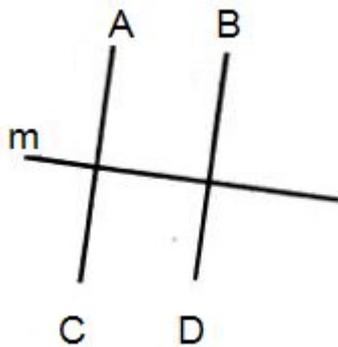
Прямые, которые не пересекаются, называются параллельными.

2)



Построим через точку A, прямую, параллельную прямой a.
 $b \parallel a$

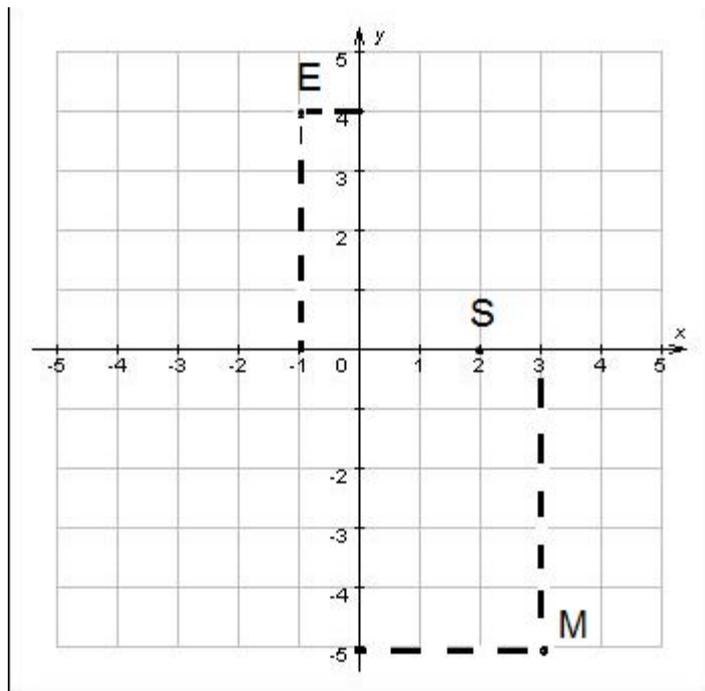
3)



$AC \parallel BD$

$AC \perp m$
 $BD \perp m$

Координатная плоскость.



$M (3 ; -5)$

3 - абсцисса
- 5 - ордината

$E (-1 ; 4)$

$S (2 ; 0)$

Система координат.
Точка O – начало
координат.

xOy – координатная
плоскость.

Ox – ось абсцисс.

Oy – ось ординат.

Графики.

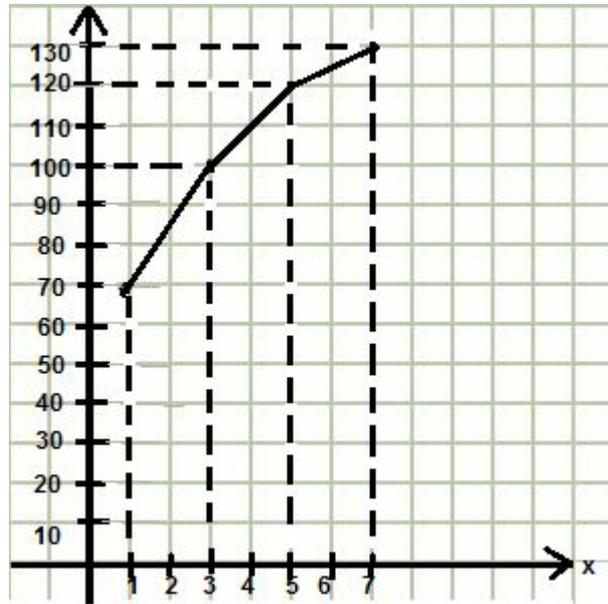


График – линия,
построенная в системе
координат.

График роста Маши от 1
года до 7 лет.