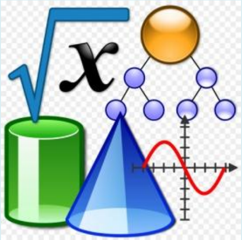


Демонстрационный вариант по математике (профиль), 13-17задания, часть II

Иванова Нина Николаевна,
учитель математики
МОУ «СОШ» с. Большелуг
Корткеросский район
Республика Коми

13. а) Решите уравнение $4 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi/2]$.

Пусть $4^{\cos x} = t$, тогда уравнение примет вид $4t^2 - 9t + 2 = 0$, $D = 49$, $t_1 = 2$, $t_2 = 0{,}25$

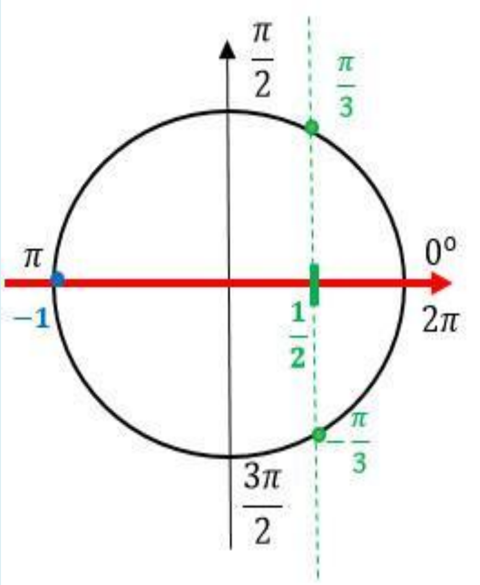
$$4^{\cos x} = 2 \qquad\qquad 4^{\cos x} = \frac{1}{4}$$

$$2^{2\cos x} = 2^1 \qquad\qquad 4^{\cos x} = 4^{-1}$$

$$2\cos x = 1 \qquad\qquad \cos x = -1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

13. Для наглядности нарисуем тригонометрический круг, чтобы показать, как найти общие решения этих двух маленьких уравнений



$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

13Б)Определим, какие из корней принадлежат промежутку [-2π; -π/2].

Попробуем сделать 1 оборот по часовой стрелке, т. е. вместо n подставим 1.

$$\text{если } n = 1, \text{ то } x = \frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{7\pi}{3} \notin \left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{если } n = 1, \text{ то } x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3} \notin \left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{если } n = 1, \text{ то } x = \pi + 2\pi = 3\pi \notin \left[-2\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$$

13. Попробуем сделать 1 оборот по часовой стрелке, т.е. вместо n подставим 1.

если $n = -1$, то $x = \frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{5\pi}{3} \in \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

если $n = -1$, то $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \notin \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

если $n = -1$, то $x = \pi - 2\pi = -\pi \in \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $-\frac{5\pi}{3}$; $-\pi$

Решите 14 задание и напишите ответ

14а

а) Пусть точка *H* — середина *AC*. Тогда $BN^2=BH^2+NH^2=63$. Вместе с тем, $BM^2+MN^2=(3^2+6^2)+(3^2+3^2)=63$. Тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник BMN является прямоугольным с прямым углом M.

Решите 14 задание и напишите ответ

14б

б) Проведём перпендикуляр NP к прямой A_1B_1, кроме нее $NP \perp A_1A$. Следовательно, $NP \perp ABB_1$. Поэтому MP — проекция MN на плоскость ABB_1. Прямая BM перпендикулярна MN, тогда по теореме о трёх перпендикулярах $BM \perp MP$. Следовательно, угол NMP — линейный угол искомого угла. Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1B_1C_1$, то есть $NP=3\sqrt{3}/2$. Поэтому $\sin NMP=\sqrt{3}:\sqrt{8}$. Следовательно, $NMP=\arcsin\sqrt{3}:\sqrt{8}$

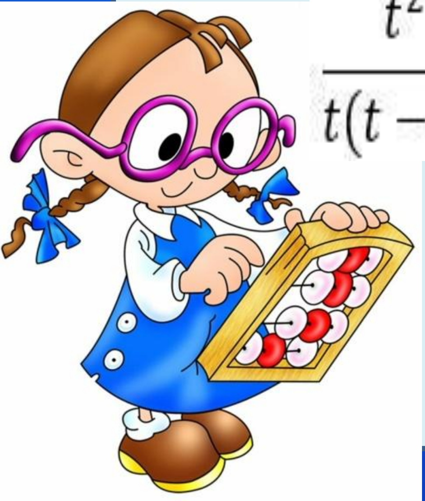
15. **Решите неравенство** $\dfrac{\log_3 x}{\log_3 \frac{x}{27}} \geq \dfrac{4}{\log_3 x} + \dfrac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 x - 3} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - 3\log_3 x}$$

