

Урок геометрии в
11 классе
учителя Текутовой И.Н.

Движения в пространстве

- Центральная симметрия
- Осевая симметрия
- Зеркальная симметрия
- Параллельный перенос

у

Форма урока:
Урок – семинар, решение проблемного вопроса

Цели урока:

- Актуализировать личностное осмысление учащимися учебного материала «Движения в пространстве»
- Содействовать сознательному пониманию прикладного значения темы, развитию умения видеть в окружающей действительности изучаемые виды движений
- Развивать познавательный интерес к построению образов объектов при различных видах движений
- Способствовать грамотному усвоению темы, отработке практических навыков

Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.

Г. Вейль.

The image shows a vast archaeological site with several prominent structures made of large, weathered stone columns. The columns are arranged in groups, some forming complete porticos with flat roofs. The ground is a mix of dirt, sand, and scattered stone blocks. In the background, more ruins and a clear blue sky with light, wispy clouds are visible. The lighting suggests a bright day, possibly late afternoon or early morning, as the shadows are soft and the sky is a deep blue.

Движение пространства - это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между точками.

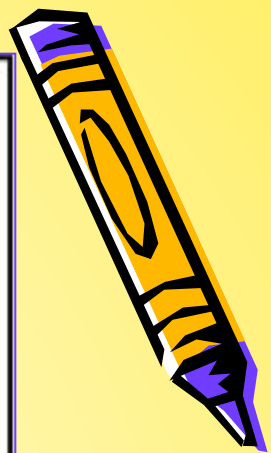
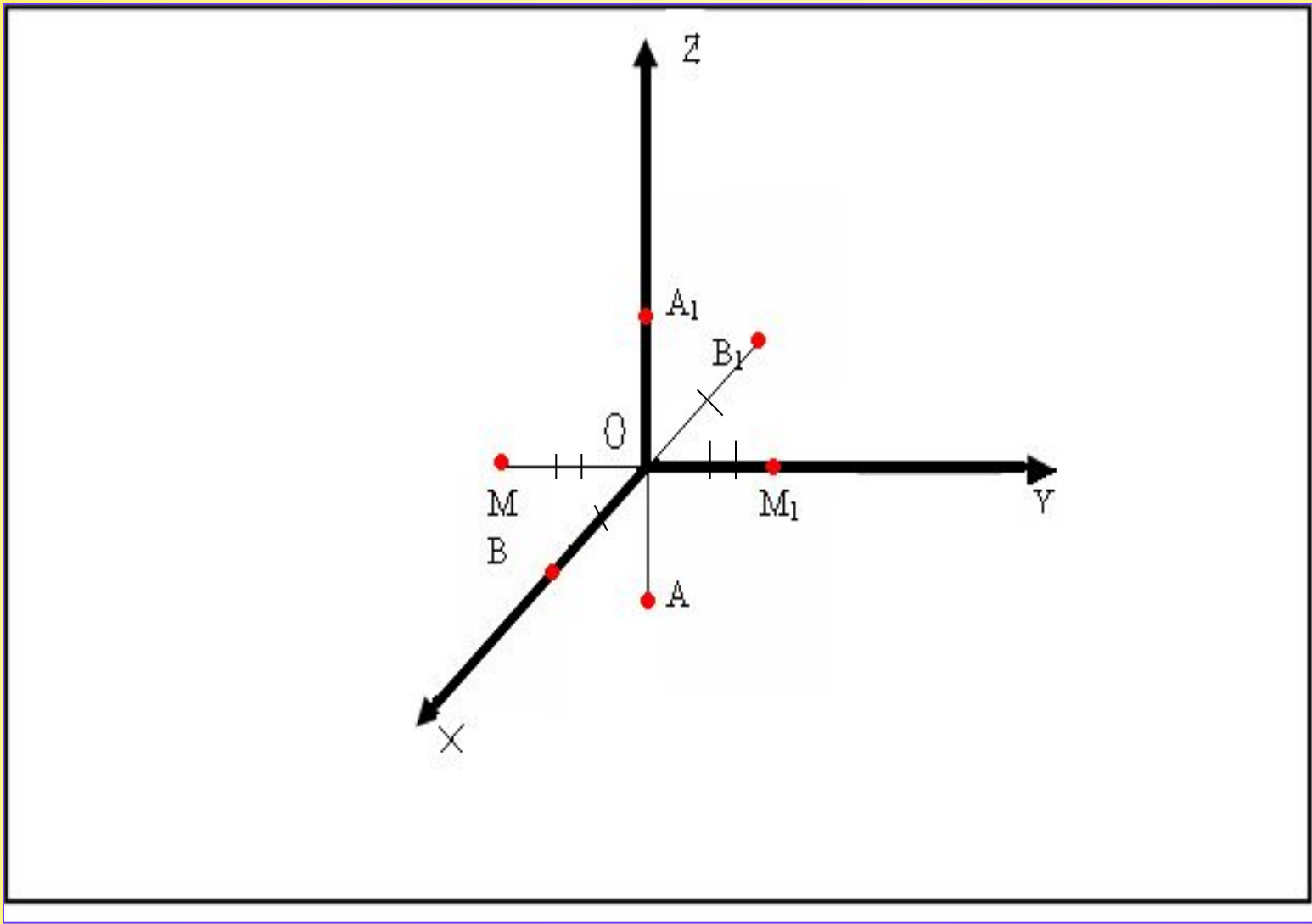
Центральная симметрия

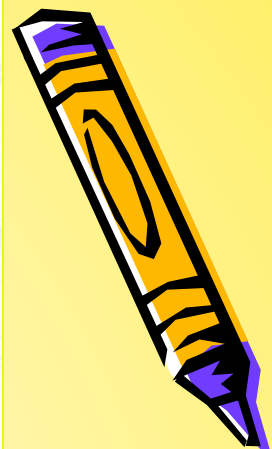


Центральная симметрия -

отображение пространства на себе,
при котором любая точка M
переходит в симметричную ей
точку M_1 относительно данного
центра O .







Докажем, что *центральная симметрия является движением*. Обозначим буквой O центр симметрии и введем прямоугольную систему координат $Oxyz$ с началом в точке O . Установим связь между координатами двух точек $M(x; y; z)$ и $M_1(x_1; y_1; z_1)$, симметричных относительно точки O . Если точка M не совпадает с центром O , то O — середина отрезка MM_1 . По формулам для координат середины отрезка получаем

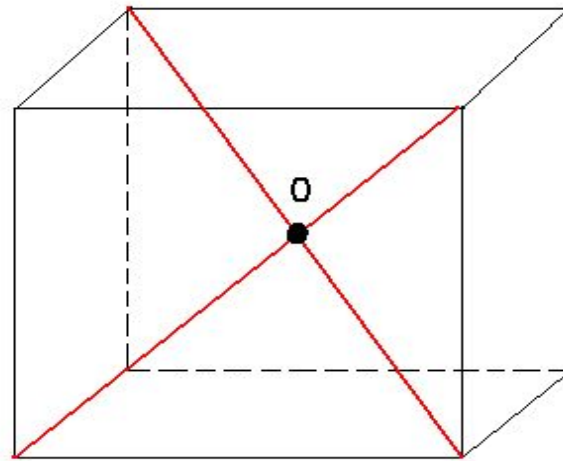
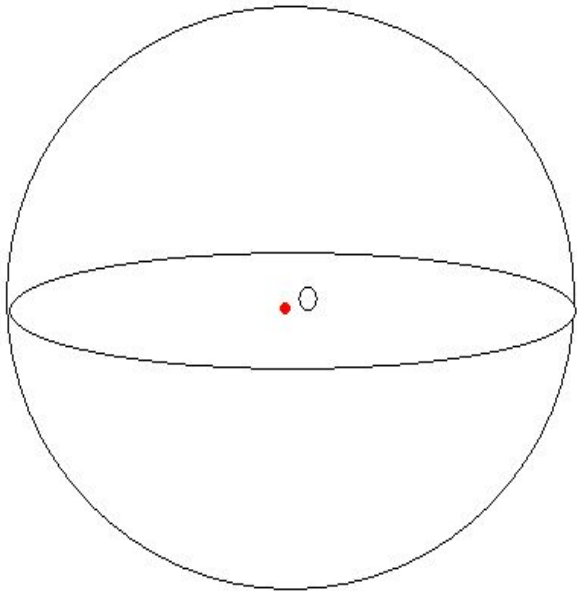
$$\frac{x+x_1}{2}=0, \quad \frac{y+y_1}{2}=0, \quad \frac{z+z_1}{2}=0,$$

откуда $x_1 = -x$, $y_1 = -y$, $z_1 = -z$. Эти формулы верны и в том случае, когда точки M и O совпадают (объясните почему).

