

Демонстрационный вариант по математике (задание 20)



Иванова Нина Николаевна,
учитель математики
МОУ «СОШ» с. Большелуг
Корткеросский район
Республика Коми



1. Постройте график функц $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x - 3)(x + 2)}$ Определите, каких значениях с прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Разложим числитель дроби на множители.
Для этого приравняем его к 0 и решим биквадратное уравнение через теорему

Вирт

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 = 9 \\ x^2 = 4 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \end{array} \right.$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x - 3)(x + 3)(x - 2)(x + 2)$$



Подставляем полученное разложение в дробь
и сокращаем ее.

$$y = \frac{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)} = (x+3)(x-2) =$$
$$= x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$$

**Графиком функции является
парабола, направленная вверх,
причем она имеет выколотые точки
при $x = 3$ и $x = -2$**

**(т.к. знаменатель исходной дроби
при этих значениях обращается в**



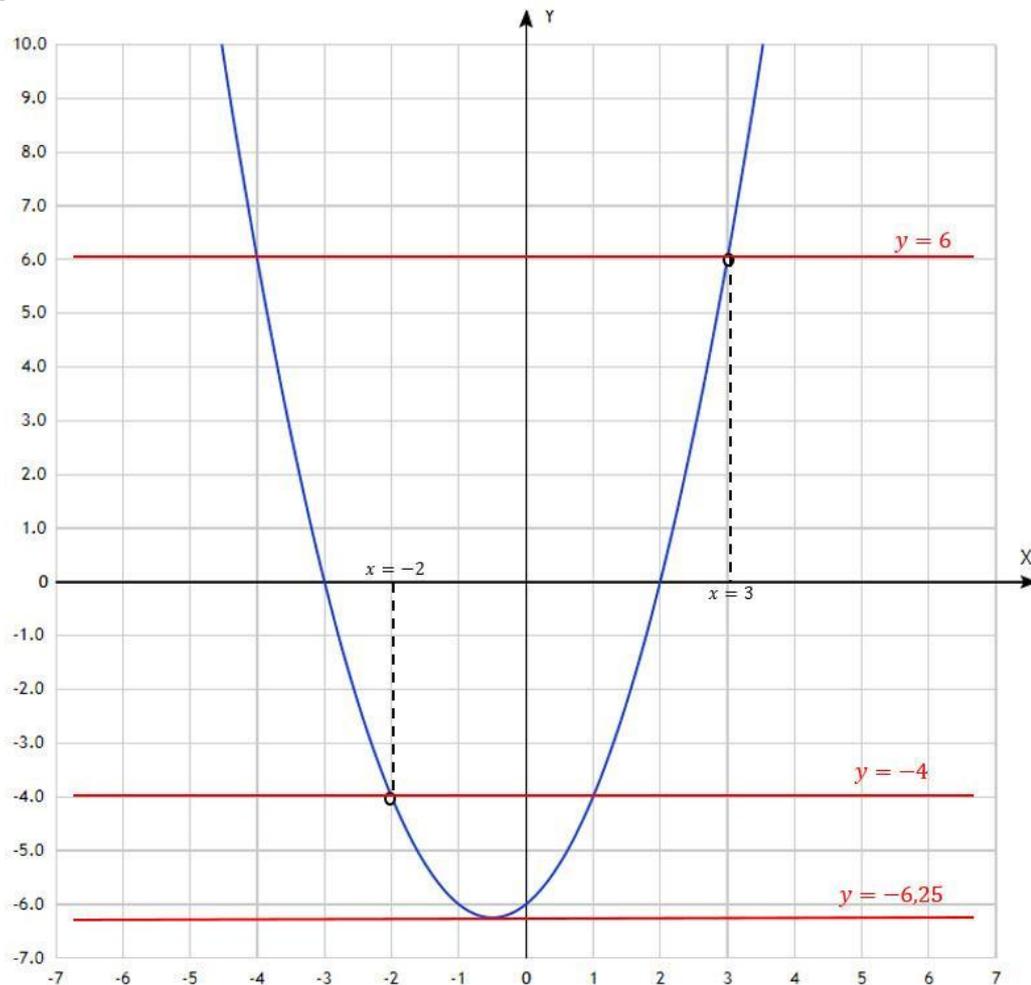
Найдем вершину параболы $O(m; n)$:

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} = -0,5$$

$$n = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-1 - 24}{4} = \frac{-25}{4} = -6,25$$

Чертим координатную плоскость и на ней отмечаем точку $O(-0,5; -6,25)$ - вершину параболы. Чертим стандартную параболу со смещенным центром.





На графике отмечаем 2 выколотые точки. прямая $y = c$ имеет с графиком 1 общую точку в трех случаях:

- 1) когда проходит через начало координат, т.е. $y = c = -6,25$;
- 2) когда проходит через выколотую точку с координатами $(-2; -4)$, т.е. $y = c = -4$;
- 3) когда проходит через выколотую точку с координатами $(3; 6)$, т.е. $y = c = 6$.



2. Постройте график функции $y=3|x+8|-x^2-14x-48$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Найдем точки, в которых подмодульное выражение обращается в ноль, другими словами, решим уравнение $x+8=0$.

$x=-8$ - называется критической. В ней подмодульное выражение может поменять знак.

