

Демонстрационный вариант по математике (профиль), 13-17 задания, часть II

Иванова Нина Николаевна,
учитель математики
МОУ «СОШ» с. Большелуг
Корткеросский район
Республика Коми



13. а) Решите уравнение $4 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi/2]$.

Пусть $4^{\cos x} = t$, тогда уравнение примет вид $4t^2 - 9t + 2 = 0$, $D = 49$, $t_1 = 2, t_2 = 0,25$



$$4^{\cos x} = 2$$

$$2^{2 \cos x} = 2^1$$

$$2 \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

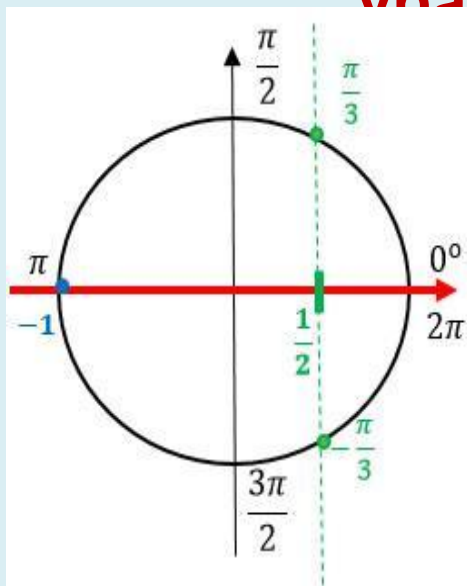
$$4^{\cos x} = \frac{1}{4}$$

$$4^{\cos x} = 4^{-1}$$

$$\cos x = -1$$



**13. Для наглядности нарисуем
тригонометрический круг, чтобы показать, как
найти общие решения этих двух маленьких
уравнений**



$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



13Б) Определим, какие из корней принадлежат промежутку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

Попробуем сделать 1 оборот по часовой стрелке, т. е. вместо n подставим 1.

$$\text{если } n = 1, \text{ то } x = \frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{7\pi}{3} \notin [-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$$

$$\text{если } n = 1, \text{ то } x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3} \notin [-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$$

$$\text{если } n = 1, \text{ то } x = \pi + 2\pi = 3\pi \notin [-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$$



13. Попробуем сделать 1 оборот по часовой стрелке, т.е. вместо n подставим 1.

если $n = -1$, то $x = \frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{5\pi}{3} \in [-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

если $n = -1$, то $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \notin [-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

если $n = -1$, то $x = \pi - 2\pi = -\pi \in [-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

Ответ: а) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{5\pi}{3}; -\pi$



Решите 14 задание и напишите ответ

14а

а) Пусть точка H — середина AC .
Тогда $BN^2 = BN^2 + NH^2 = 63$. Вместе с

тем,

$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63$. Тогда
по теореме, обратной теореме
Пифагора, треугольник BMN
является прямоугольным с
прямым
углом M .



Решите 14 задание и напишите ответ

146

б) Проведём перпендикуляр NP к прямой A_1B_1 , кроме нее $NP \perp A_1A$. Следовательно, $NP \perp ABV_1$. Поэтому MP — проекция MN на плоскость ABV_1 . Прямая VM перпендикулярна MN , тогда по теореме о трёх перпендикулярах $VM \perp MP$. Следовательно, угол NMP — линейный угол искомого угла. Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1B_1C_1$, то есть $NP = 3\sqrt{3}/2$. Поэтому $\sin NMP = \sqrt{3}:\sqrt{8}$. Следовательно, $NMP = \arcsin \sqrt{3}:\sqrt{8}$



15. Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{x}{27}} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$$

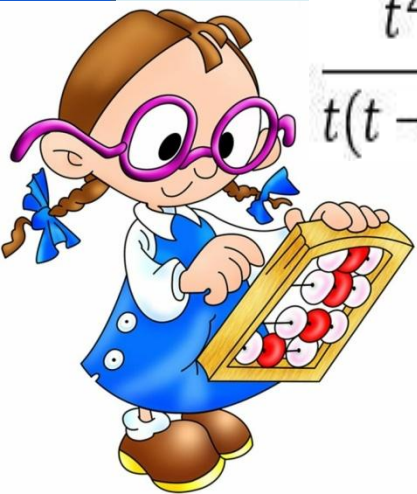
$$\frac{\log_3 x}{\log_3 x - 3} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - 3 \log_3 x}$$

Пусть $\log_3 x = t$, тогда

$$\frac{t}{t-3} \geq \frac{4}{t} + \frac{8}{t^2 - 3t}$$

$$\frac{t^2}{t(t-3)} - \frac{4t-12}{t(t-3)} - \frac{8}{t(t-3)} \geq 0$$

Ни в коем случае не умножаем обе части неравенства на знаменатель! Мы потеряем корни и получатся неверные числовые промежутки в конце решения!