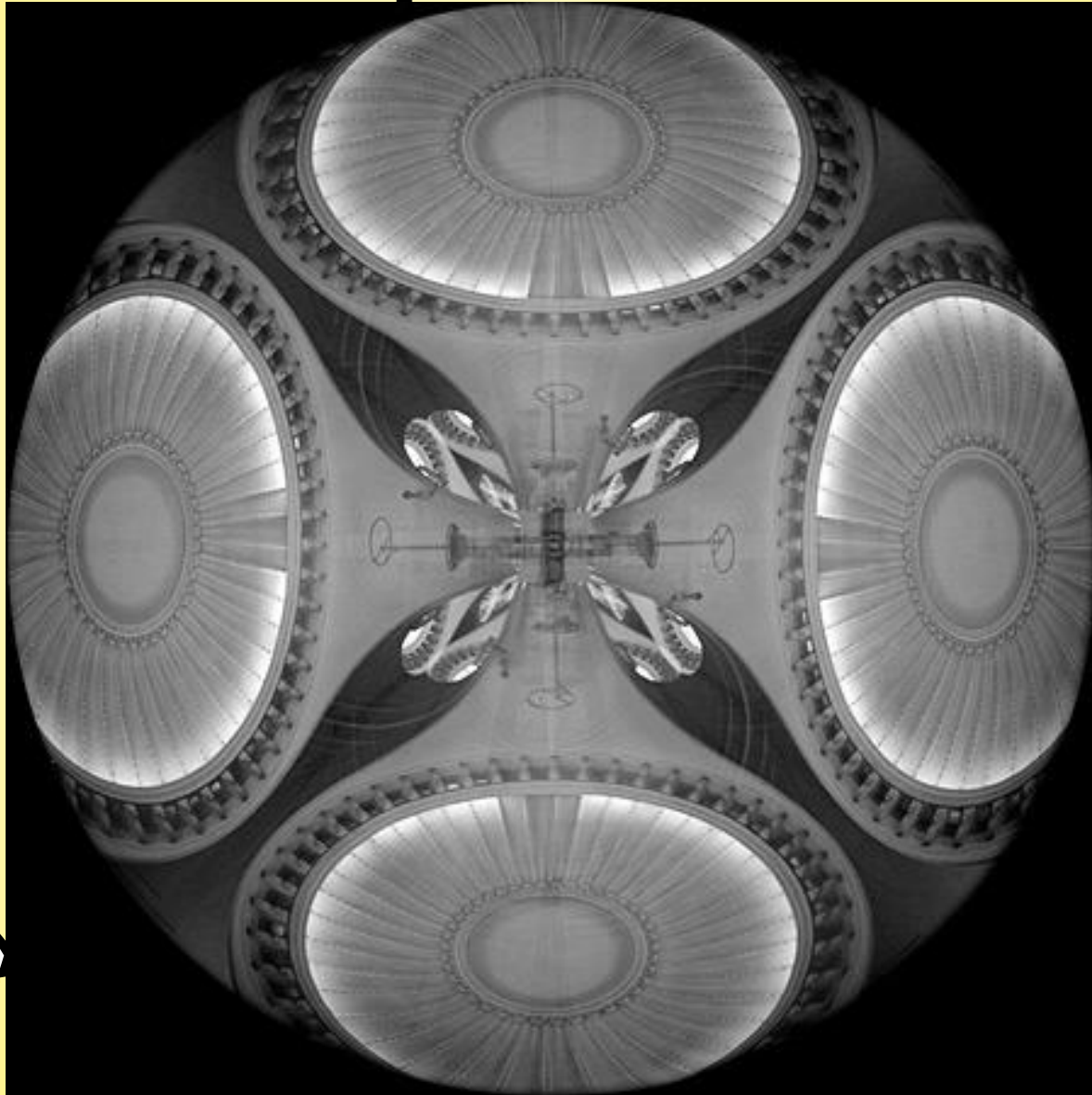
Рассмотрим теперь любые две точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ и докажем, что расстояние между симметричными им точками A_1 и B_1 равно AB . Точки A_1 и B_1 имеют координаты $A_1(-x_1; -y_1; -z_1)$ и $B_1(-x_2; -y_2; -z_2)$. По формуле расстояния между двумя точками находим: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$, $A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}$. Из этих соотношений ясно, что $AB = A_1B_1$, что и требовалось доказать.



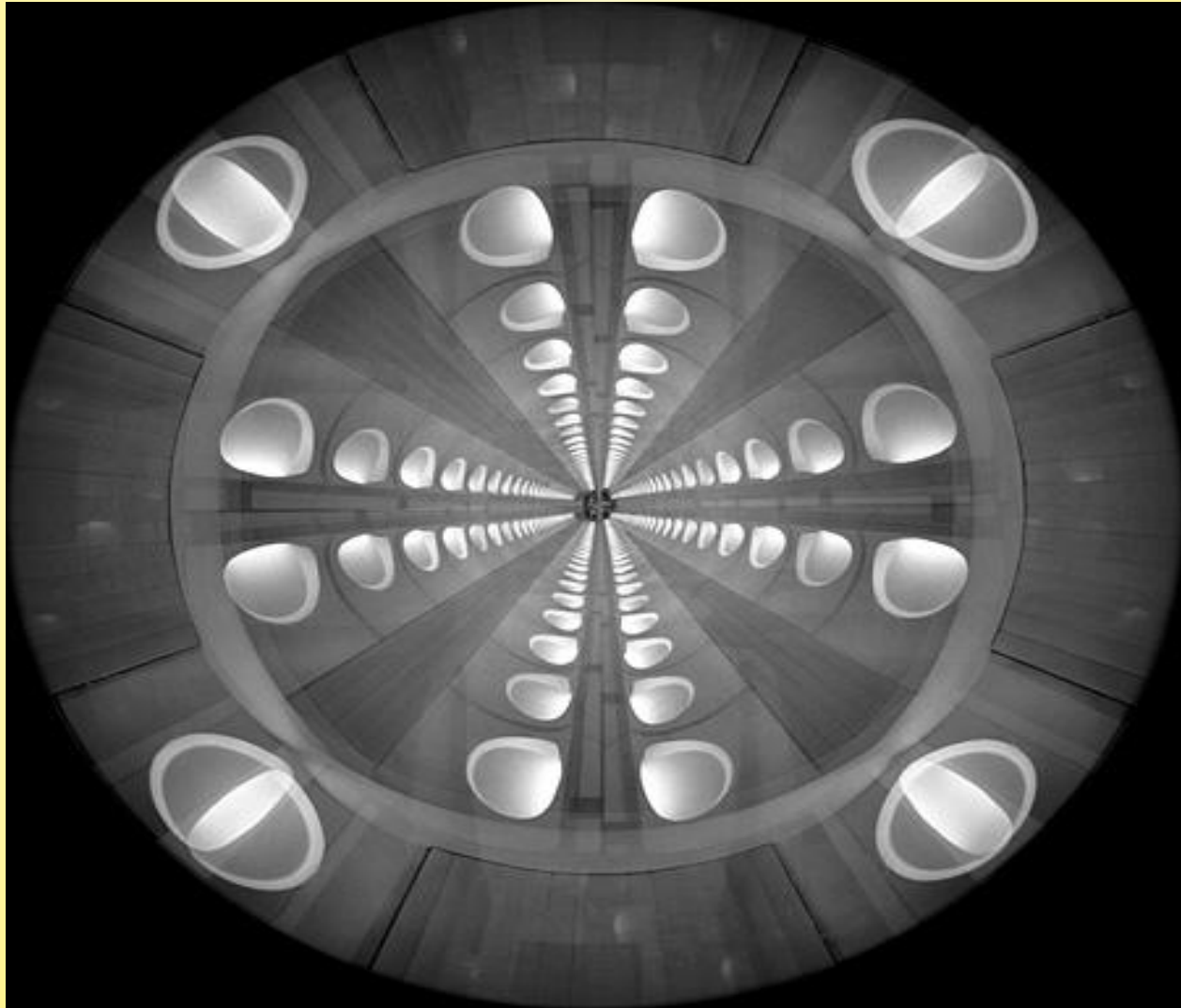
Фигуры, обладающие Центральной симметрией



