

**Девиз урока:**

**« Дорогу осилит идущий,**

**а математику –**

**мыслящий.»**

**« Три качества:**

**обширные знания,**

**привычка мыслить и  
благородство чувств –**

**необходимы для того,  
человек был образованным  
в полном смысле слова»**

**чтобы**

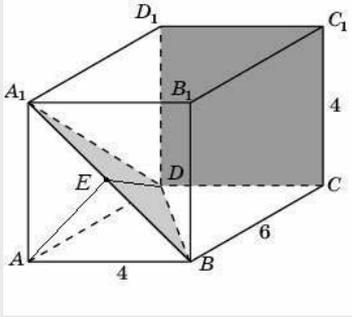
**Н.Г.Чернышевский**





### Цели урока:

1. Закрепление знаний, умений и навыков по изученной теме, устранение пробелов.
2. Совершенствование навыков решения задач на применение теоремы о трех перпендикулярах, теоремы о площади ортогональной проекции произвольного многоугольника, понятия двугранного угла.
3. Применение этих теорем в решении задач С2 ЕГЭ.
4. Развитие логического мышления и речи: умение логически обосновывать суждения, проводить систематизации.



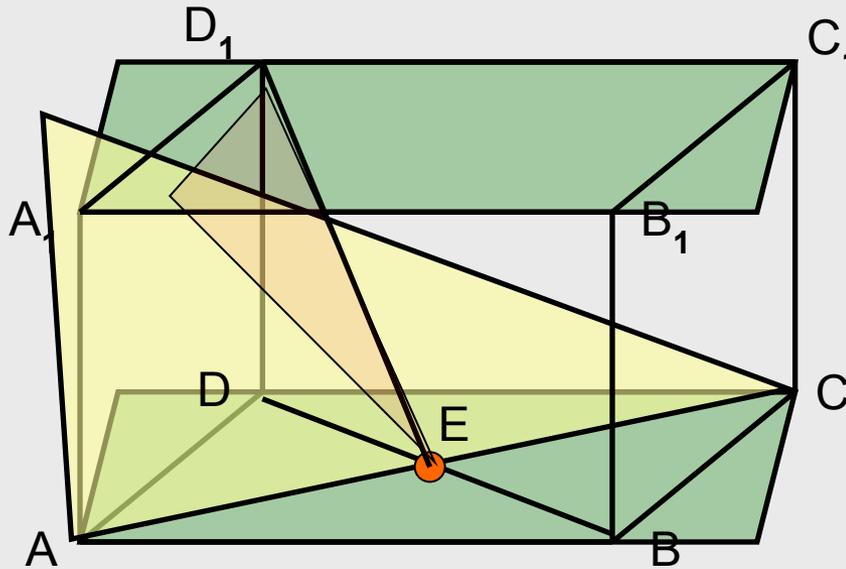
## Тест с последующей самопроверкой

1. **Двугранный угол**, образованный полуплоскостями измеряется величиной его....., получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, .....его ребру.
2. Двугранный угол имеет .....**множество** линейных углов.
3. **Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость** равна .....его площади на..... угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.
4. Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной .....к её проекции на эту плоскость, .....и к самой.....
5. Высотой призмы называется .....между плоскостями её оснований.
6. **Призма** называется **прямой**, если её боковые ребра..... основаниям.
- 7.....**призма** называется **правильной**, если её основания являются .....многоугольниками.
8. **Высота прямоугольного треугольника**, проведенная из **вершины прямого угла**, есть .....между .....катетов на гипотенузу.
9. **Катет прямоугольного треугольника** есть .....между гипотенузой и .....этого катета на гипотенузу.

