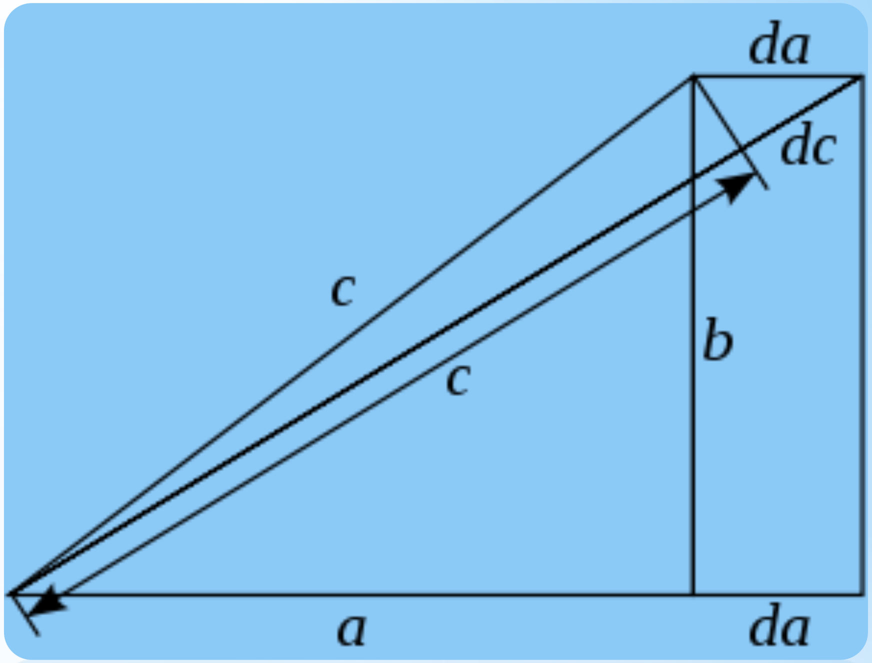
Доказательство методом бесконечно малых

Теорема Пифагора

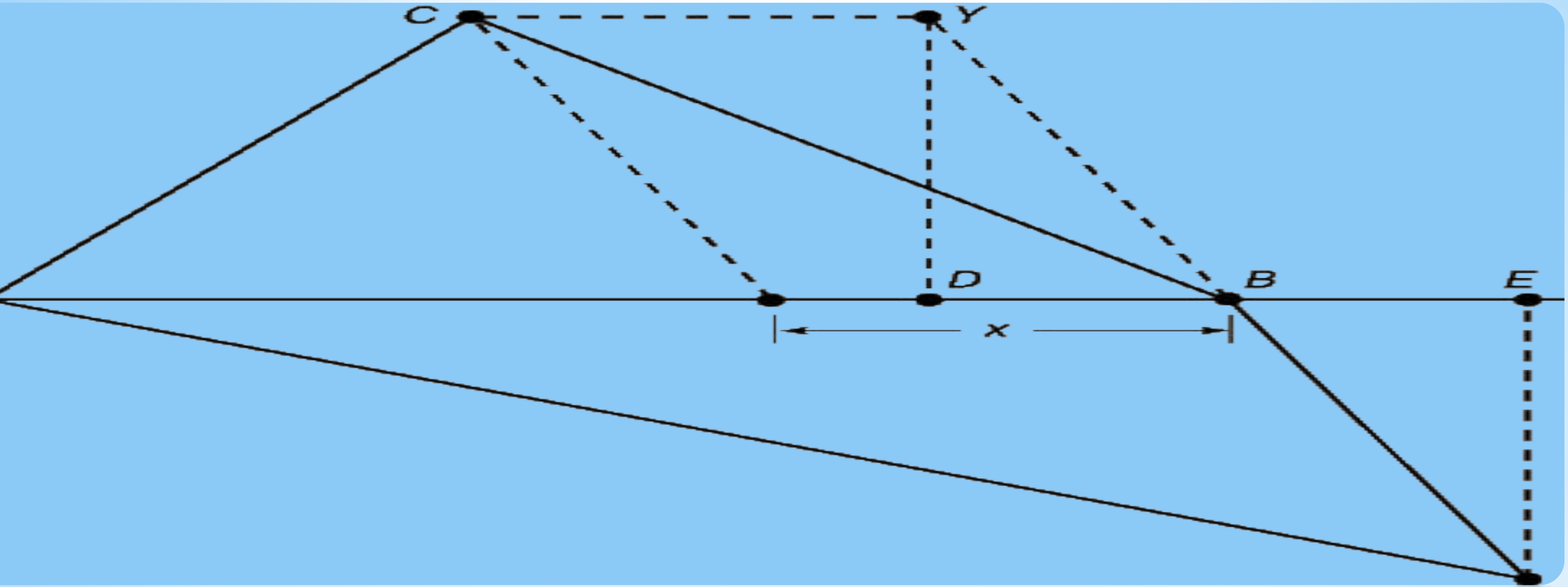
Следующее доказательство при помощи дифференциальных уравнений часто приписывают известному английскому математику Харди, жившему в первой половине XX века.

Рассматривая чертёж, показанный на рисунке, и наблюдая изменение стороны a, мы можем записать следующее соотношение для бесконечно малых приращений сторон c и a (используя подобие треугольников): da/dc=c/a



Доказательство методом бесконечно малых.

Пользуясь методом разделения переменных, находим c dc=a da



Более общее выражение для изменения гипотенузы в случае приращений обоих катетов c dc=a da + b db. Интегрируя данное уравнение и используя начальные условия, получаем

* $c^2 = a^2 + b^2$+constant a=b=c=0, следовательно constant=0

Таким образом, мы приходим к желаемому ответу $c^2 = a^2 + b^2$.

Как нетрудно видеть, квадратичная зависимость в окончательной формуле появляется благодаря линейной пропорциональности между сторонами треугольника и приращениями, тогда как сумма связана с независимыми вкладами от приращения разных катетов.

Более простое доказательство можно получить, если считать, что один из катетов не испытывает приращения (в данном случае катет). Тогда для константы интегрирования получим a=0, следовательно $c^2 = b^2 = constant$.