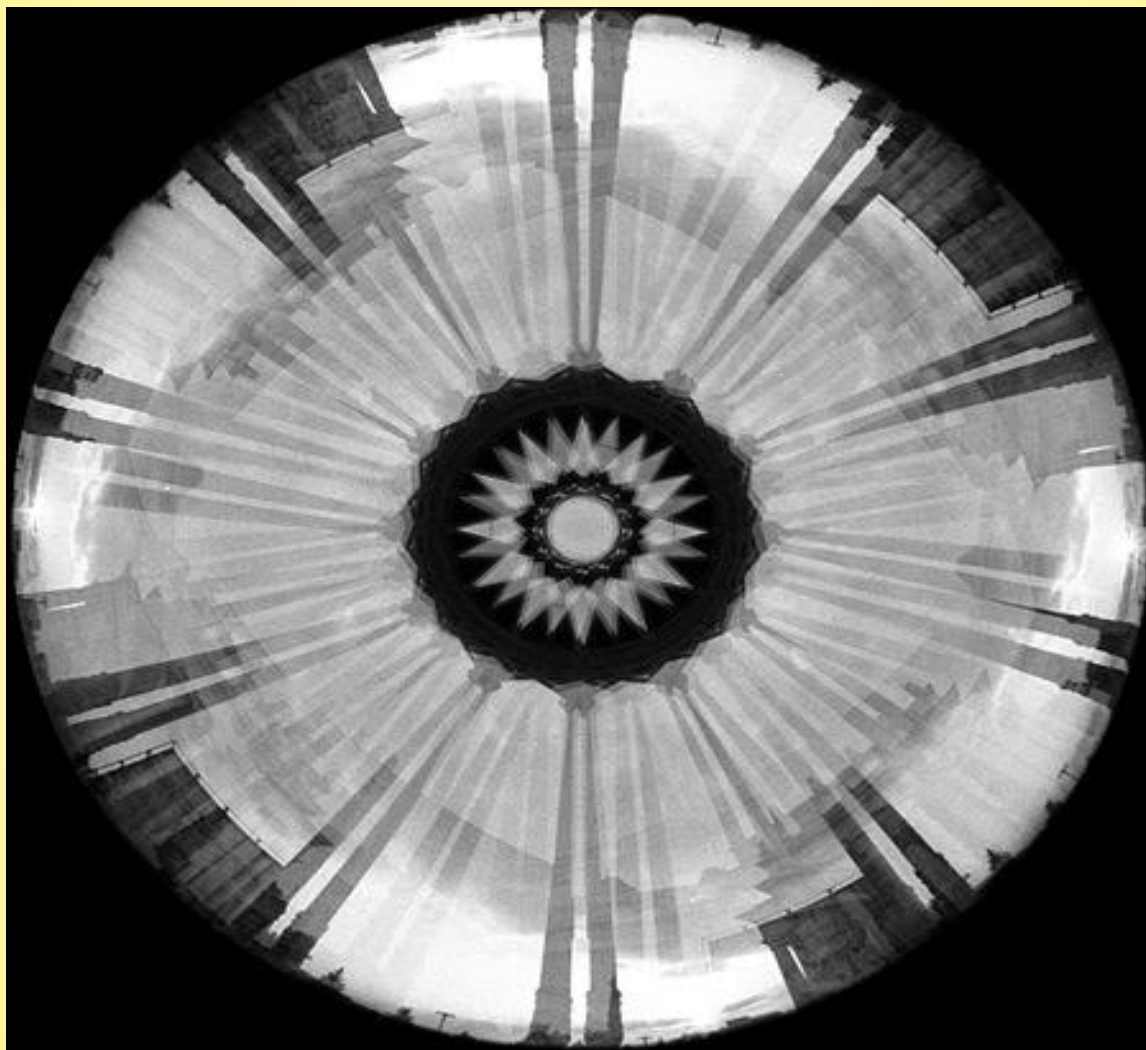
Ст. метро Сокол



Ст. метро Римская

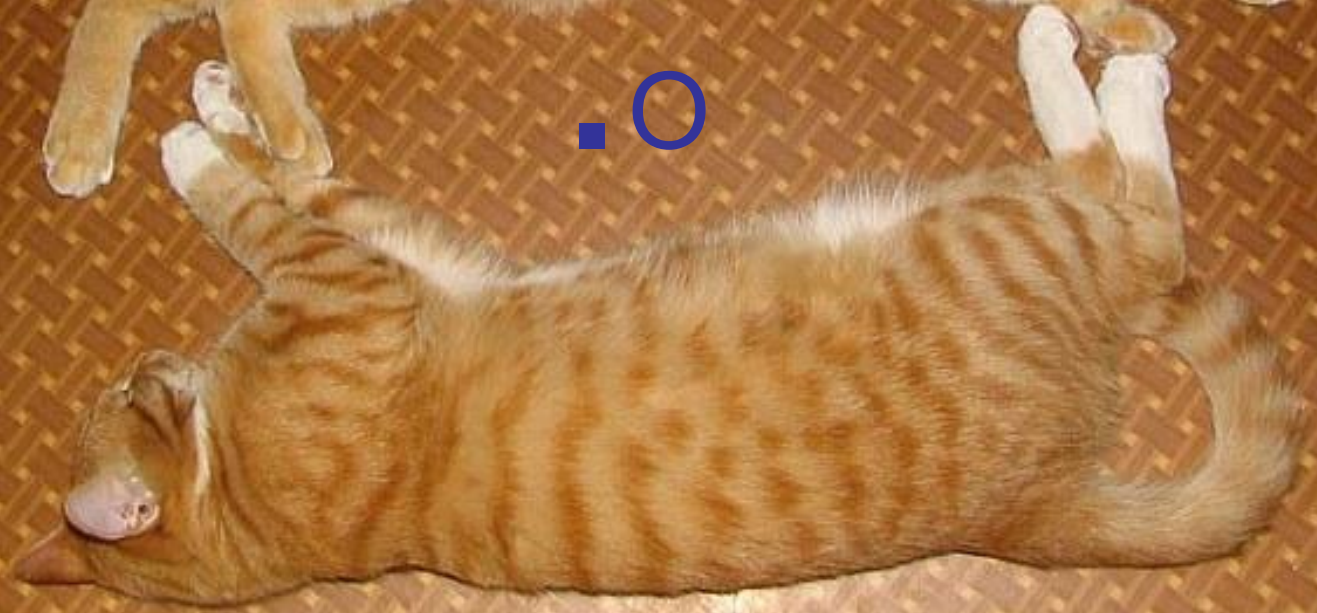


Павильон Культура, ВВЦ





■ ○



Осевая симметрия

M_1

M

a

Осевой симметрией с осью a называется такое отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в симметричную ей точку M_1 относительно оси a .