## Ответы к тесту :

1. **Двугранный угол**, образованный полуплоскостями измеряется величиной его **линейного угла**, получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, **перпендикулярной** его ребру.
2. **Двугранный угол** имеет **бесконечное** множество **линейных углов**.
3. **Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость** равна **произведению** его площади на **косинус** угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.
4. Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной **перпендикулярно** к её проекции на эту плоскость **перпендикулярна** и к самой **наклонной**.
5. **Высотой призмы** называется **расстояние** между плоскостями её оснований.
6. Призма называется **прямой**, если её боковые ребра **перпендикулярны** основаниям.
7. **Прямая** призма называется правильной, если её основания являются **правильными** многоугольниками.
8. **Высота прямоугольного треугольника**, проведенная из вершины прямого угла, есть **среднее пропорциональное** между **проекциями** катетов на гипотенузу.
9. Катет прямоугольного треугольника есть **среднее пропорциональное** между гипотенузой и **проекцией** этого катета на гипотенузу.

**Задача ( С2 ЕГЭ 2010 г.)** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 6$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостями  $ACD_1$  и  $A_1 B_1 C_1$ .



### Решение

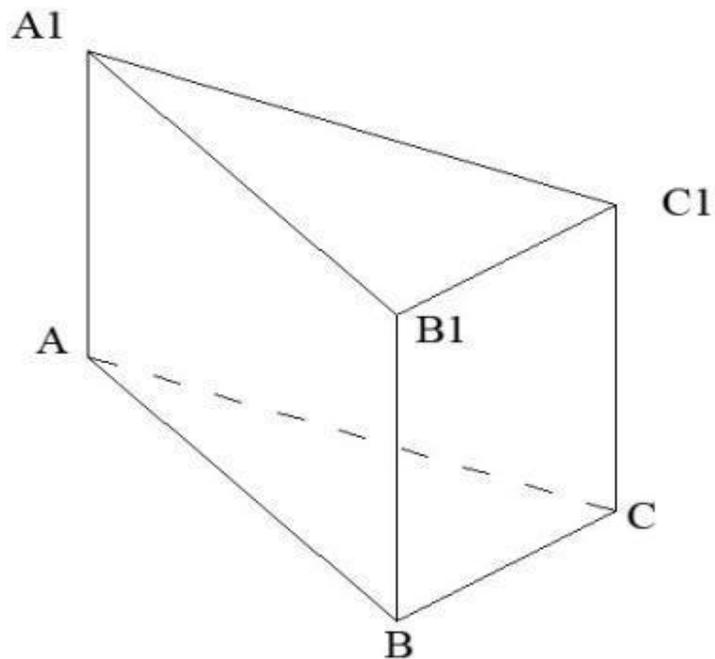
1. Вместо плоскости  $A_1 B_1 C_1$  возьмем параллельную ей плоскость  $ABC$ .
2. Пусть  $E$  – середина  $AC$ .  
 $DE \perp AC$ ,  $D_1 E \perp AC$  по теореме о ТТП.

4. Из прямоугольного треугольника  $D_1 D E$  находим:

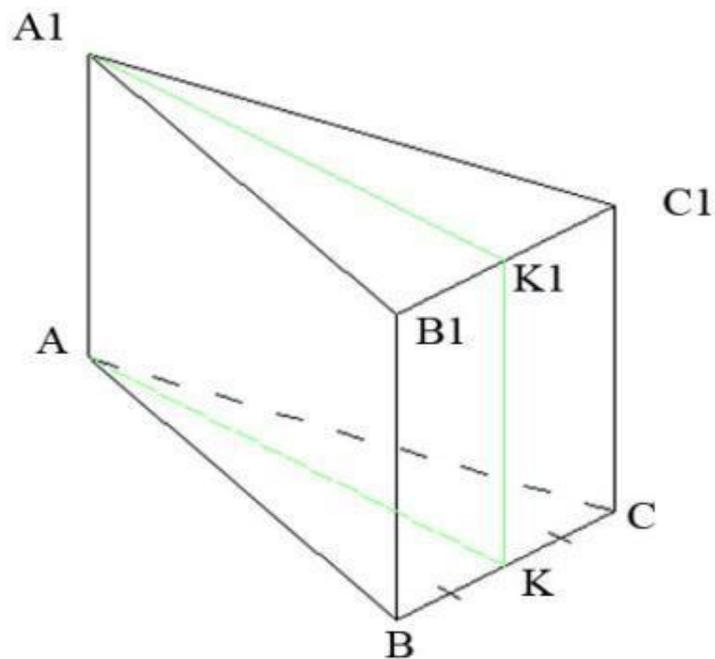
$$\operatorname{tg} \angle D_1 E D = \frac{DD_1}{DE} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ответ:  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

