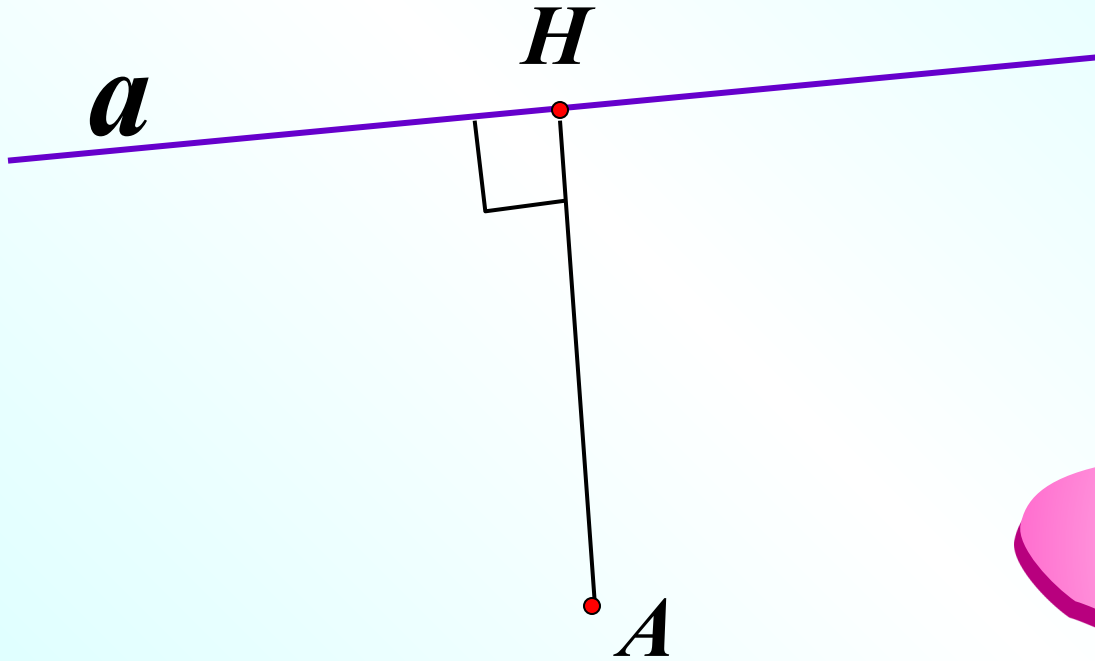


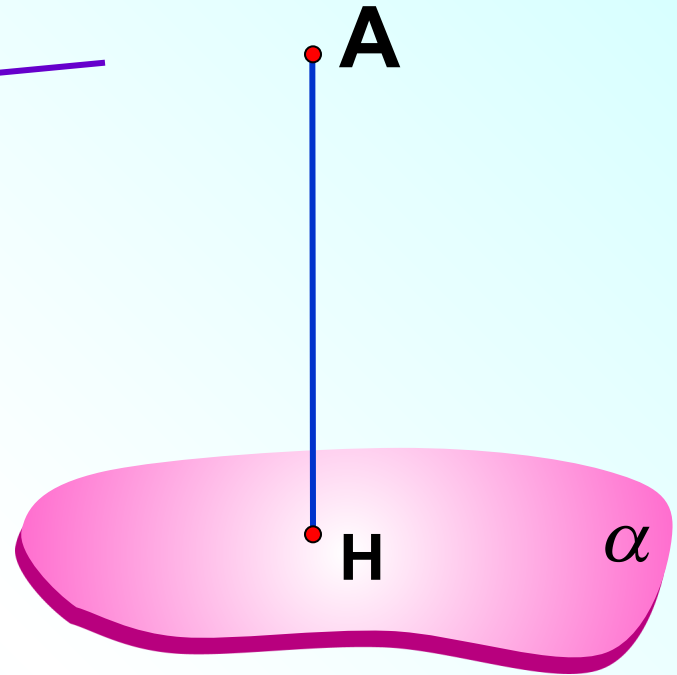
Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

