Длина окружности. Площадь круга.

$$C = 2\pi R,$$

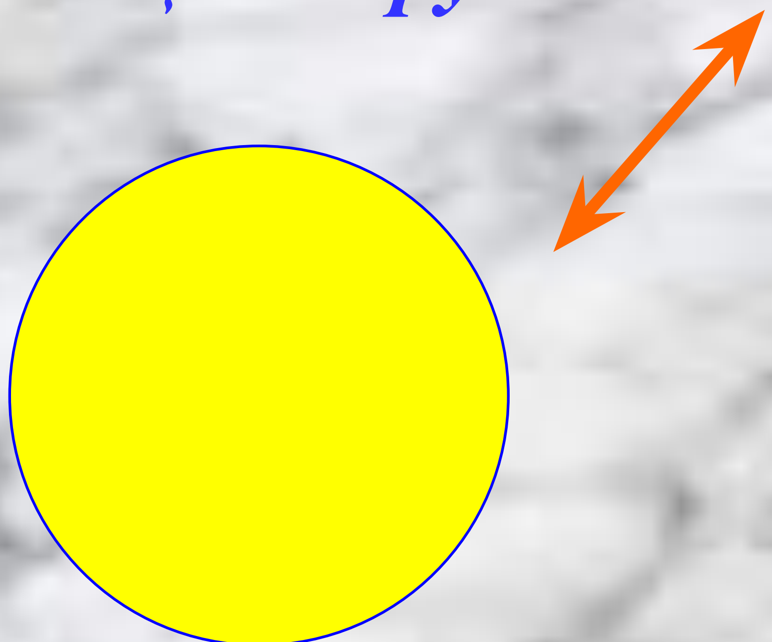
$$C = 2\pi r$$

$$S = \pi R^2,$$

$$S = \pi r^2$$

Геометрия

Длина окружности
и
площадь круга



Оглавление :