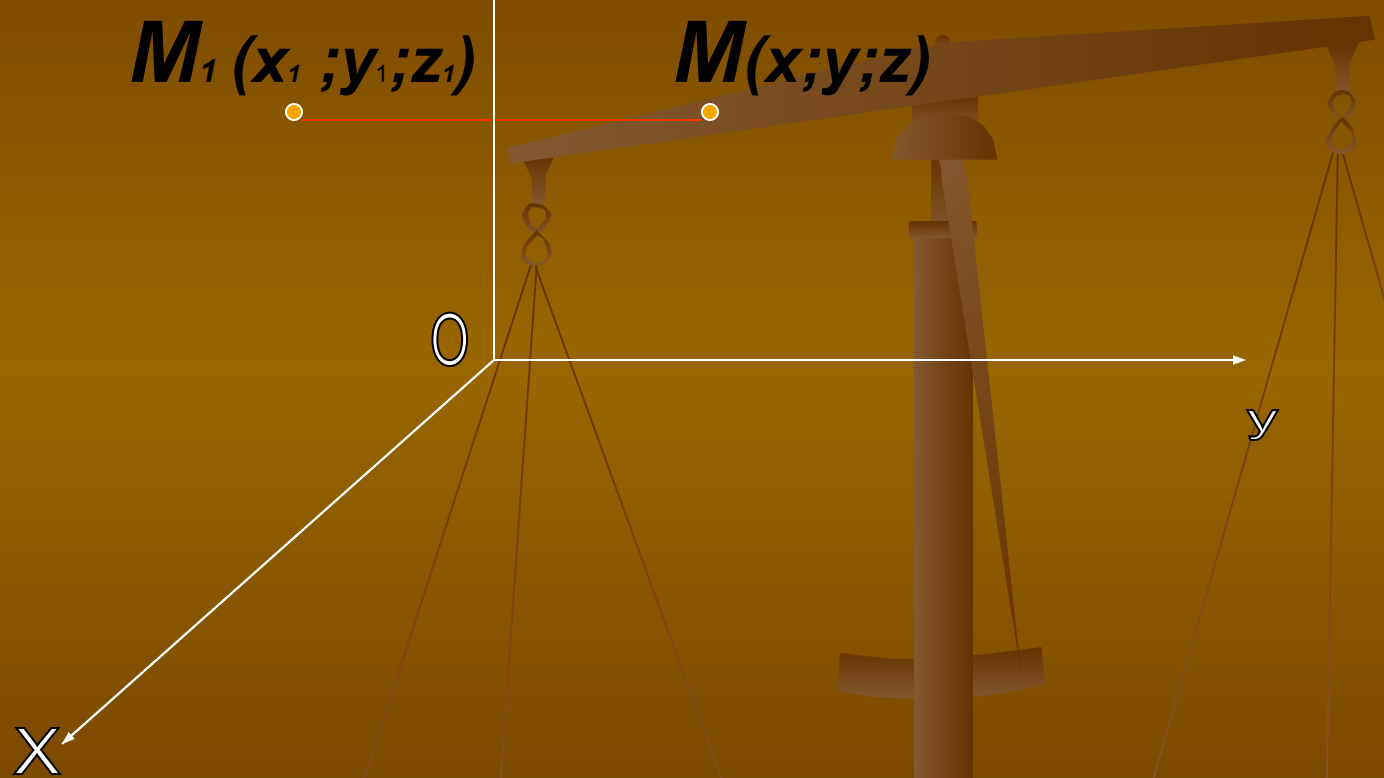
Осевая симметрия – это движение.



Докажем, что осевая симметрия является движением. Для этого введем прямоугольную систему координат $Oxyz$ так, чтобы ось Oz совпала с осью симметрии, и установим связь между координатами двух точек $M(x;y;z)$ и $M_1(x_1;y_1;z_1)$ симметричных относительно оси Oz . Если точка M не лежит на оси Oz , то ось Oz :

Доказательство

Доказательство



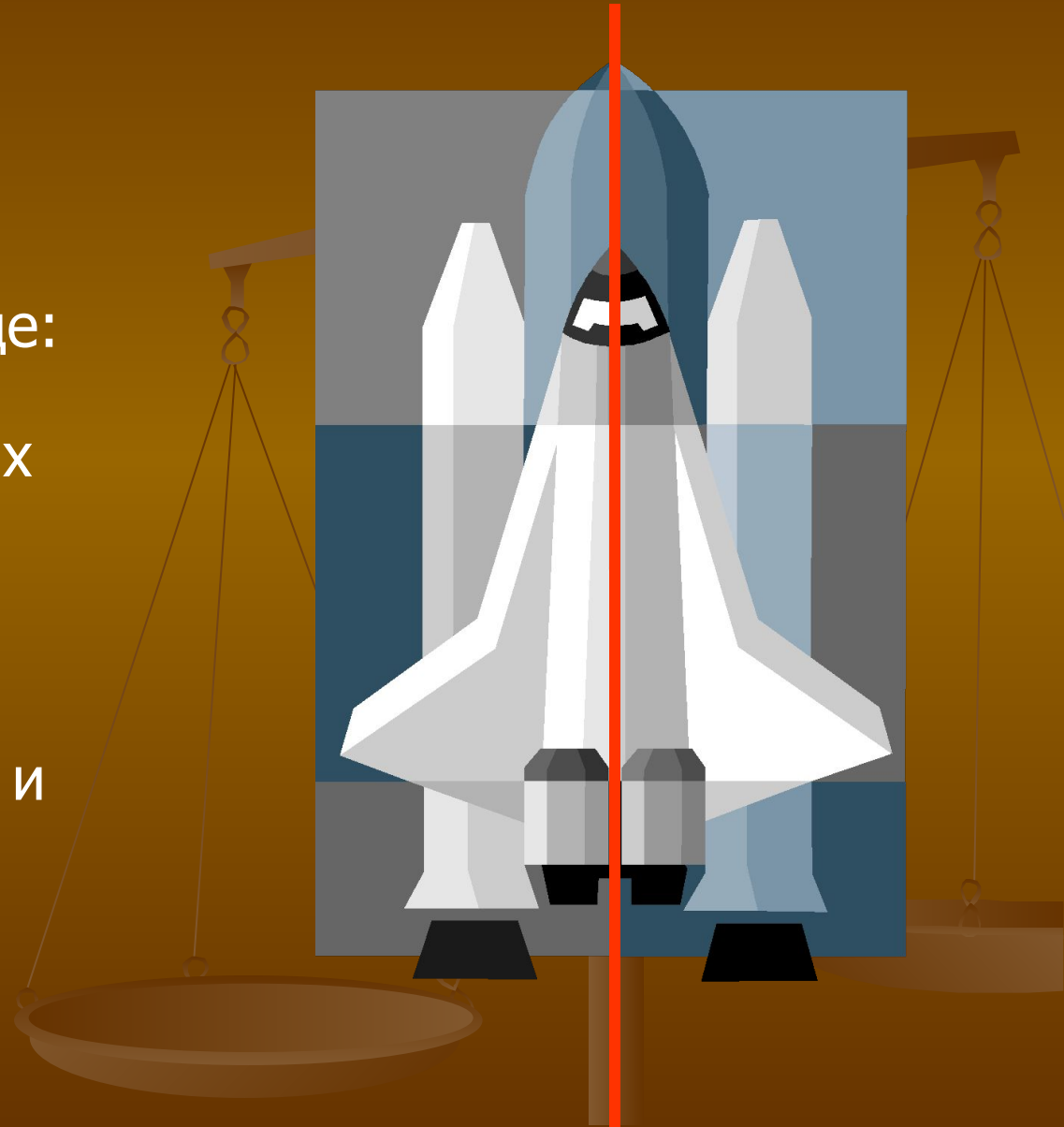
1) проходит через середину отрезка MM_1 и 2) перпендикулярна к нему. Из первого условия по формулам для координат середины отрезка получаем $(x+x_1)/2=0$ и $(y+y_1)/2=0$, откуда $x_1=-x$ и $y_1=-y$. Второе условие означает, что аппликаты точек M и M_1 равны: $z_1=z$.

Доказательство

Рассмотрим теперь любые две точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ и докажем, что расстояние между симметричными им точками A_1 и B_1 равно AB . Точки A_1 и B_1 имеют координаты $A_1(-x_1; -y_1; -z_1)$ и $B_1(-x_2; -y_2; -z_2)$. По формуле расстояния между двумя точками находим: $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$,
 $A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}$. Из этих соотношений ясно, что $AB = A_1B_1$, что и требовалось доказать.

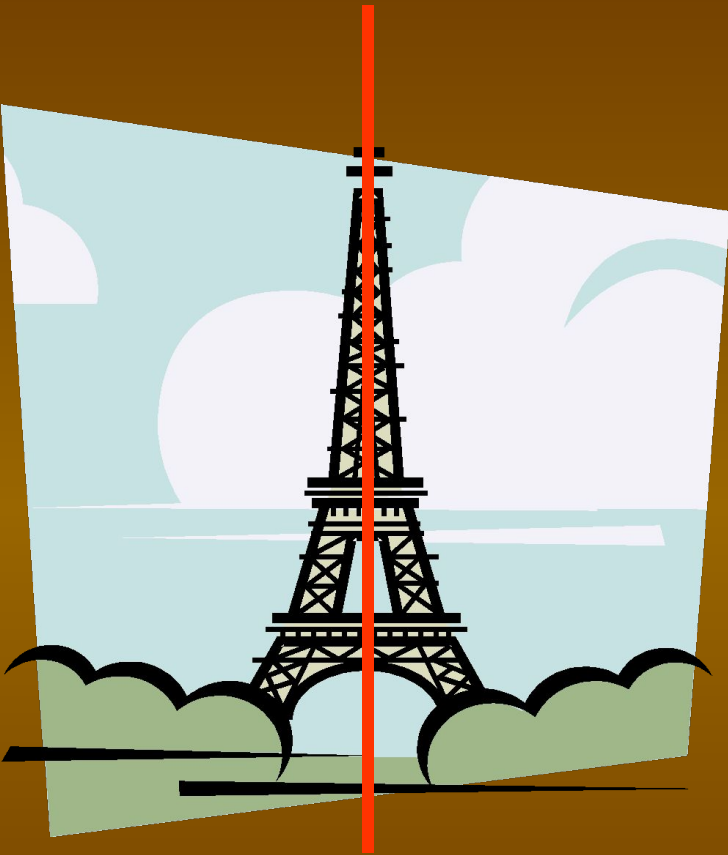
Применение

Осевая симметрия встречается очень часто. Ее можно увидеть как в природе: листья растений или цветы, тело животных насекомых и даже человека, так и в творении самого человека: здания, автомобили, техника и многое другое.