Двугранный угол

Повторение

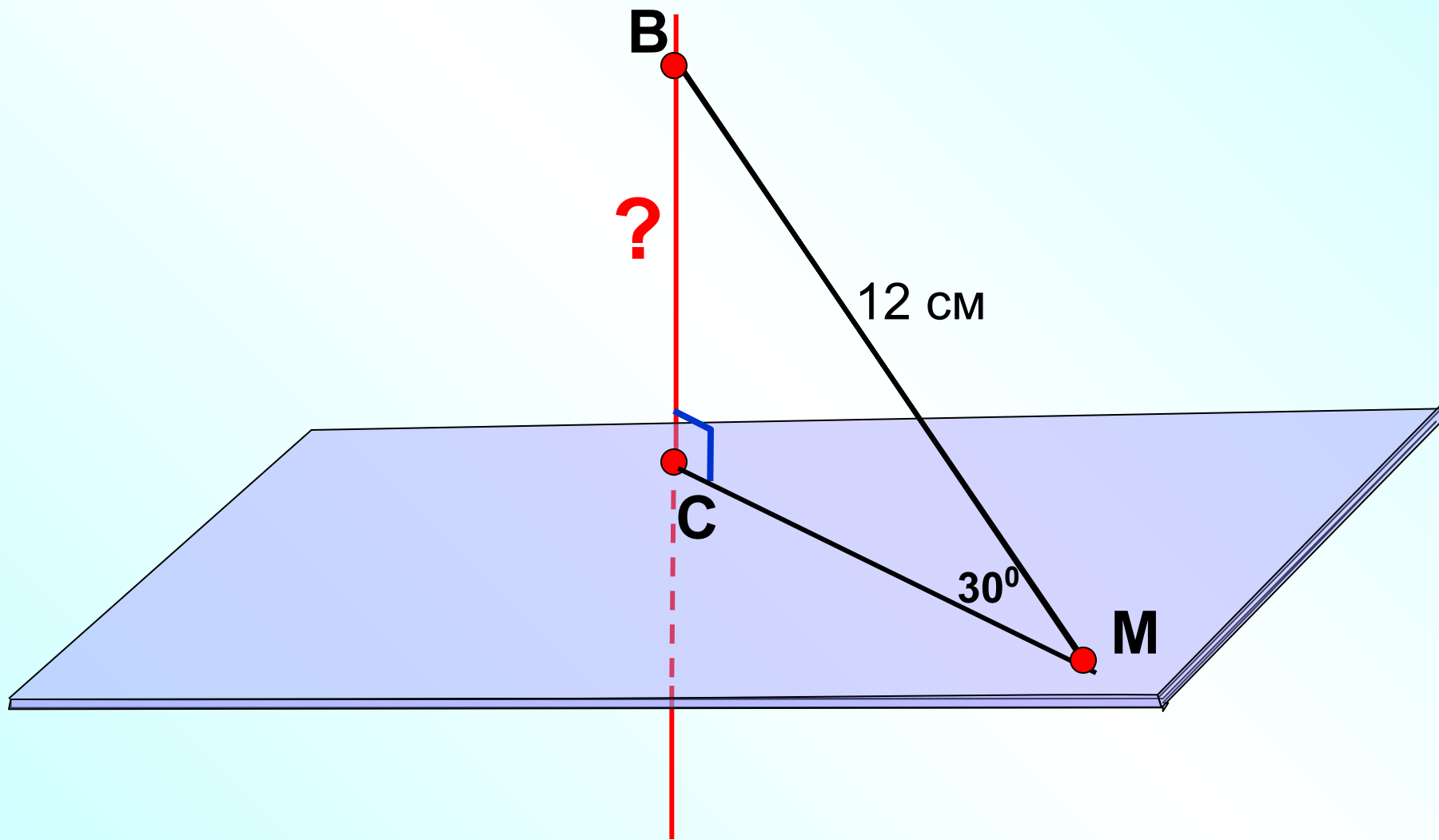


Расстояние от точки до прямой – длина перпендикуляра, опущенного из точки A на прямую.