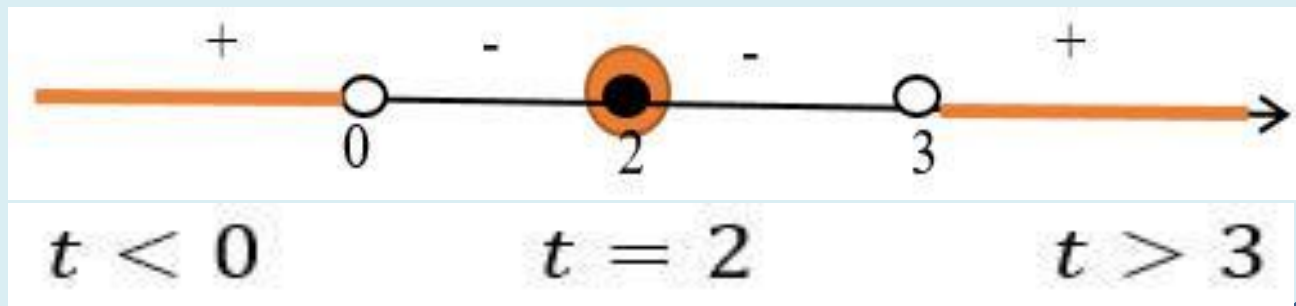
15

$$\frac{t^2 - 4t + 12 - 8}{t(t - 3)} \geq 0;$$

$$\frac{t^2 - 4t + 4}{t(t - 3)} \geq 0;$$

$$\frac{(t - 2)^2}{t(t - 3)} \geq 0;$$

Дробь равна 0 при $t=0$; 2; 3. Отмечаем эти числа на числовое прямой. Определяем знаки промежутков и выбираем положительные, т.к. знак неравенства у нас «Больше или равно».



15. Делаем обратную замену.

$$\log_3 x < 0$$

$$0 < x < 1$$

$$\log_3 x = 2$$

$$x = 9$$

$$\log_3 x > 3$$

$$x > 27$$

Ответ: $(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$



Две окружности касаются внешним образом в точке K .
Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B .
Прямая BK пересекает первую окружность в точке D ,
прямая AK пересекает вторую окружность в точке C

а) Докажите,

16(a)

а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K , пересекает AB в точке M . По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM = KM$ и $KM = BM$. Треугольник AKB , у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный. Вписанный угол AKD прямой, поэтому он опирается на диаметр AD . Значит, $AD \perp AB$. Аналогично, получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.



16. Две окружности касаются внешним образом в точке K .

Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B .

**Прямая BK пересекает первую окружность в точке D ,
прямая AK пересекает вторую окружность в точке C**

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы

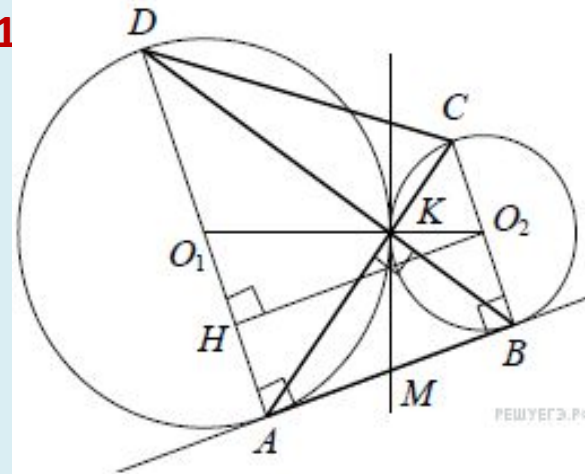
окружностей равны 4 и 1

Пусть, для определенности, первая
окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус

1. Треугольники BKC и AKD подобны,
 $AD:BC=4$. Пусть $S_{BKC} = S$, тогда $S_{AKD} = 16S$.