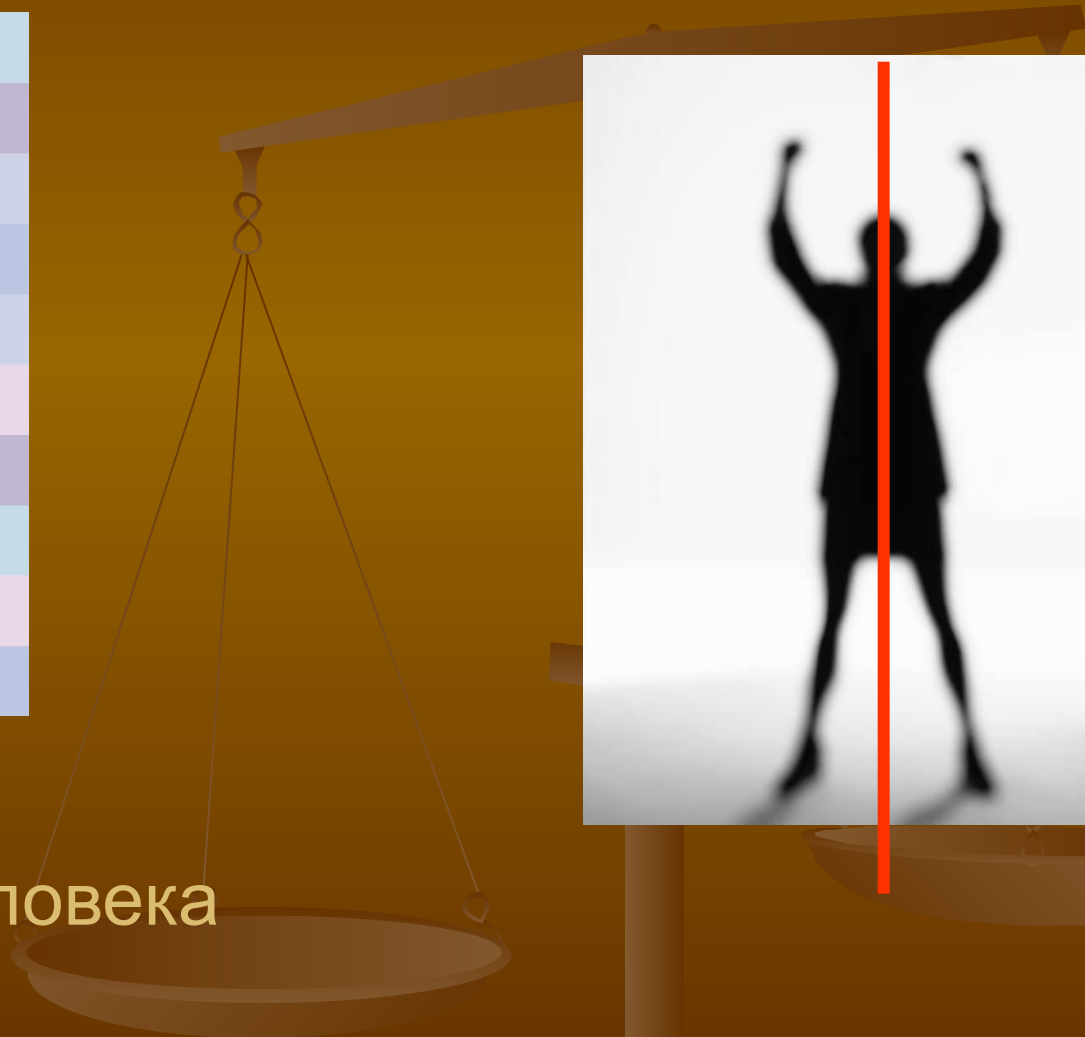
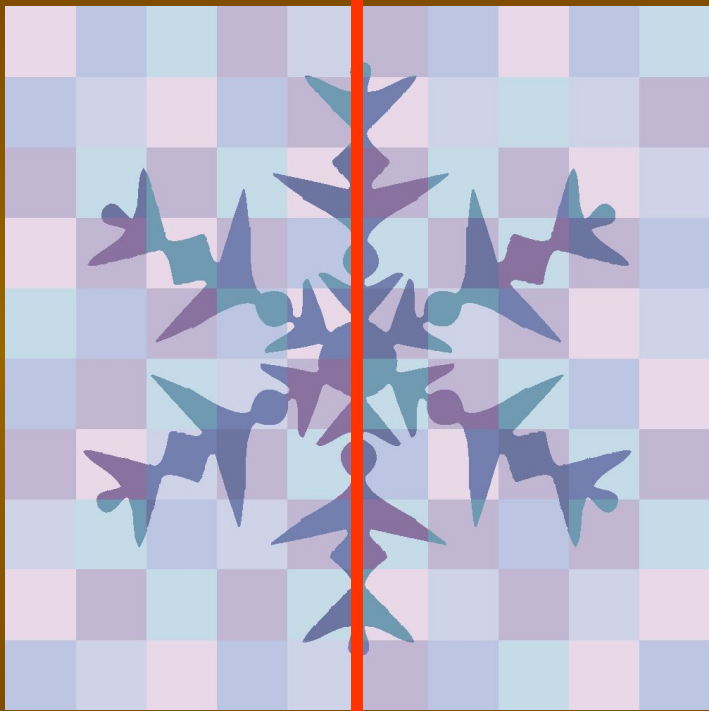




Применение осевой симметрии в ЖИЗНИ



Архитектурные строения




Снежинки и тело человека



www.VETTON.ru

сова

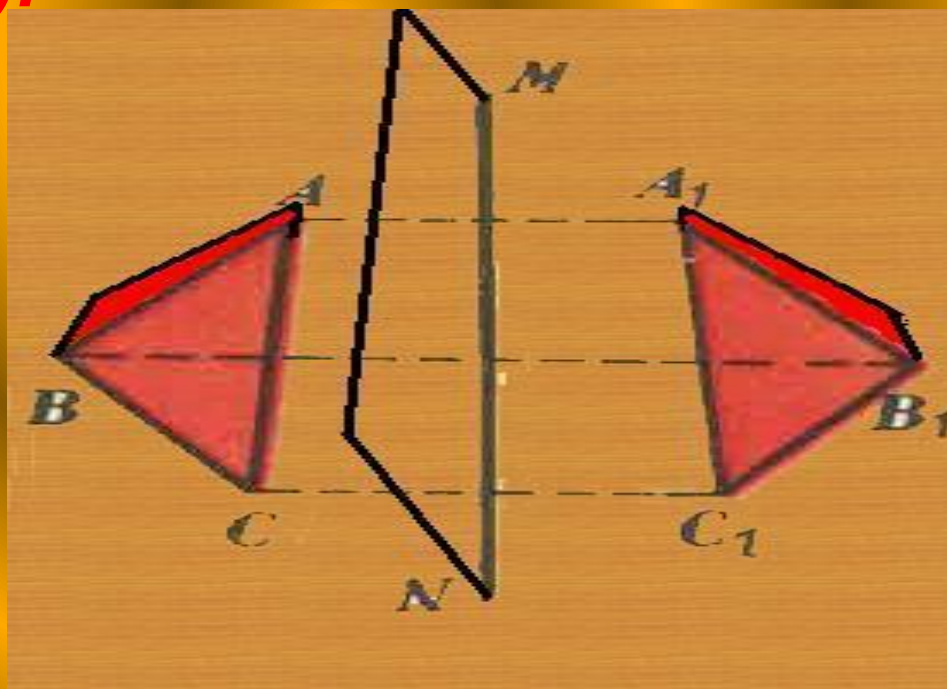
Эйфелева Башня



**Что может быть больше похоже на мою руку или мое ухо , чем их собственное отражение в зеркале ? И все же руку которую я вижу в зеркале , нельзя поставить на место настоящей руки.
Эммануил Кант .**