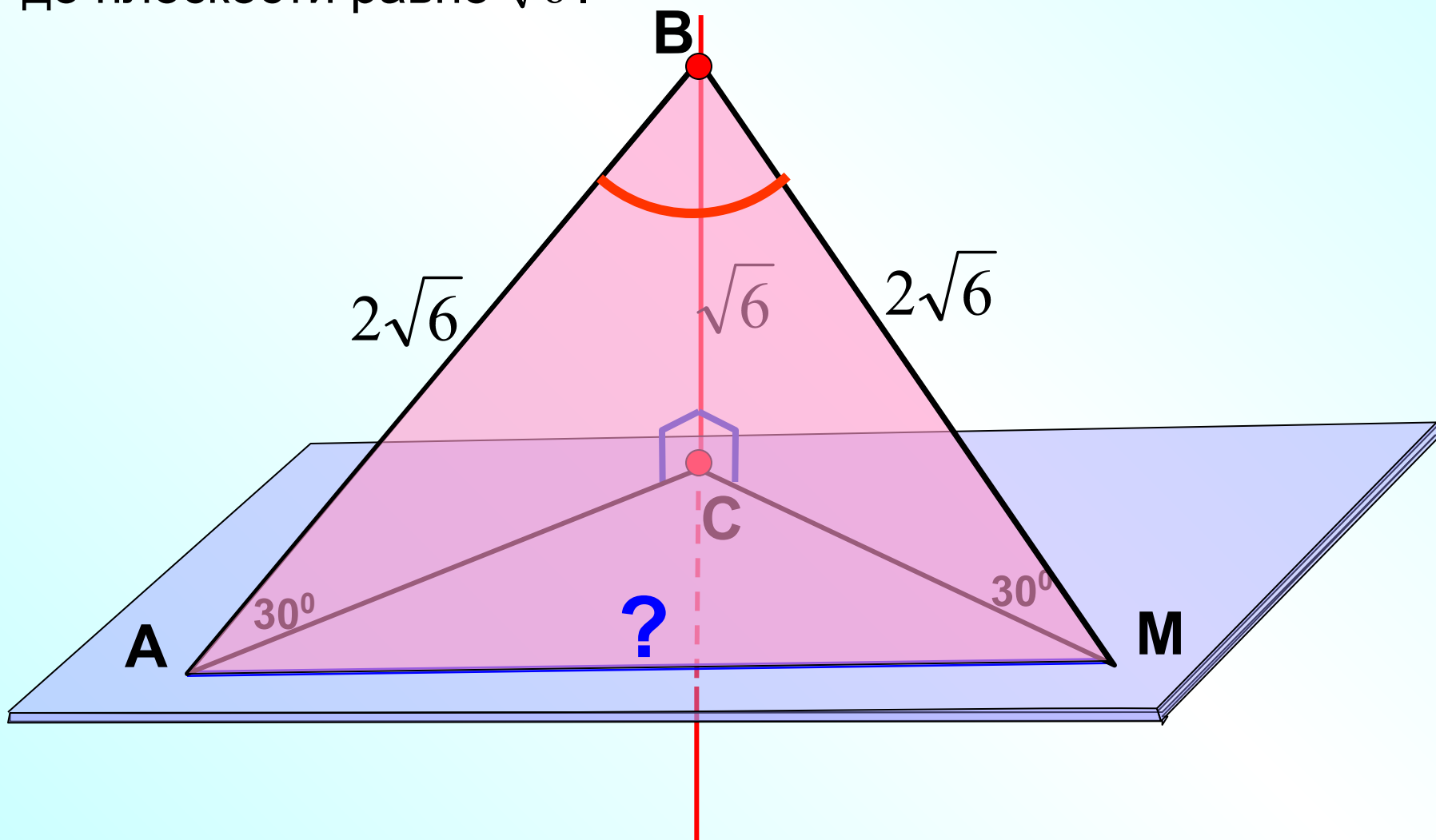


Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра

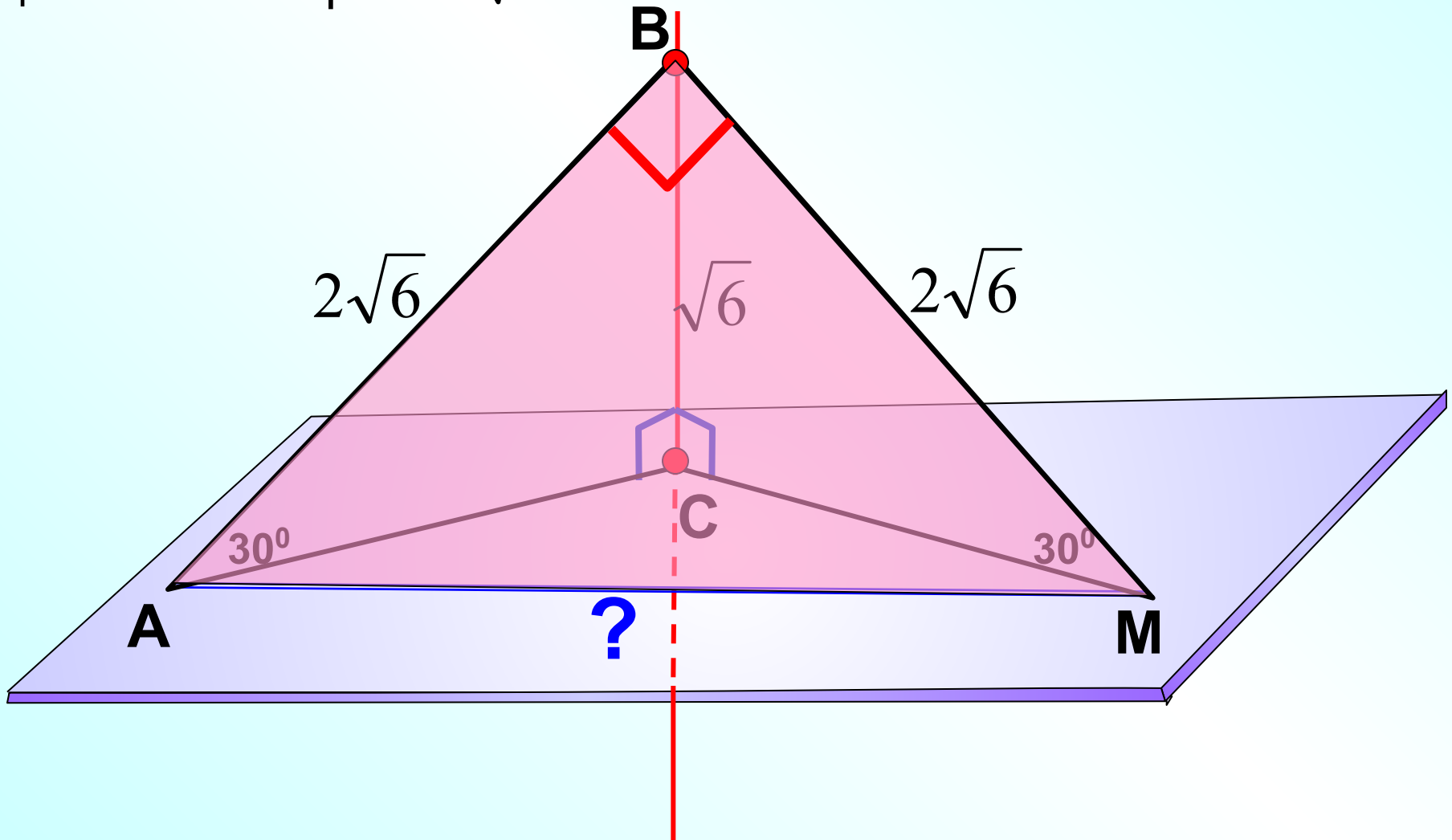
Из точки В к плоскости проведена наклонная, равная 12 см. Угол между наклонной и ее проекцией на плоскость равен 30° . Найти расстояние от точки В до плоскости.