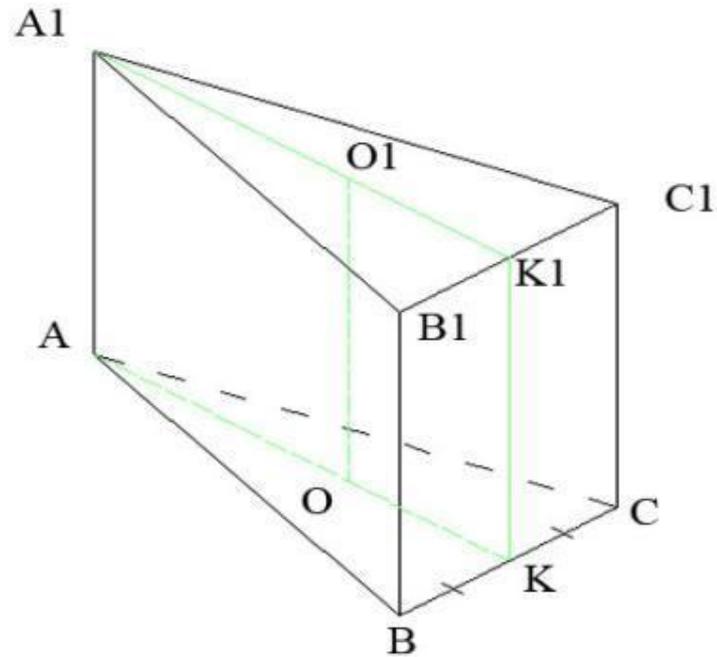
**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.



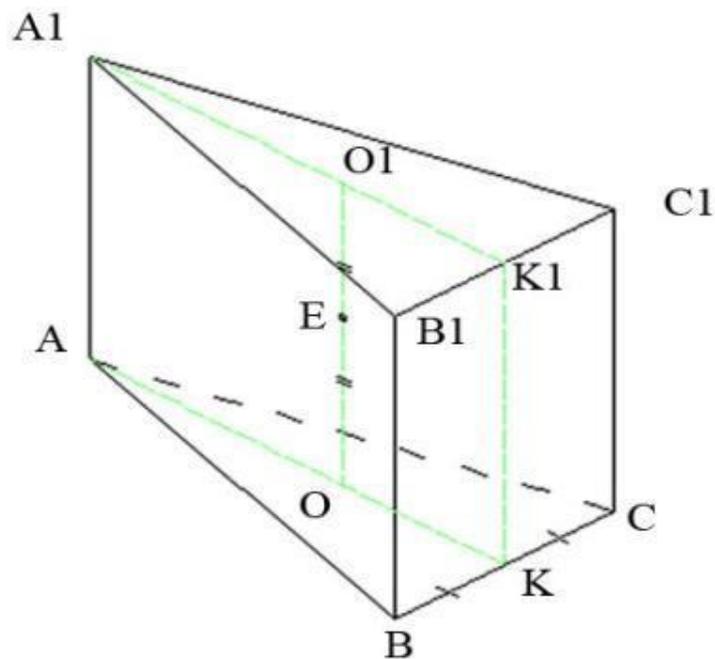
**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.