Зеркальная симметрия

- **Отображение объемной фигуры, при котором каждой ее точке соответствует точка, симметричная ей относительно данной плоскости, называется отражением объемной фигуры в этой плоскости (или зеркальной симметрией).**

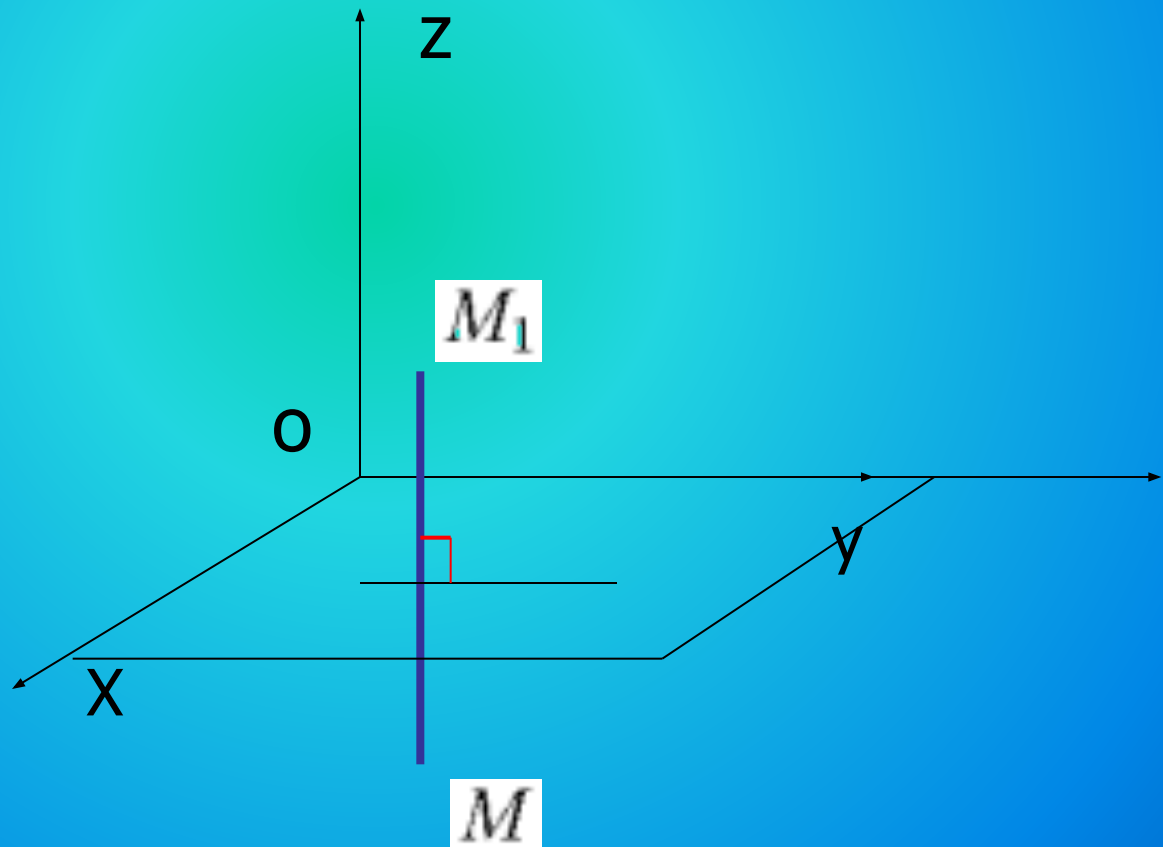


- Теорема 1. Отражение в плоскости сохраняет расстояния и, стало быть, является движением.

Теорема 2. Движение, при котором все точки некоторой плоскости неподвижны, является отражением в этой плоскости или тождественным отображением.

Зеркальная симметрия задается указанием одной пары соответствующих точек, не лежащих в плоскости симметрии: плоскость симметрии проходит через середину отрезка, соединяющего эти точки, перпендикулярно к нему.

Докажем, что зеркальная симметрия – это движение
Для этого введем прямоугольную систему координат $Oxyz$ так,
чтобы плоскость Oxy совпала с плоскостью симметрии, и
установим связь между координатами двух точек $M(x; y; z)$ и
 $M_1(x_1; y_1; z_1)$, симметричных относительно плоскости Oxy .

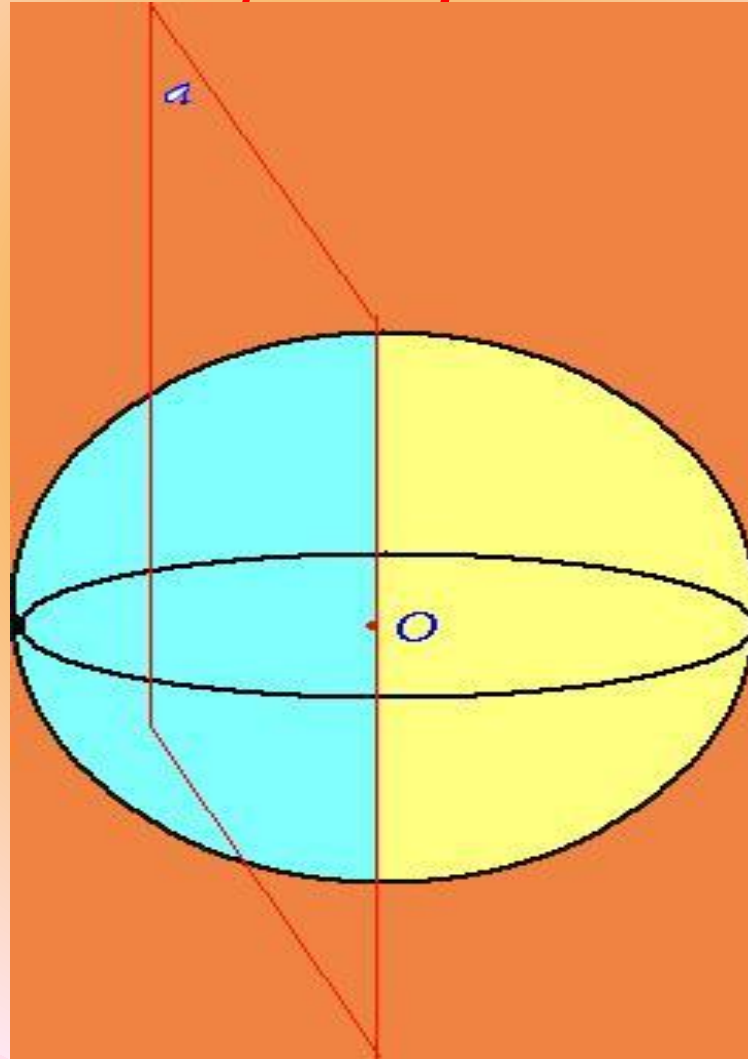


Если точка M не лежит в плоскости Oxy , то эта плоскость: 1) проходит через середину отрезка MM_1 и 2) перпендикулярна к нему. Из первого условия по формуле координат середины отрезка получаем $(z+z_1)/2=0$, откуда $z_1=-z$. Второе условие означает, что отрезок MM_1 параллелен оси Oz , и, следовательно, $x_1=x$, $y_1=y$. M лежит в плоскости Oxy .

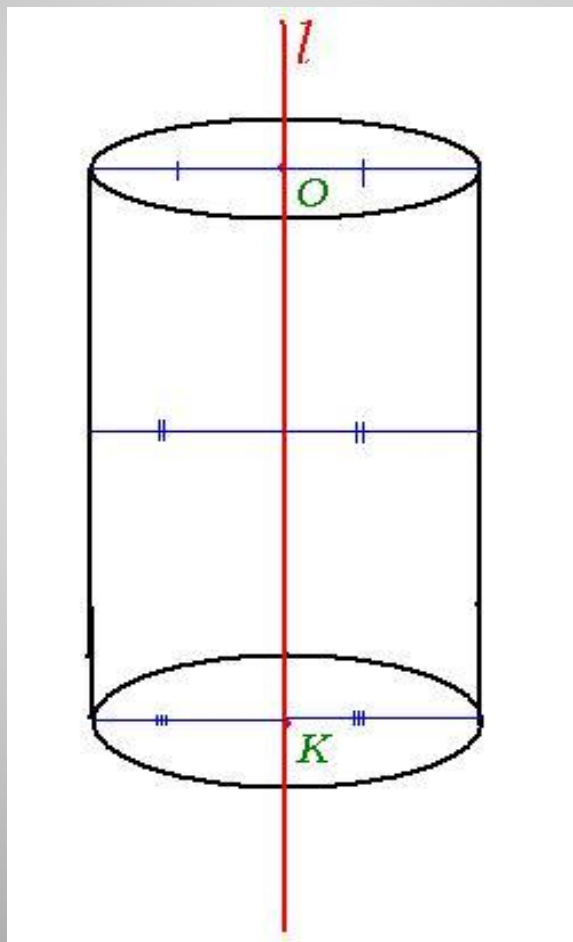
Рассмотрим теперь две точки $A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$ и докажем, что расстояние между симметричными им точками $A_1(x_1; y_1; -z_1)$ и $B(x_2; y_2; -z_2)$. По формуле расстояния между двумя точками находим: $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$, $A_1B_1 = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (-z_2-z_1)^2}$. Из этих соотношений ясно, что и требовалось доказать.