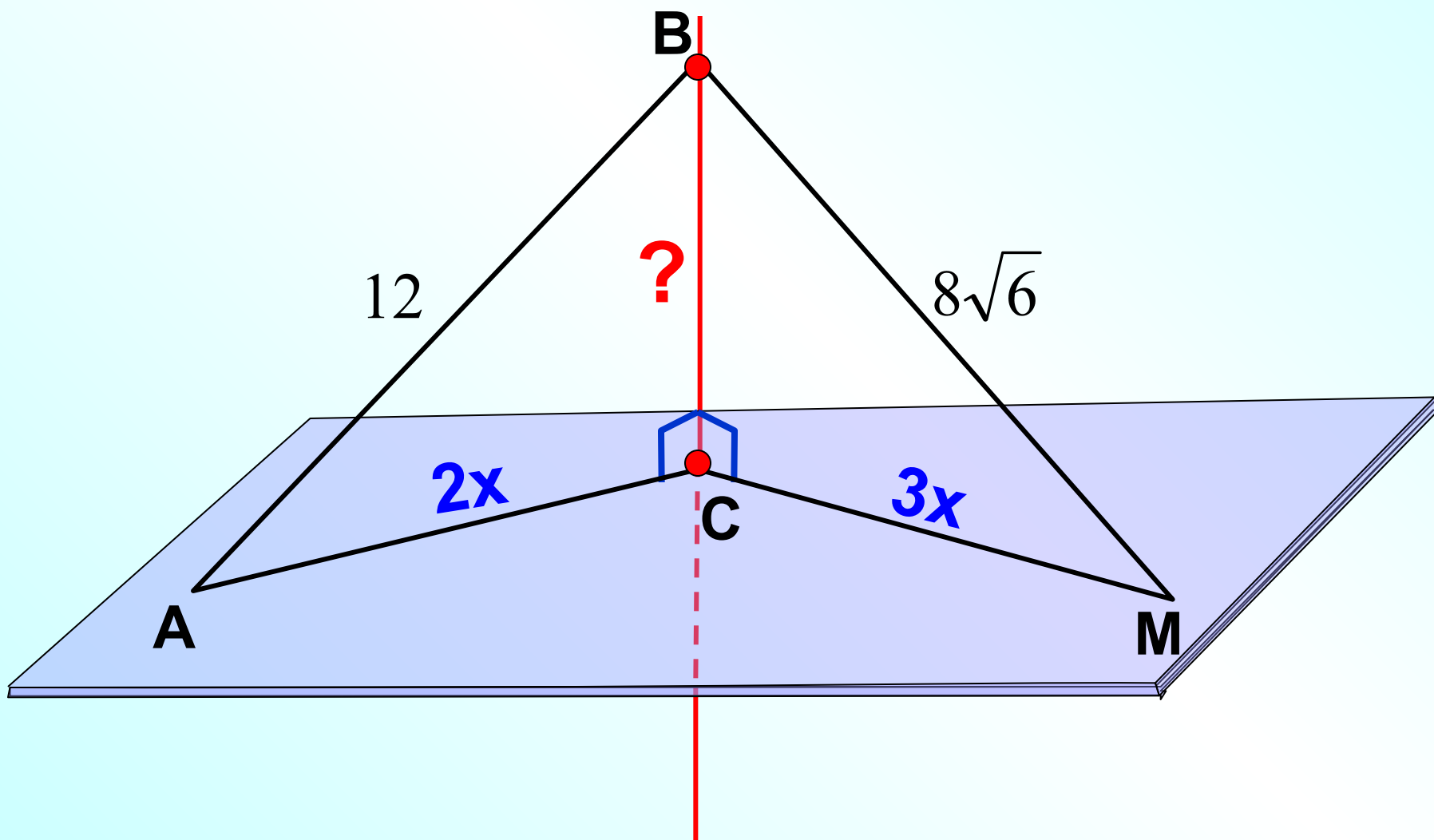
Из точки В к плоскости проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость углы в 30° . Угол между наклонными равен 60° . Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки В до плоскости равно $\sqrt{6}$.



Из точки В к плоскости проведены две наклонные, которые образуют со своими проекциями на плоскость углы в 30° . Угол между наклонными равен 90° . Найдите расстояние между основаниями наклонных, если расстояние от точки В до плоскости равно $\sqrt{6}$.