Пусть $\log_3 x = t$, тогда

$$\frac{t}{t-3} \geq \frac{4}{t} + \frac{8}{t^2 - 3t}$$

$$\frac{t^2}{t(t-3)} - \frac{4t-12}{t(t-3)} - \frac{8}{t(t-3)} \geq 0$$



Ни в коем случае не умножаем обе части неравенства на знаменатель! Мы потеряем корни и получатся неверные числовые промежутки в конце решения!

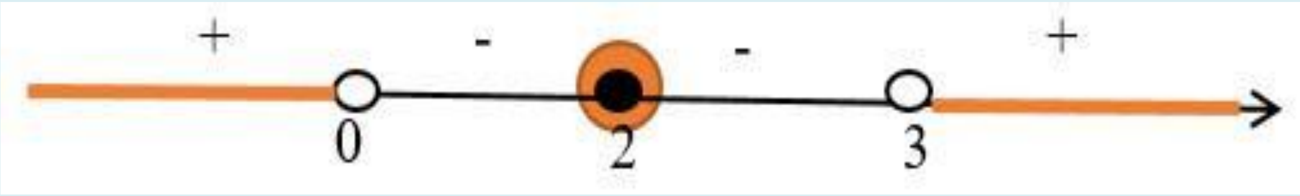
15

$$\frac{t^2 - 4t + 12 - 8}{t(t-3)} \geq 0;$$

$$\frac{t^2 - 4t + 4}{t(t-3)} \geq 0;$$

$$\frac{(t-2)^2}{t(t-3)} \geq 0;$$

Дробь равна 0 при t=0; 2; 3. Отмечаем эти числа на числовое прямой. Определяем знаки промежутков и выбираем положительные, т.к. знак неравенства у нас «Больше или равно».



$t < 0$ $\qquad$ $t = 2$ $\qquad$ $t > 3$

15. Делаем обратную замену.

$\log_3 x < 0$ $\qquad$ $\log_3 x = 2$ $\qquad$ $\log_3 x > 3$

$0 < x < 1$ $\qquad$ $x = 9$ $\qquad$ $x > 27$

Ответ: $(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$

Две окружности касаются внешним образом в точке *K*.
Прямая *AB* касается первой окружности в точке *A*, а второй — в точке *B*.
Прямая *BK* пересекает первую окружность в точке *D*,
прямая *AK* пересекает вторую окружность в точке *C*

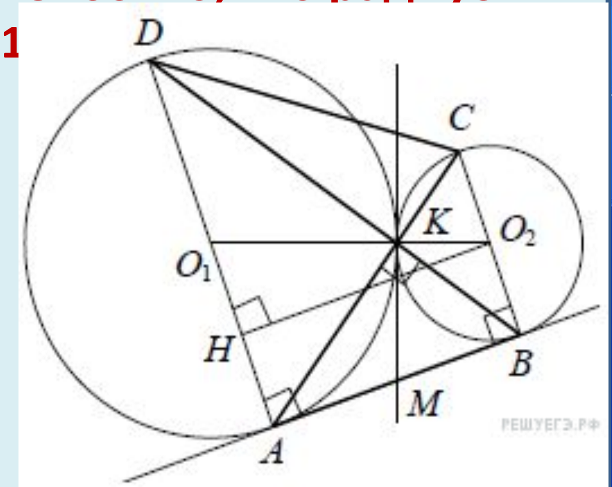
а) До

16(а)

а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке *K*, пересекает *AB* в точке *M*. По свойству касательных, проведённых из одной точки, *AM* = *KM* и *KM* = *BM*. Треугольник *AKB*, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный. Вписанный угол *AKD* прямой, поэтому он опирается на диаметр *AD*. Значит, $AD \perp AB$. Аналогично, получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые *AD* и *BC* параллельны.