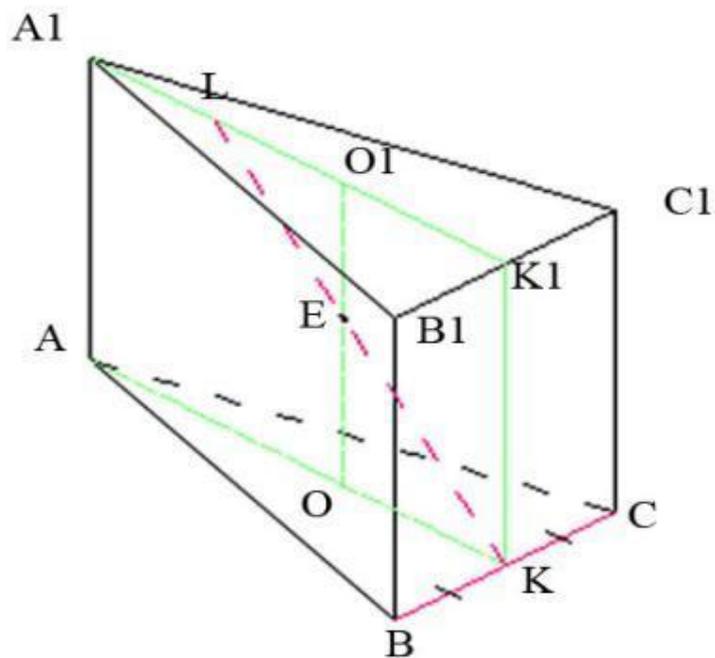
**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.



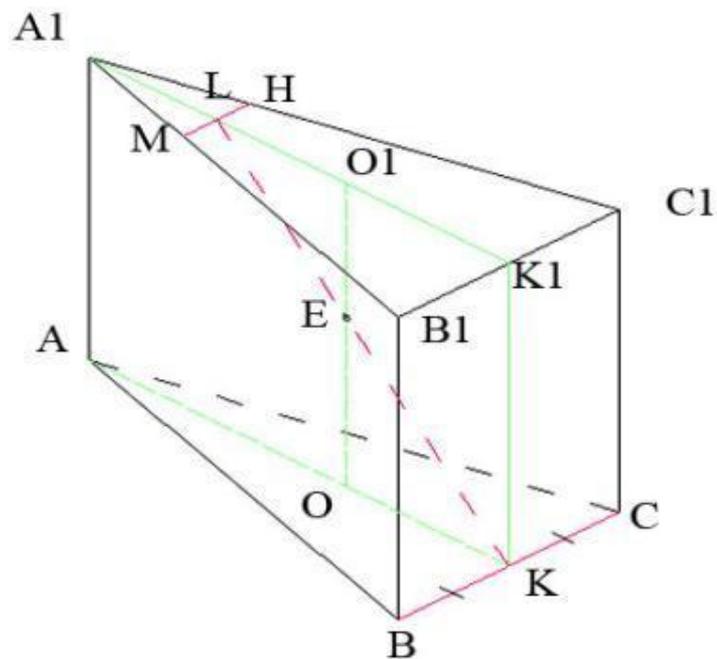
**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.



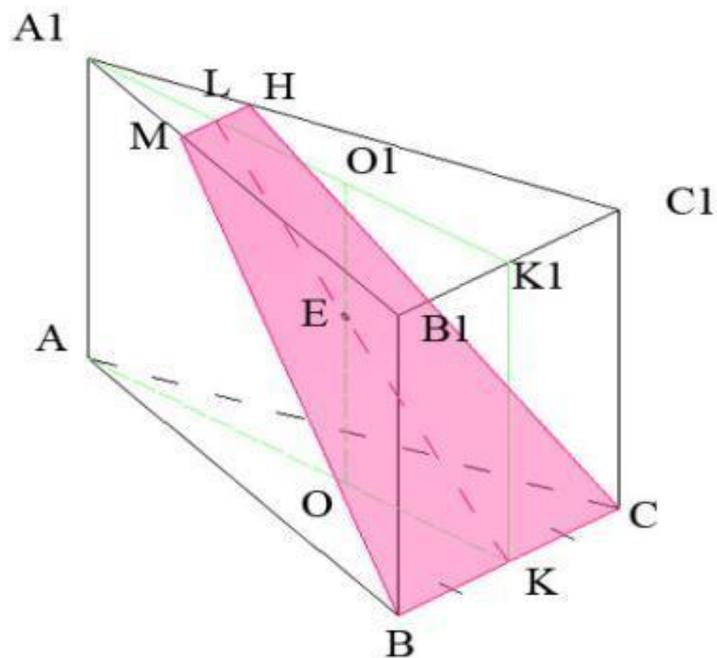
**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.



