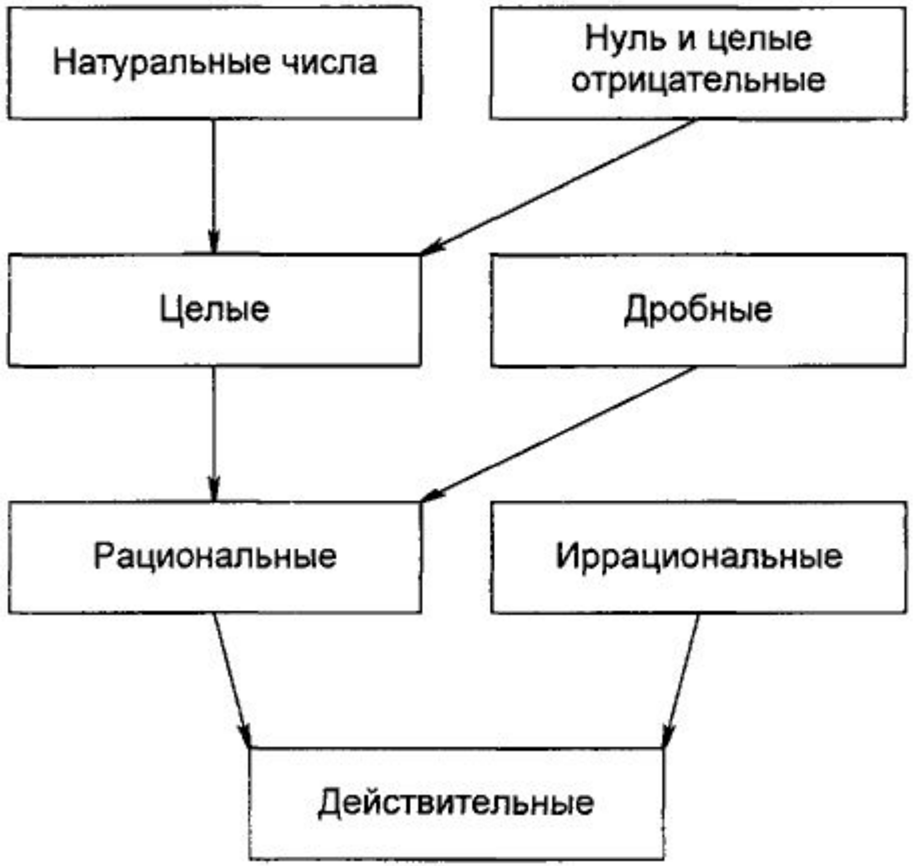
Действительные числа

Автор Павлов Вадим
Студент группы МОБ1-1


Натуральные числа
Нуль и целые отрицательные
Целые
Дробные
Рациональные
Иррациональные
Действительные

- Действительные числа образуют совокупность элементов, обладающую следующими свойствами.
- Если a и b - действительные числа (алгебраические, рациональные, целые, положительные целые), то таковыми же являются и
- $a + b$ и ab (замкнутость), (1)
- $a + b = b + a$, $ab = ba$ (коммутативность), (2)
- $a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$, $a(bc) = (ab)c = abc$ (ассоциативность), (3)
- $a * 1 = a$ (единица), (4)
- $a(b + c) = ab + ac$ (дистрибутивность), (5)
- ;из $a + c = b + c$ следует $a = b$, из $ca = cb$, , следует $a = b$ (сокращение). (6)
- Действительное число 0 (нуль) обладает свойствами $a + 0 = a$, $a * 0 = 0$ для каждого действительного числа a.
- (Единственное) **противоположное число** $-a$ и (единственное) **обратное число** $a^{-1} = 1/a$ для действительного числа a определяются соответственно так:
- .
-

- $a + (-a) = a - a = 0$, $aa^{-1} = 1$ ().
- Помимо "алгебраических" свойств, класс положительных целых, или натуральных, чисел 1, 2, ... обладает свойством **упорядоченности** ($n > m$, если $n = m + x$, где x - некоторое натуральное число) и **полной упорядоченности** (каждое непустое множество натуральных чисел имеет наименьший элемент). Множество натуральных чисел, содержащее число 1 и для каждого из своих элементов n следующий за ним элемент $n + 1$, содержит все натуральные числа (принцип полной индукции).
- Свойства натуральных чисел могут быть выведены из **пяти аксиом Пеано**: 1) 1 есть натуральное число; 2) для каждого натурального числа N существует единственное следующее за ним натуральное число $S(n)$; 3) ; 4) из $S(n) = S(m)$ следует $n = m$ и 5) имеет место принцип полной индукции. (При его формулировке элемент, следующий за n, обозначается через $S(n)$.) Сложение и умножение, подчиняющиеся правилам (1)-(6), определяются "рекуррентными" соотношениями
- $n + 1 = S(n)$,
  $n + S(m) = S(n + m)$,
  $n*1 = n$,
  $n*S(m) = n*m + n$.
- **Целыми** числами называются числа вида n, $-n$ и 0, где n - натуральное число, а **рациональными** - числа вида p/q, где p и q - целые числа и .
- Действительные числа можно ввести, исходя из множества рациональных чисел, с помощью предельного процесса. Действительные числа, не являющиеся рациональными, называются **иррациональными**

- Действительными **алгебраическими** числами называются действительные корни алгебраических уравнений с целочисленными коэффициентами, а действительными **трансцендентными** числами - остальные действительные числа.
- Класс всех рациональных чисел содержит корни всех линейных уравнений с рациональными коэффициентами и включает в себя все целые числа. Класс всех действительных алгебраических чисел содержит действительные корни всех алгебраических уравнений с алгебраическими коэффициентами и включает в себя все рациональные числа.
- **Отношение равенства.** Из $a = b$ следует $b = a$ (симметрия отношения равенства), $a + c = b + c$ и $ac = bc$ (вообще $f(a) = f(b)$, если $f(a)$ обозначает некоторую операцию, приводящую к единственному результату). Из $a = b$ и $b = c$ следует $a = c$ (транзитивность отношения равенства). Из следует и .
-

- **Отношение тождества.** Вообще говоря, уравнение относительно какой-либо величины x или нескольких величин $x_1, x_2, \ldots$ будет удовлетворяться только при некоторых специальных значениях x или специальных множествах значений $x_1, x_2, \ldots$ Если хотят подчеркнуть тот факт, что какое-нибудь уравнение удовлетворяется при всех значениях x или $x_1, x_2, \ldots$ в известных представляющих интерес пределах, то вместо символа = иногда пользуются символом тождества (пример: $(x - 1)(x + 1)\ x^2 - 1$), а пределы изменения рассматриваемых переменных иногда указывают справа от уравнения. Символ $a\ b$ употребляется также в смысле: "a по определению равно b".
- **Неравенства.** Действительное число a может быть положительно ($a > 0$), отрицательно ($a < 0$) или равно нулю ($a = 0$). Сумма и произведение положительных чисел положительны.
- Действительное число a больше действительного числа b ($a > b$, $b < a$), если $a = b + x$, где x - некоторое действительное положительное число. Из $a > b$ следует $a + c > b + c$, $ac > bc$, если $c > 0$, и $ac < bc$, если $c < 0$ (в частности, $-a < -b$), $1/a < 1/b$, если $ab > 0$ и $1/a > 1/b$, если $ab < 0$.
- Из и следует . Из и следует .
- **Абсолютные величины.** Абсолютная величина $|a|$ действительного числа a по определению есть число, равное a, если , и равное $-a$, если $a < 0$. Отметим:
- =

- Использованная литература взята из интернета