- **Симметрия относительно плоскости (зеркальная симметрия) пространства есть движение, а значит, обладает всеми свойствами движений: переводит прямую в прямую, плоскость --- в плоскость.**
- **Кроме того, это преобразование пространства, совпадающее со своим обратным: композиция двух симметрий относительно одной и той же плоскости есть тождественное преобразование.**
- **При симметрии относительно плоскости все точки этой плоскости, и только они, остаются на месте (неподвижные точки преобразования). Прямые, лежащие в плоскости симметрии и перпендикулярные ей, переходят в себя. Плоскости, перпендикулярные плоскости симметрии также переходят в себя.**
- **Симметрия относительно плоскости является**

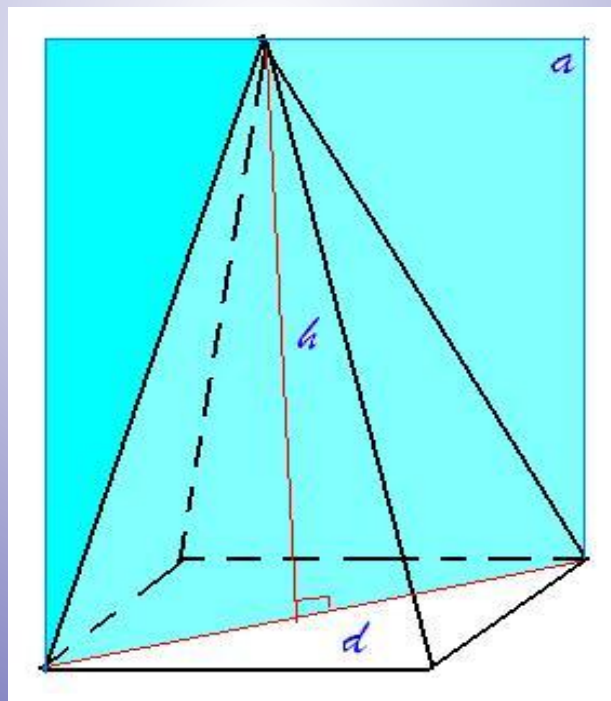
*Шар симметричен относительно
любой оси, проходящей через его
центр.*



Прямой круговой цилиндр симметричен относительно любой плоскости, проходящей через его ось.

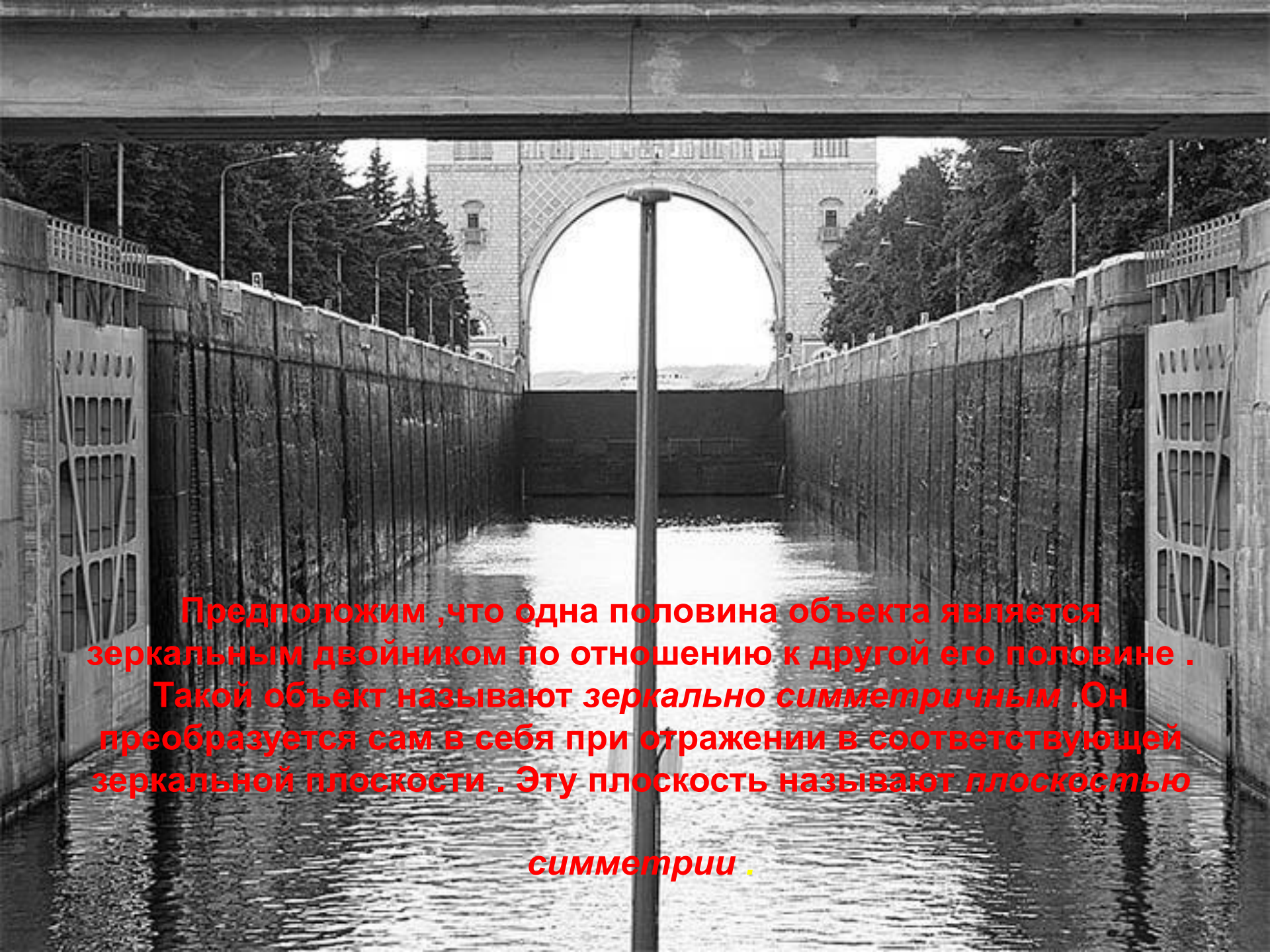


Правильная N -угольная пирамида
при четном N симметрична
относительно любой плоскости,
проходящей через ее высоту и
наибольшую диагональ основания.



Обычно считают ,что наблюдаемый в зеркале двойник является точной копией самого объекта. В действительности это не совсем так . Зеркало не просто копирует объект , а меняет местами (переставляет) передние и задние по отношению к зеркалу части объекта . В сравнении с самим объектом его зеркальный двойник оказывается "вывернутым" вдоль направления перпендикулярного к плоскости зеркала .Этот эффект хорошо виден на одном рисунке и фактически незаметен на другом .





Предположим , что одна половина объекта является зеркальным двойником по отношению к другой его половине . Такой объект называют *зеркально симметричным* . Он преобразуется сам в себя при отражении в соответствующей зеркальной плоскости . Эту плоскость называют *плоскостью симметрии* .