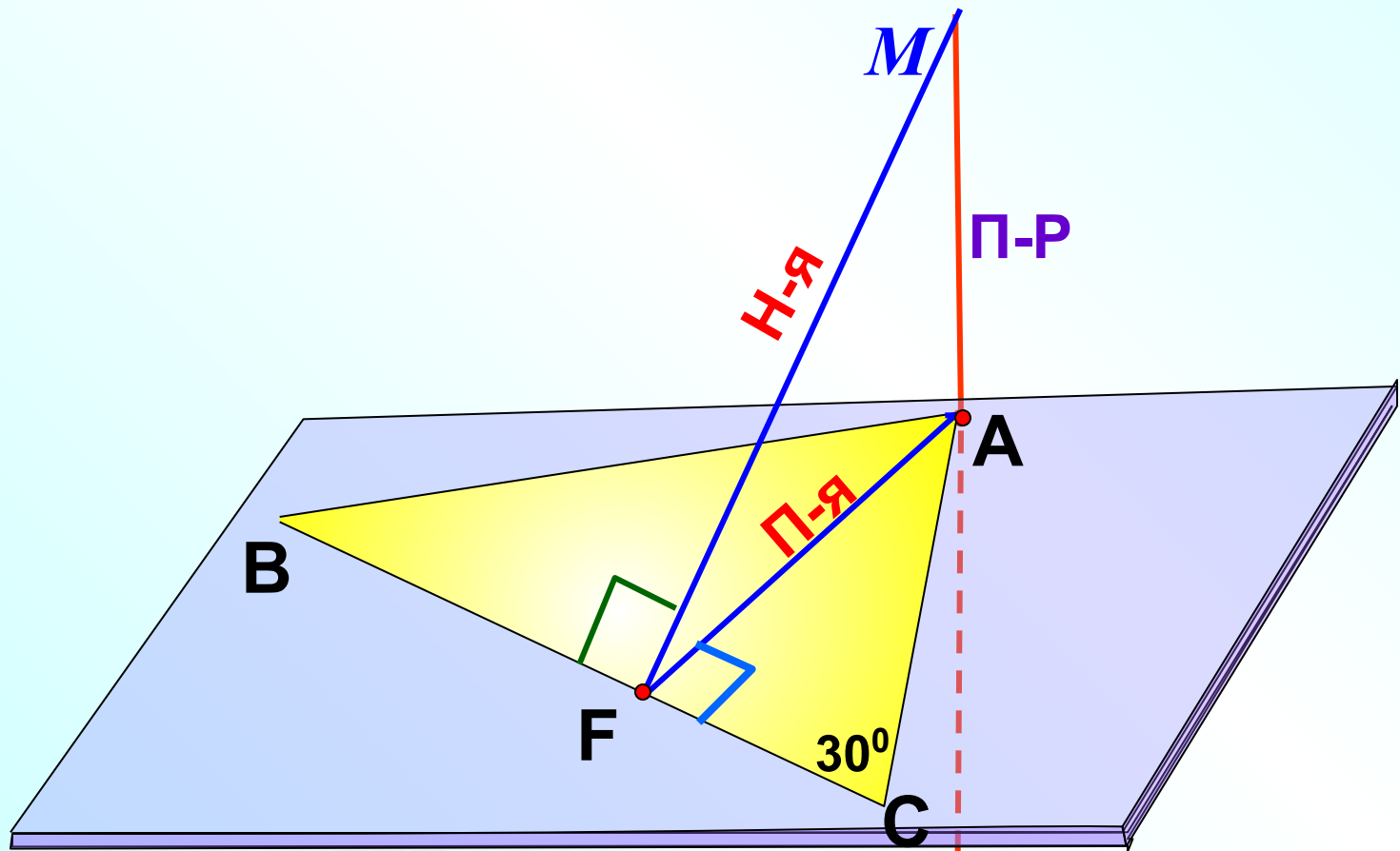


Из точки В к плоскости проведены две наклонные, длины которых равны 12 и $8\sqrt{6}$. Их проекции на плоскость относятся как 2 : 3. Найдите расстояние от точки В до плоскости.



Через вершину C треугольника ABC проведена прямая CM , перпендикулярная к его плоскости. Угол C равен 30° .

Найдите расстояния: 1) от точки A до прямой BC ;
 2) от точки M до прямой BC , если $AC = 12$ см, а $AM = 2\sqrt{3}$ см.

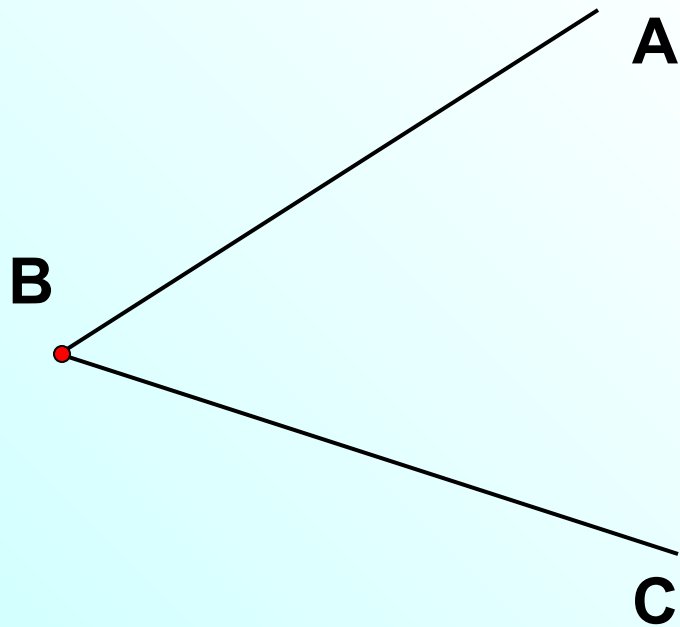


$CB \perp AF$ (П-я) $\xRightarrow{\text{ТПП}}$ $CB \perp MF$ (Н-я)