16. **Две окружности касаются внешним образом в точке *K*. Прямая *AB* касается первой окружности в точке *A*, а второй — в точке *B*. Прямая *BK* пересекает первую окружность в точке *D*, прямая *AK* пересекает вторую окружность в точке *C***

б) Найдите площадь треугольника *AKB*, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1



Пусть, для определённости, первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1. Треугольники *BKC* и *AKD* подобны, AD:BC=4. Пусть $S_{BKC} = S$, тогда $S_{AKD} = 16S$.

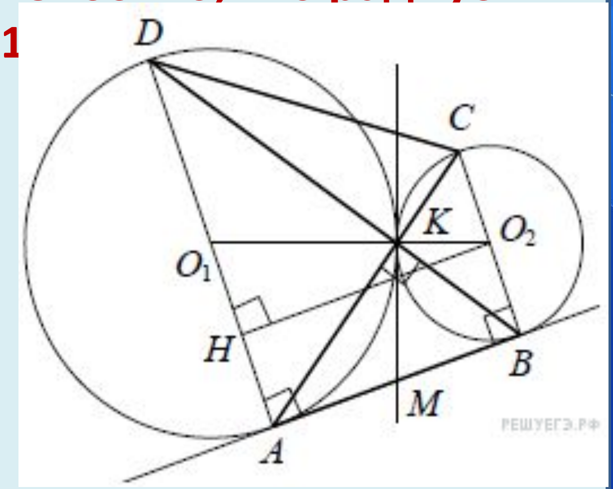
У треугольников *AKD* и *AKB* общая высота, следовательно, $S_{AKD} : S_{AKB} = DK : KB = AD : BC$то есть $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции *ABCD* равна 25*S*.

16. **Две окружности касаются внешним образом в точке *K*. Прямая *AB* касается первой окружности в точке *A*, а второй — в точке *B*. Прямая *BK* пересекает первую окружность в точке *D*, прямая *AK* пересекает вторую окружность в точке *C***

б) Найдите площадь треугольника *AKB*, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1

Вычислим площадь трапеции *ABCD*. Проведём к *AD* перпендикуляр O_2H, равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1: $O_2H=4$.

$S_{ABCD} =(AD+BC)2 \bullet AB=20$



Следовательно, 25*S* = 20, откуда S = 0,8 и S_{AKB} = 4*S* = 3,2.

Ответ: 3,2.

17. С 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r— целое число;

— со2-го по14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей

Решите 17 задание и напишите ответ

По условию, долг перед банком(в млн рублей) на15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом: 1; 0,6; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0. Пусть k=1+r|100, тогда долг на1-е число каждого месяца равен: k; 0,6k; 0,4k; 0,3k; 0,2k; 0,1k. Следовательно, выплаты со2-го по14-е число каждого месяца составляют: k−0,6 ; 0,4 k− 0,6 ; 0,3 k− 0,4 ; 0,2 k− 0,3 ; 0,1 k− 0,2; 0,1k.

Общая сумма выплат составляет: k(1+0,6+0,4+0,3+0,2+0,1)-(0,6+ 0,4 +0,3+ 0,2+ 0,1)= (k-1)(1+0,6+0,4+0,3+0,2+0,1)+1. По условию, общая сумма выплат будет меньше1,2 млн рублей, значит, 2,6(k−1)+1<1,2; 2,6 r/100+1<1,2; r<7,692… Наибольшее целое решение этого неравенства— число7. Значит, искомое число процентов— 7. Ответ:7

Источники:

https://images.wallpaperscraft.ru/image/siniy_linii_oval_fon_65989_2560x1600.jpg
http://rudn-mr.ru/files/news/2019-05-28-913660914.jpg
https://avatars.mds.yandex.net/get-pdb/1613577/22a99f61-1014-4bf5-9bf8-f1a5754e7519/s1200?webp=false
https://i.simpalsmedia.com/999.md/BoardImages/900x900/d9b5321b856894afa36c123e82ee81af.jpg
https://eus-www.sway-cdn.com/s/wXtdnC42tu95QCWl/images/1lcu98edy4QJHQ?quality=1080&isThumbnail=True
http://xn--80aaasqmjacq0cd6n.xn--p1ai/app/examples/Zadanie-7/
http://fipi.ru/EGE-I-GVE-11/DEMOVERSII-SPECIFIKACII-KODIFIKATORY
http://xn--80aaasqmjacq0cd6n.xn--p1ai/app/examples/Zadanie-25/
Шаблон авторский