У треугольников AKD и AKB общая
высота, следовательно, $S_{AKD} : S_{AKB} =$
 $DK : KB = AD : BC$ то есть $S_{AKB} = 4S$.

Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь
трапеции $ABCD$ равна $25S$.



16. Две окружности касаются внешним образом в точке K .

Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B .

**Прямая BK пересекает первую окружность в точке D ,
прямая AK пересекает вторую окружность в точке C**

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы

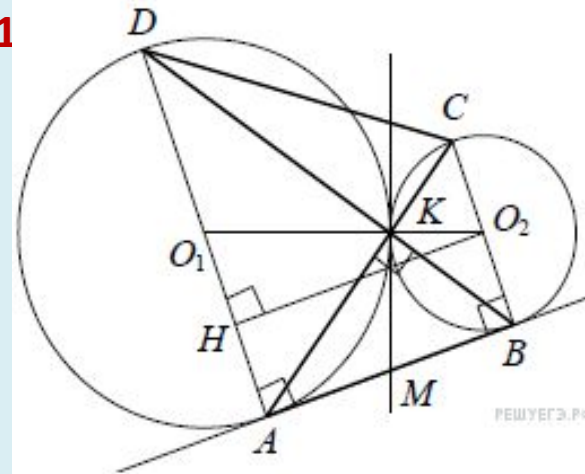
Вычислим площадь трапеции $ABCD$.

**Проведём к AD перпендикуляр O_2H , равный
высоте трапеции, и найдём его из
прямоугольного треугольника O_2HO_1 : $O_2H=4$.**

$$S_{ABCD} = (AD+BC) \cdot O_2H = 20$$

**Следовательно, $25S = 20$,
откуда $S = 0,8$ и $S_{AKB} = 4S = 3,2$.**

Ответ: 3,2.



- 17.** С 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую

сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06
------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

15.07						
-------	--	--	--	--	--	--

Долг						
------	--	--	--	--	--	--

(в млн рублей)						
----------------	--	--	--	--	--	--

1						
---	--	--	--	--	--	--

0,6						
-----	--	--	--	--	--	--

0,4						
-----	--	--	--	--	--	--

0,3						
-----	--	--	--	--	--	--

0,2						
-----	--	--	--	--	--	--

0,1						
-----	--	--	--	--	--	--

0						
---	--	--	--	--	--	--

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей



Решите 17 задание и напишите ответ

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом: 1; 0,6; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0. Пусть $k=1+r/100$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен: k ; $0,6k$; $0,4k$; $0,3k$; $0,2k$; $0,1k$. Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют: $k-0,6$; $0,4k-0,6$; $0,3k-0,4$; $0,2k-0,3$; $0,1k-0,2$; $0,1k$.



Общая сумма выплат составляет:
 $k(1+0,6+0,4+0,3+0,2+0,1)-(0,6+0,4+0,3+0,2+0,1)=$
 $(k-1)(1+0,6+0,4+0,3+0,2+0,1)+1$. По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей, значит, $2,6(k-1)+1 < 1,2$; $2,6r/100+1 < 1,2$; $r < 7,692\dots$

Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7. Ответ: 7



Источники:

https://images.wallpaperscraft.ru/image/siniy_linii_oval_fon_65989_2560x1600.jpg

<http://rudn-mr.ru/files/news/2019-05-28-913660914.jpg>

<https://avatars.mds.yandex.net/get-pdb/1613577/22a99f61-1014-4bf5-9bf8-f1a5754e7519/s1200?webp=false>

<https://i.simpalsmedia.com/999.md/BoardImages/900x900/d9b5321b856894afa36c123e82ee81af.jpg>

<https://eus-www.sway-cdn.com/s/wXtdnC42tu95QCWI/images/1lcu98edy4QJHQ?quality=1080&isThumbnail=True>

<http://xn--80aaasqmjacq0cd6n.xn--p1ai/app/examples/Zadanie-7/>

<http://fipi.ru/EGE-I-GVE-11/DEMOVERSII-SPECIFIKACII-KODIFIKATORY>

<http://xn--80aaasqmjacq0cd6n.xn--p1ai/app/examples/Zadanie-25/>

Шаблон авторский