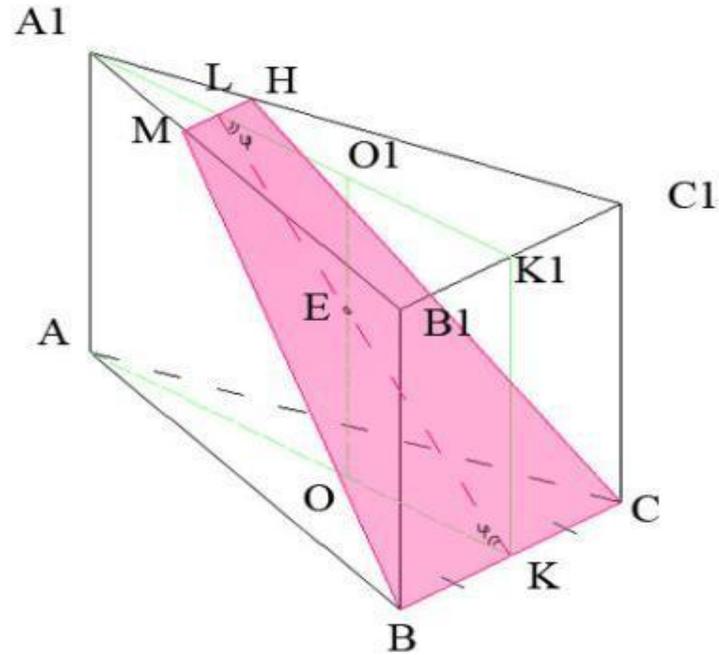
**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.

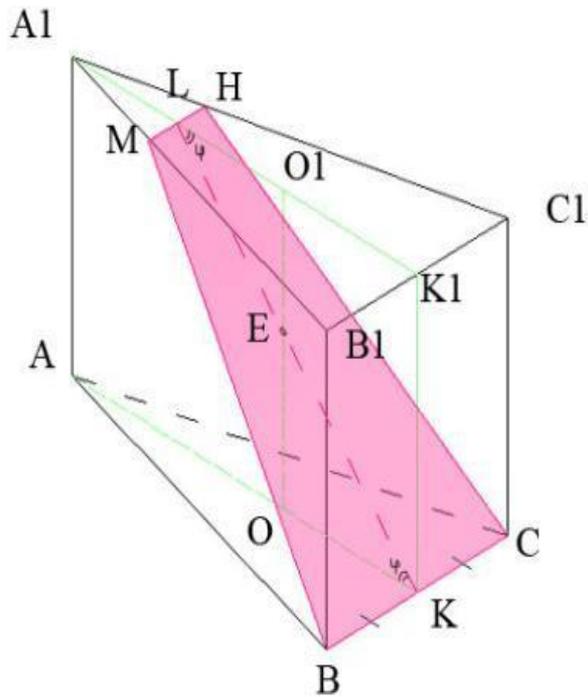


**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.



**Задача.** В правильной треугольной призме, каждое ребро которой равно 9 дм, постройте сечение, проходящее через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований призмы. Найдите: а) угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы; б) площадь сечения призмы.





## Решение

1. Пусть  $OO_1$  – отрезок, соединяющий центры  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  оснований данной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ ,  $K$  и  $K_1$  – середины  $BC$  и  $B_1C_1$ .

2.  $(BCE) \cap (A_1B_1C_1) = MH$ ,  
 $MH \parallel B_1C_1$ ,  $B_1C_1 = 3MH$ ,  
откуда следует,