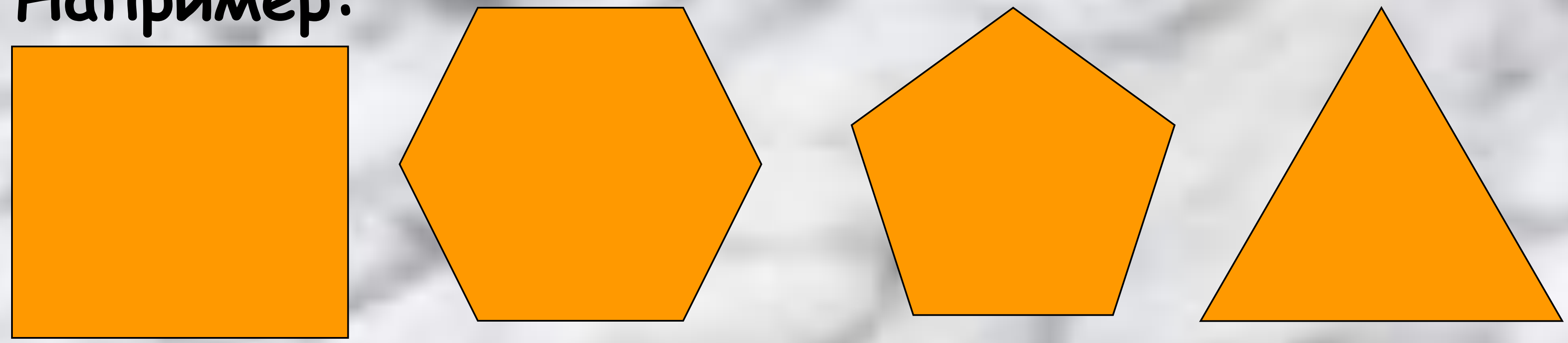
§1. Правильные многоугольники

§2. Длина окружности и площадь круга

Правильный многоугольник

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы и все стороны равны

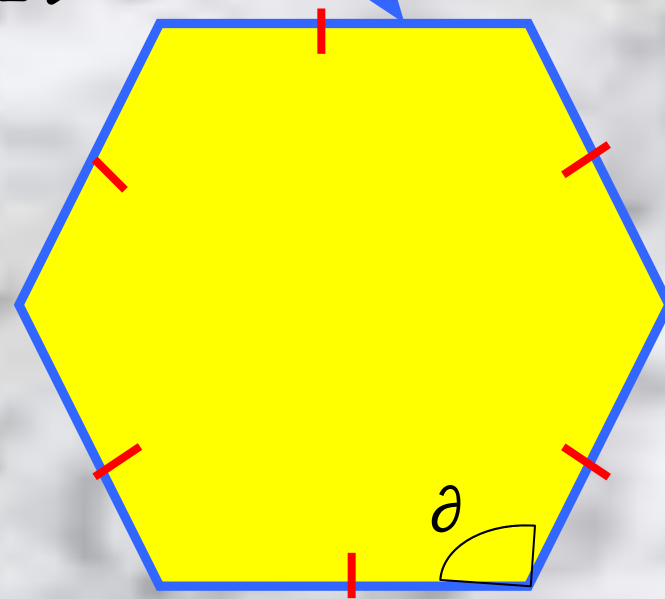
Например:



Выведем формулу для вычисления угла ∂_n правильного n-угольника

Сумма всех углов правильного n-угольника = $(n - 2) \cdot 180°$ =>

$$=> \partial = \frac{n-2}{n} \cdot 180°$$

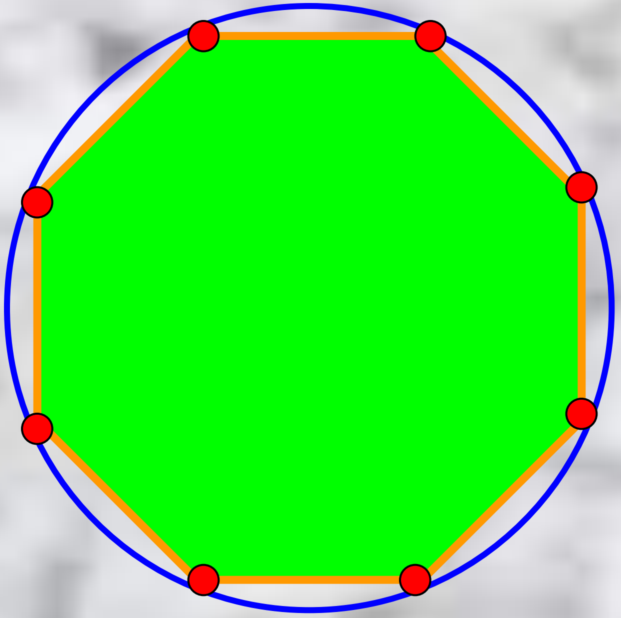


Окружность описанная около правильного многоугольника

Окружность называется описанной около многоугольника если все вершины этого многоугольника лежат на окружности

ТЕОРЕМА:

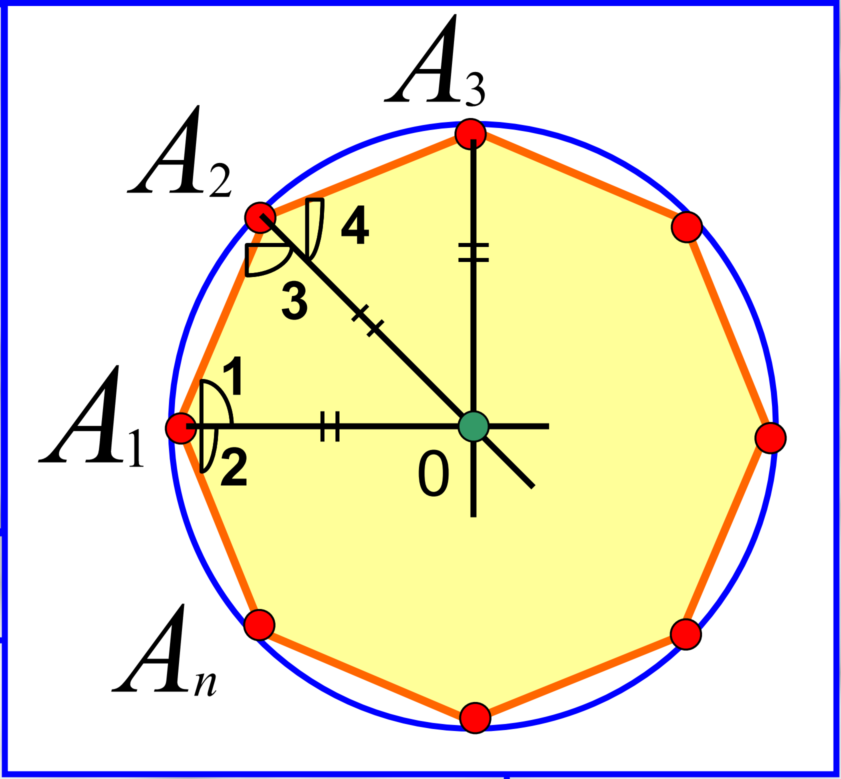
Возле любого <u>правильного</u> многоугольника можно описать окружность, и притом только одну



Доказательство:

Пусть: $A_1 A_2 A_3 \ldots A_n$ - правильный многоугольник

0- точка пересечения биссектрис углов A_1 è A_2



$\angle A_1 = \angle A_2 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$

$\Rightarrow \Delta A_1 A_2 O - р/б \Rightarrow O A_1 = O A_2$

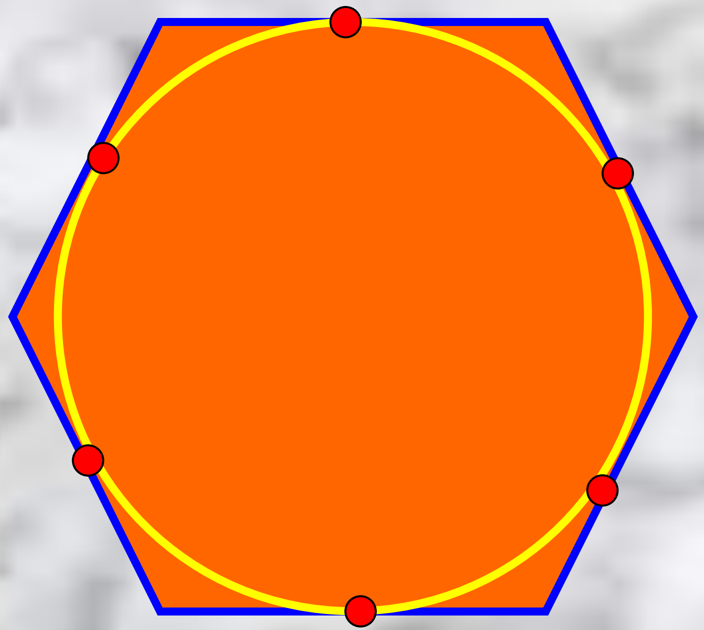
$\Delta A_1 A_2 O = \Delta A_3 A_2 O \Rightarrow O A_3 = O A_1$

Окружность, вписанная в правильный многоугольник

Окружность называется вписанной в многоугольник, если все стороны многоугольника касаются этой окружности

ТЕОРЕМА:

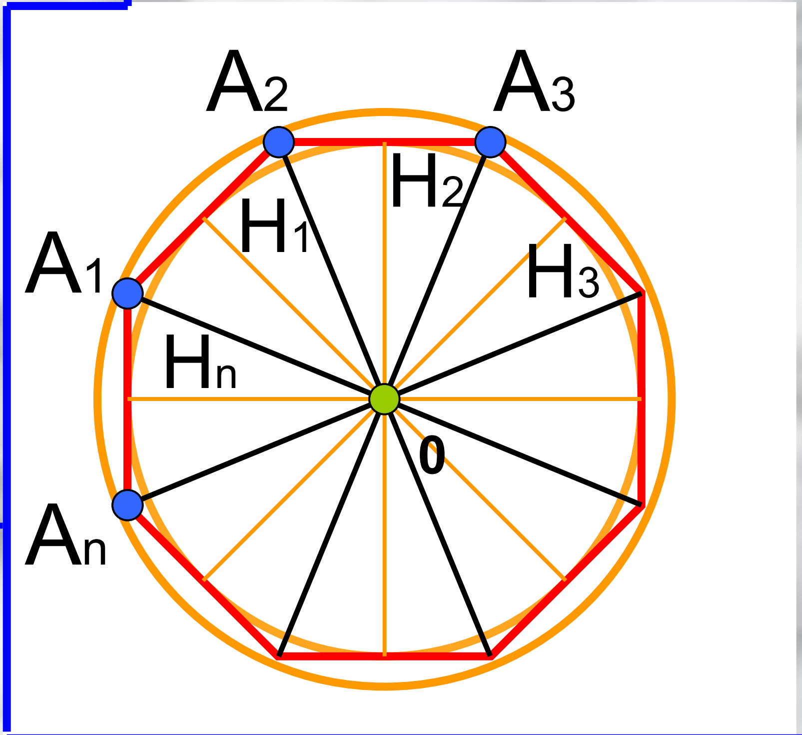
В любой <u>правильный</u> многоугольник можно вписать окружность, и притом только одну



Доказательство

Пусть $A_1A_2\ldots A_n$ - правильный многоугольник,

O - центр описанной окружности



$$\Delta OA_1A_2 = \Delta OA_2A_3 = \ldots = $$
$$= \Delta OA_nA_1 \Rightarrow OH_1 = OH_2 = \ldots = OH_n$$

СЛЕДСТВИЕ №1

Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник, ЭТА ТОЧКА НАЗЫВАЕТСЯ ЦЕНРОМ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

СЛЕДСТВИЕ №2

Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах

Формулы для вы… площади прави… многоугольника, его… радиуса вписанной

Допустим:

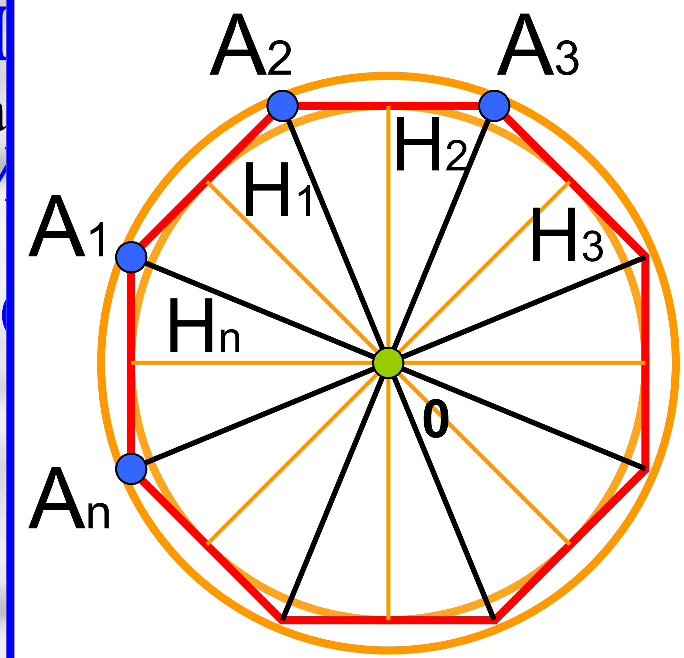
S- площадь правильного n-угольника

a_n- его сторона

P- периметр

R- радиус описанной окружности

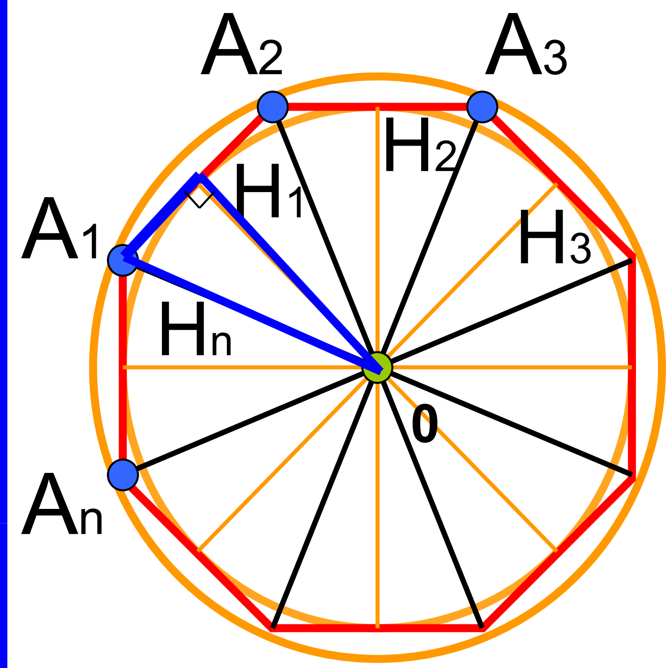
r- радиус вписанной окружности



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a_n r \Rightarrow$$

$$S = n \cdot \frac{1}{2} a_n r = \frac{1}{2} (n\, a_n) r = \frac{1}{2} \mathrm{P} r$$

В прямоугольном треугольнике A_1H_1O



$$\angle A_1 = \frac{a_n}{2} = \frac{n-2}{2n} \cdot 180° = 90° - \frac{180°}{n}$$

Ñëåäîâàòåëüíî ,

$$a_n = 2\ A_1H_1 = 2R\cos(90° - \frac{180°}{n}) = 2R\sin\frac{180°}{n},$$

$$r = O\ H_1 = R\sin(90° - \frac{180°}{n}) = 2R\cos\frac{180°}{n}$$

Если в формуле $a_n = 2R\sin\frac{180^\circ}{n}$ вместо «n»

подставить числа: 3, 4 и 6, то получим выражения для сторон правильного треугольника, квадрата и шестиугольника:

$$a_3 = 2R\sin\frac{180^\circ}{3} = 2R\sin 60^\circ = 2R\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$a_4 = 2R\sin\frac{180^\circ}{4} = 2R\sin 45^\circ = 2R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

$$a_6 = 2R\sin\frac{180^\circ}{6} = 2R\sin 30^\circ = 2R\cdot\frac{1}{2} = R$$

Построение правильных многоугольников

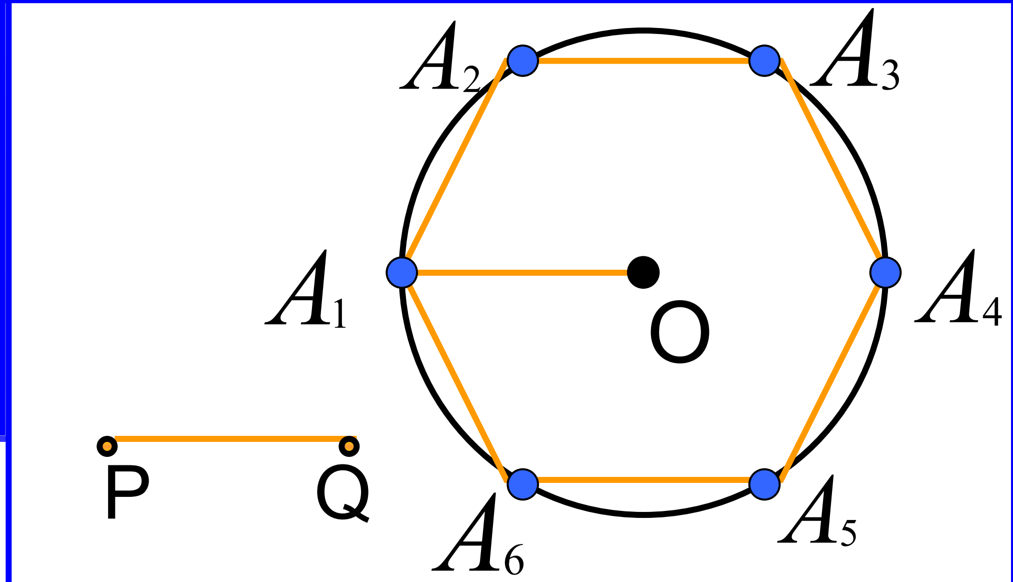
Задача 1: **построить правильный 6-угольник, сторона, которого равна данному отрезку**