Пусть $x < -8$, тогда $x+8 < 0$ и модуль раскроется

так: $|x+8| = -x-8$

$$y = 3(-x-8) - x^2 - 14x - 48 = -x^2 - 17x - 72$$



Пусть $x \geq -8$, тогда $x+8 > 0$ и модуль раскроется так:

$$|x+8| = x+8.$$

$$y = 3(x+8) - x^2 - 14x - 48 = -x^2 - 11x - 24$$

Значит, нужно построить следующий график функции:

$$\begin{cases} y_1 = -x^2 - 17x - 72, \text{ при } x < -8; \\ y_2 = -x^2 - 11x - 24, \text{ при } x \geq -8. \end{cases}$$



Найдем вершины парабол по специальным формулам

$O_1(x_1; y_1)$:

$$x_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{17}{-2} = -8,5;$$

$$y_1 = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-289 + 4 * 72}{-4} = 0,25.$$

$O_1(-8,5; 0,25)$.

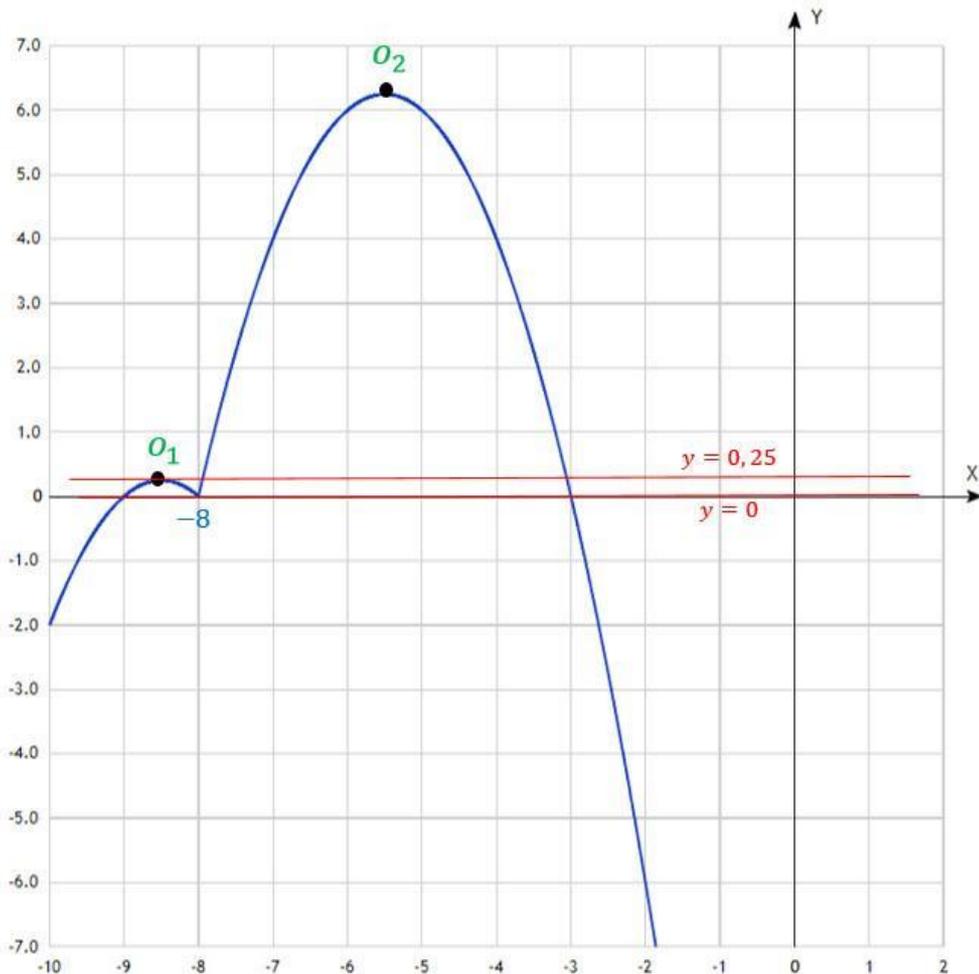
$O_2(x_2; y_2)$:

$$x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{11}{-2} = -5,5;$$

$$y_2 = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-121 + 4 * 24}{-4} = 6,25.$$

$O_2(-5,5; 6,25)$.





На графике отмечаем точки O_1 и O_2 .

Перед x^2 в обоих случаях стоят минусы, значит ветви обеих парабол направлены вниз. При этом числовой коэффициент равен 1, значит параболы стандартные: не суженные, не расширенные.

Нарисовав график можно увидеть, где прямая $y=m$, параллельная оси Ox , имеет с графиком 3 общие точки. Таких прямых тут две и выделены они красным цветом.

Ответ: при $m=0$ и $m=0,25$ прямая $y=m$ имеет три общие точки с

Источники:

<https://i.pinimg.com/736x/ad/eb/50/adeb504a8116ff150745c0c702657cf8.jpg>

<https://smi62.ru/wp-content/uploads/2016/12/primer-fona.jpg>

https://sad7podr.edumsko.ru/uploads/3000/2280/section/225909/dokumenti/j56918_1262952480.png?1507988723578

<http://fipi.ru/OGE-I-GVE-9/DEMOVERSII-SPECIFIKACII-KODIFIKATORY>

<http://xn--80aaasqmjacq0cd6n.xn--p1ai/app/examples/Zadaniya-1-5-2020>

https://st2.depositphotos.com/1133975/6390/v/950/depositphotos_63908875-stock-illustration-smart-boy-character.jpg