что  $S_{\Delta A_1MH} = \frac{1}{9} S_{\Delta A_1B_1C_1}$ , значит

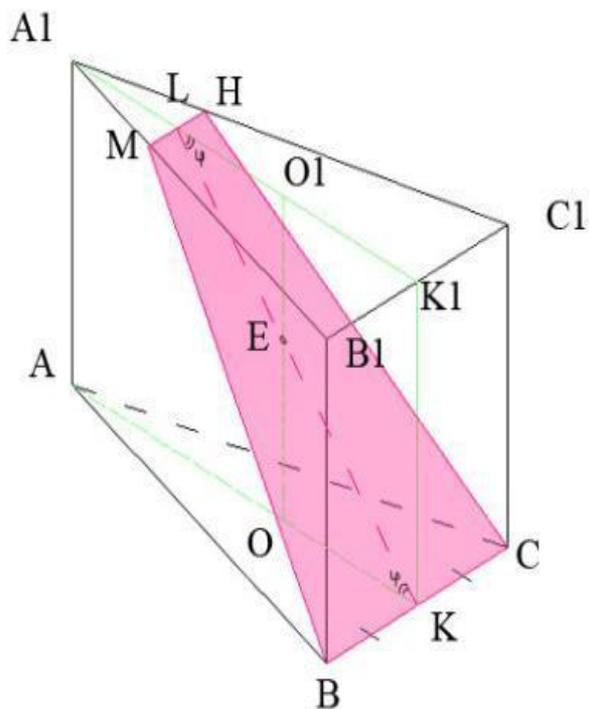
$$S_{B_1MHC_1} = \frac{8}{9} S_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{8}{9} \cdot \frac{81\sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3}$$

4.  $A_1K_1 \perp B_1C_1$ ,  $B_1C_1 \parallel MH$ , то  $A_1K_1 \perp MH$ , значит,  $KL \perp MH$  ( где  $L = MH \cap A_1K_1$  ).

Тогда по теореме о трех перпендикулярах  $KL \perp BC$ ,

поэтому  $\angle AKL = \varphi$  – линейный угол двугранного угла между секущей плоскостью и плоскостью основания призмы.

Это означает, что  $S = S_{B_1MHC_1} \cdot \cos \varphi$ .



5. Найдем угол  $\varphi$ .

Так как

$$OK = \frac{1}{3} AK = \frac{9\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}, OE = 4,5$$

$$\text{то } \operatorname{tg} \varphi = \frac{OE}{OK} = \frac{4,5}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$$

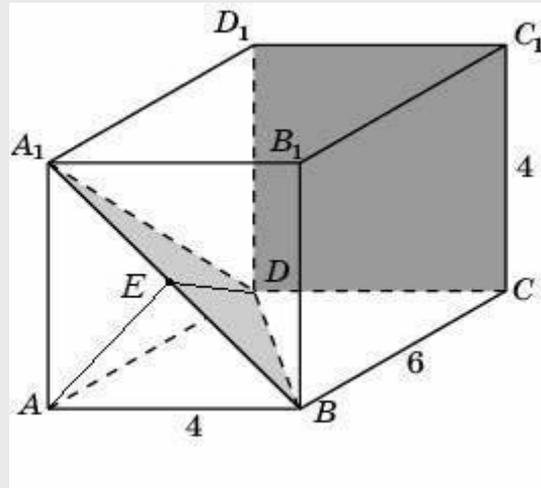
Значит,  $\varphi = 60^\circ$ .

$$6. \text{ Тогда } S = S_{\text{BMHC}} = \frac{18\sqrt{3}}{\cos 60^\circ} = \frac{18\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 36\sqrt{3}$$

Ответ:  $36\sqrt{3}$

## Домашнее задание

- 1) **ЕГЭ В4:** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 4\sqrt{15}$ ,  $\cos A = 0,25$ .  
Найдите высоту  $CH$ .
- 2) В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 4$ ,  $BC = 6$ ,  $CC_1 = 4$ , найдите тангенс угла между плоскостями  $CDD_1$  и  $BDA_1$ .



### 3) С4 ЕГЭ 2010г.)

Прямая, проведённая через середину  $N$  стороны  $AB$  квадрата  $ABCD$ , пересекает прямые  $CD$  и  $AD$  в точках  $M$  и  $T$  соответственно, и образует с прямой  $AB$  угол, тангенс которого равен 4. Найдите площадь треугольника  $ВМТ$ , если сторона квадрата  $ABCD$  равна 8.



*«Любое препятствие  
преодолевается  
настойчивостью».*

*Л. да Винчи*