Дано:

PQ – отрезок, PQ = OA_1, OA_1– радиус окружности с центром O

Решение:

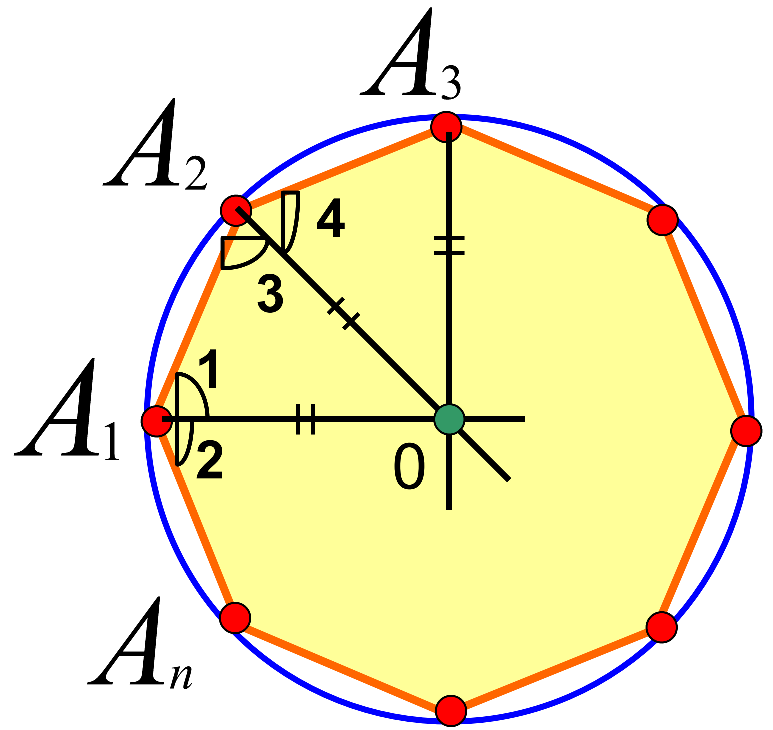
A_1 - произвольная точка на окружности. $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6$



Задача 2: дан правильный n-угольник, построить правильный 2n-угольник

Дано: $A_1 A_2 \ldots A_n$

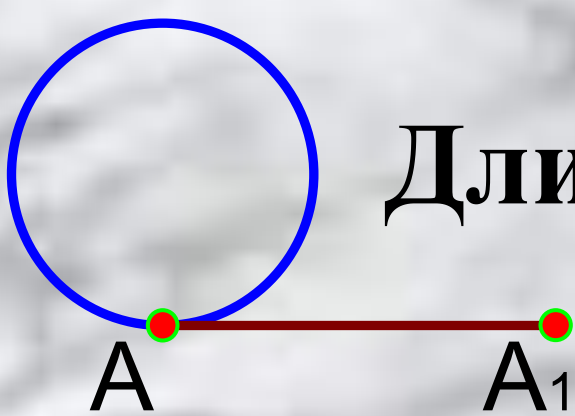
- Данный правильный n-угольник, вокруг него описана окружность с центром в точке O и радиусом OA_1