Здание ЕНУ им. Л.Н Гумилева

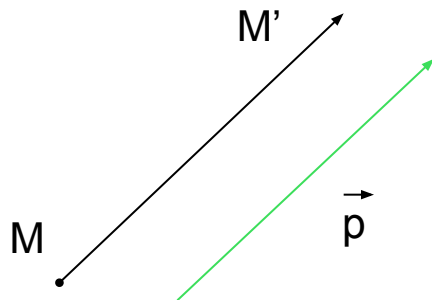


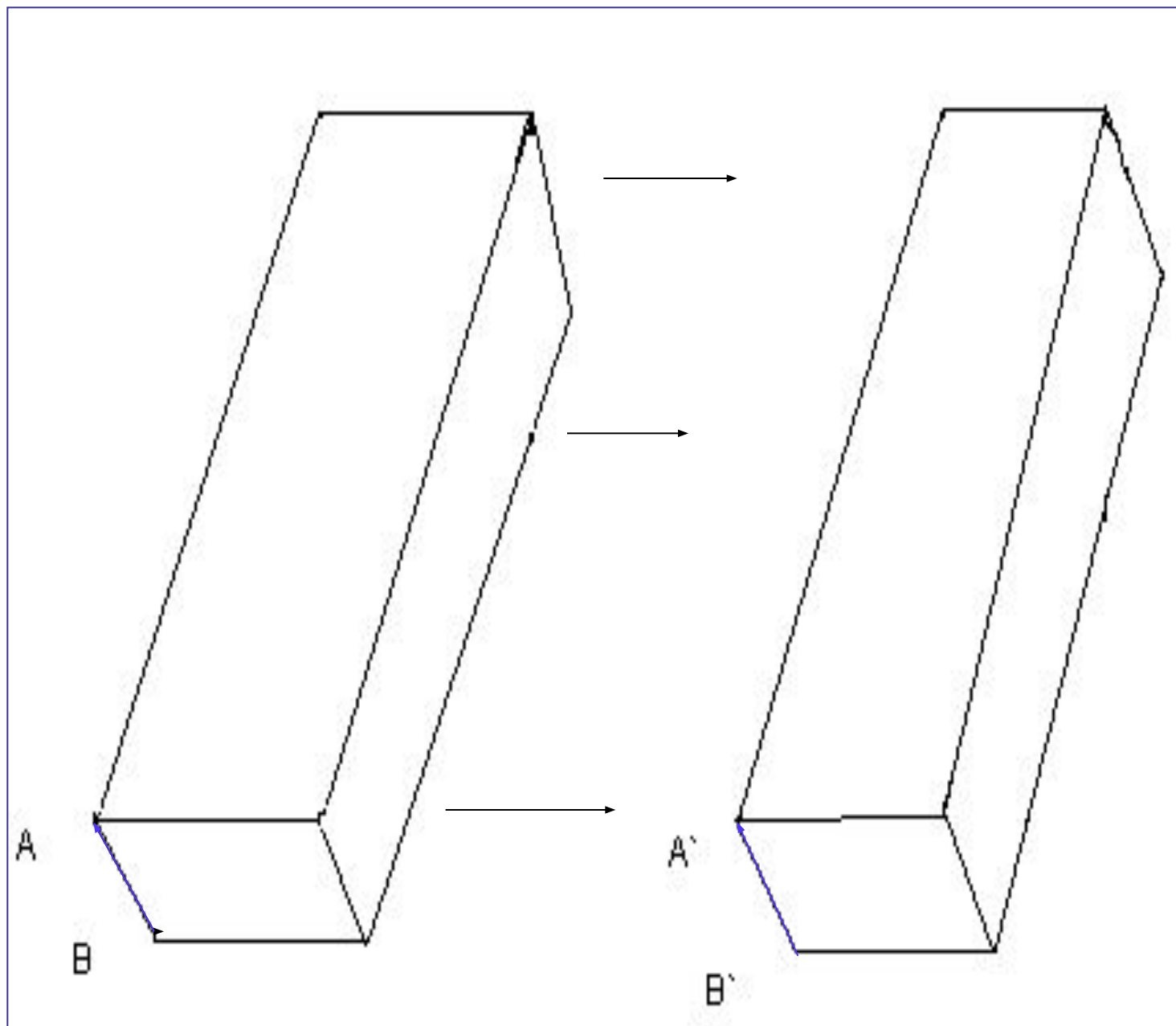
Параллельный перенос



Движение плоскости

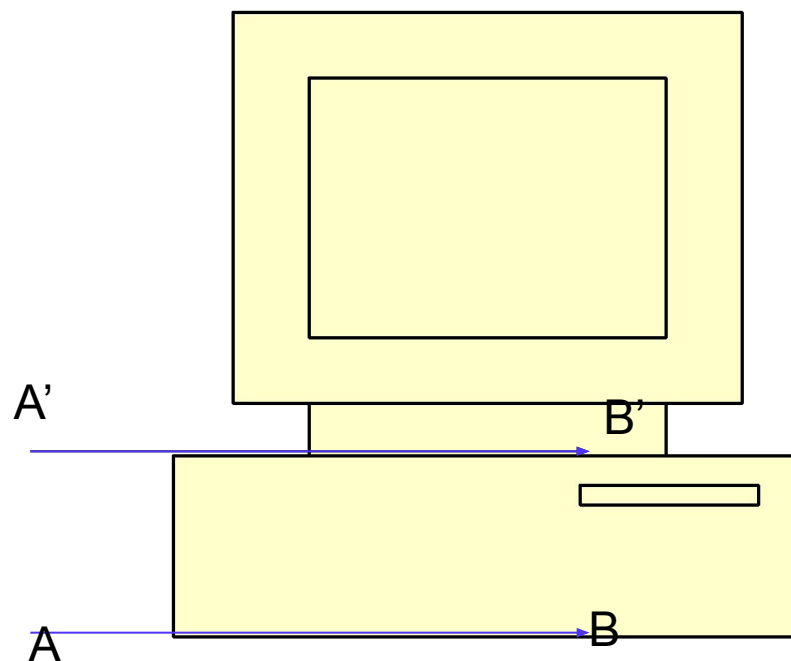
- Движение плоскости – это взаимно однозначное преобразование точек плоскости при котором сохраняются расстояния: если точка A переходит в A' , $B \rightarrow B'$, то $A'B' = AB$
- При движении так же сохраняются углы
- Параллельный перенос – это отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в точку M' , что $MM' = p$





Применение

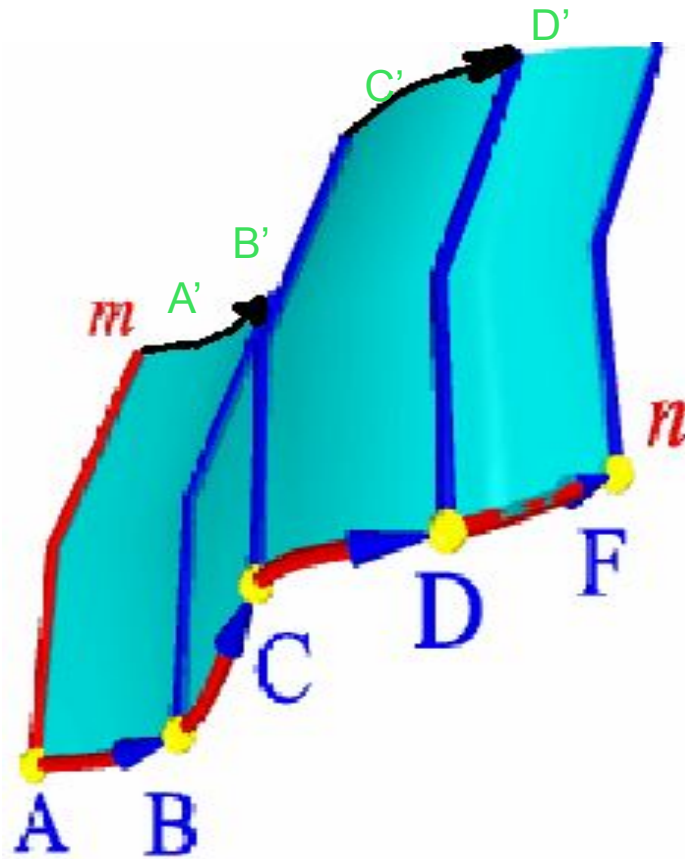
- Мы так же можем увидеть «параллельный перенос в повседневной жизни. Мы видим эти мелочи повсюду, но вряд ли кто-то из нас задумывался об этом. Дизайн в квартирах иногда выполняют в стиле «параллели».



ПОВЕРХНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

- Поверхностью **параллельного переноса** называется поверхность, образованная поступательным плоскопараллельным перемещением образующей - плоской кривой линии **m** по криволинейной направляющей **n**

Наглядным примером
плоскости
параллельного
переноса может
служить скользящая
опалубка,
применяемая в
строительстве.















Спасибо за урок