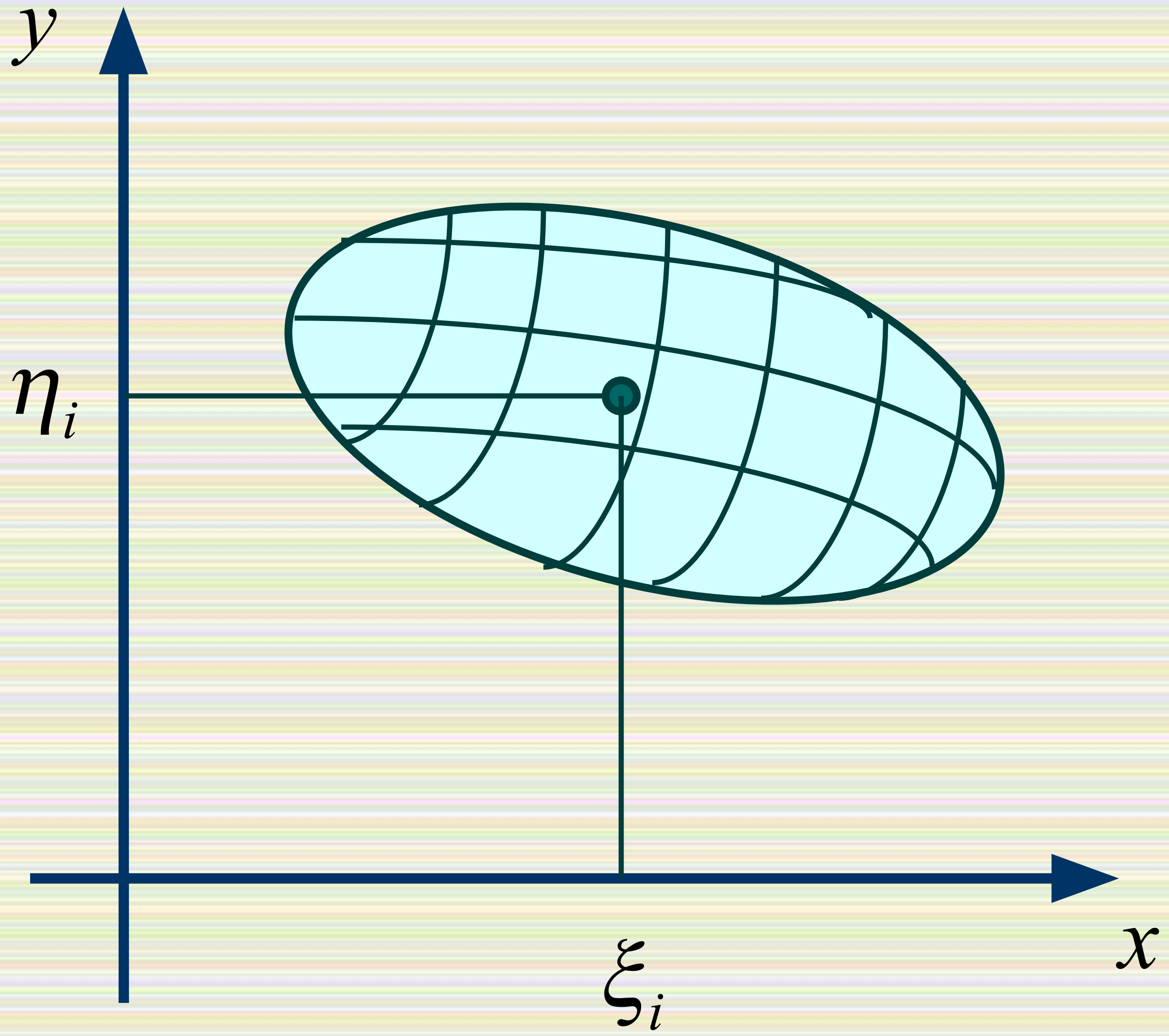
17. ДВОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

17.1. ПОНЯТИЕ ДВОЙНОГО ИНТЕГРАЛА

Пусть *D* – замкнутая и ограниченная область на плоскости *XOY* и в ней определена произвольная ограниченная функция $z=f(x,y)$.

Разобьем область *D* сетью кривых на *n* произвольных частей D_i с площадями ΔS_i.

В каждой из областей D_i выберем точку (ξ_i,η_i).



y
η_i
ξ_i
x

Сумму вида

$$\boxed{\sigma = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i}$$

называют интегральной суммой

для функции $z=f(x,y)$ в области D.

1

Интегральная сумма зависит от способа разбиения отрезка и выбора точек (ξ_i, η_i).

Диаметром *d* области *D* называется наибольшее расстояние между граничными точками этой области.

Пусть *max d* – наибольший из всех диаметров частичных областей. Тогда

Если существует конечный предел интегральной суммы при $\max d \to 0$ ***не зависящий от способа разбиения области D и выбора точек (ξ_i, η_i), то он называется <u>двойным интегралом</u> от функции z=f(x,y) по области D.***

$$\lim_{\max d \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i = \iint_D f(x, y) dS$$

Функция z=f(x,y) называется интегрируемой в области D.

Область D называется областью интегрирования.

x, y – называются переменными интегрирования.

$dS = dxdy$ ***- элемент площади.***

ТЕОРЕМА.

Если функция f(x,y) непрерывна в замкнутой ограниченной области, то она интегрируема в этой области.