Решение:

Разделим дуги $A_1 A_2, A_2 A_3 \ldots A_n A_1$ пополам и каждую из точек деления $B_1, B_2, \ldots, B_n$ соединим отрезкам с концами соответствующей дуги

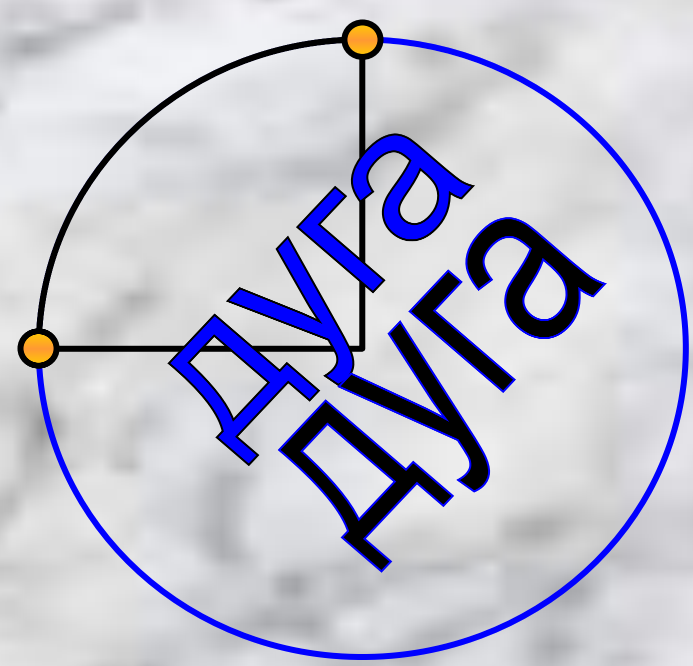
Длина окружности



$$\frac{C}{2R} = \pi \Rightarrow C = 2\pi R$$

Длина дуги

$$\iota 1^{\circ} = \frac{2\pi R}{360} = \frac{\pi R}{180} \Rightarrow \iota = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$$



Площадь круга

Круг- часть плоскости, ограниченная окружностью

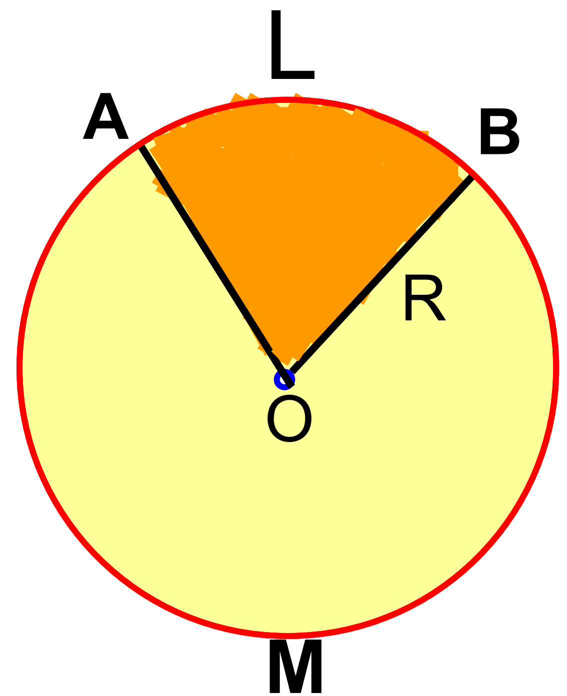
$$S = \pi R^2$$

Площадь кругового сектора

Круговой сектор- это часть круга, ограниченная дугой и 2-мя радиусами

$$S = \pi R^2 \Rightarrow S1^\circ = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \Rightarrow$$

$$S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$$



КОНЕЦ.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