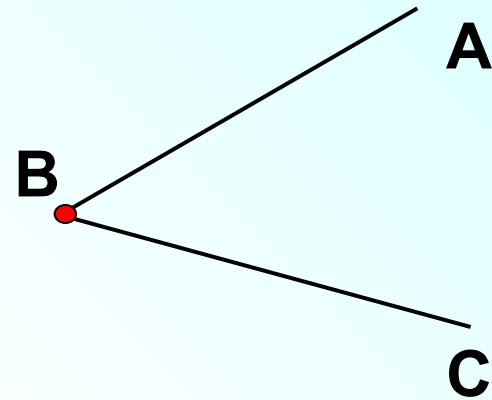
AF и MF – искомые расстояния

Планиметрия

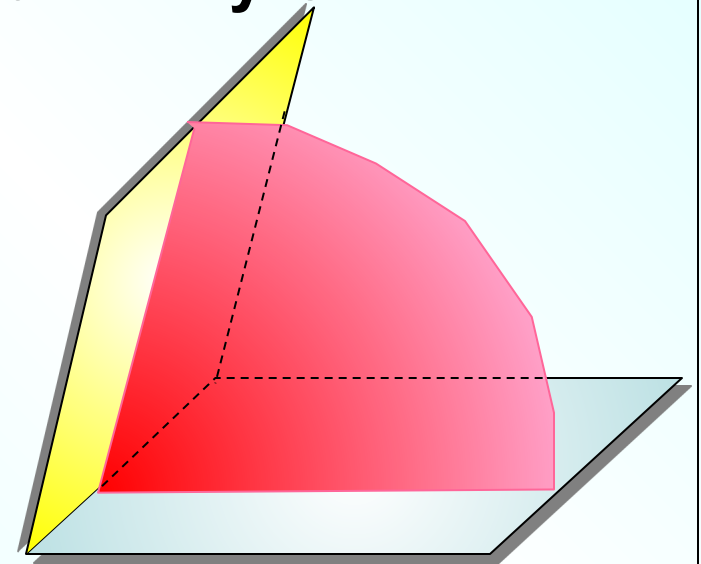
Углом на плоскости мы называем фигуру, образованную двумя лучами, исходящими из одной точки.



Стереометрия

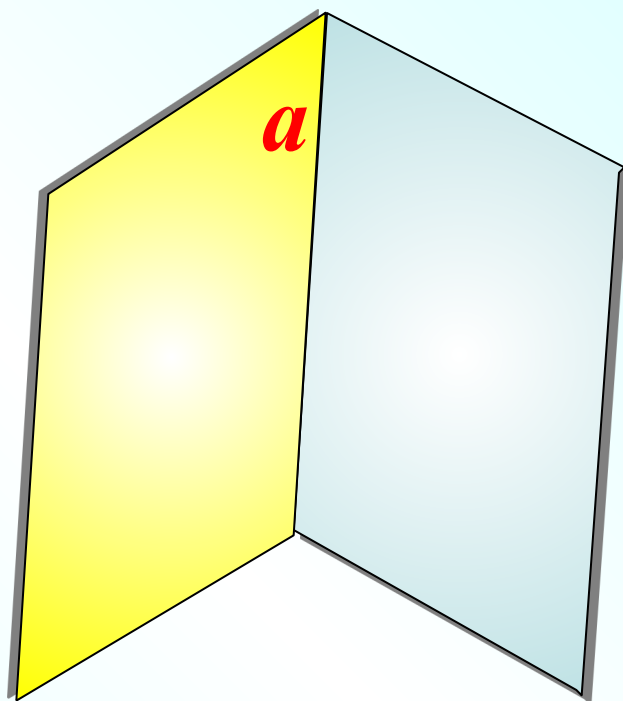


Двугранный угол



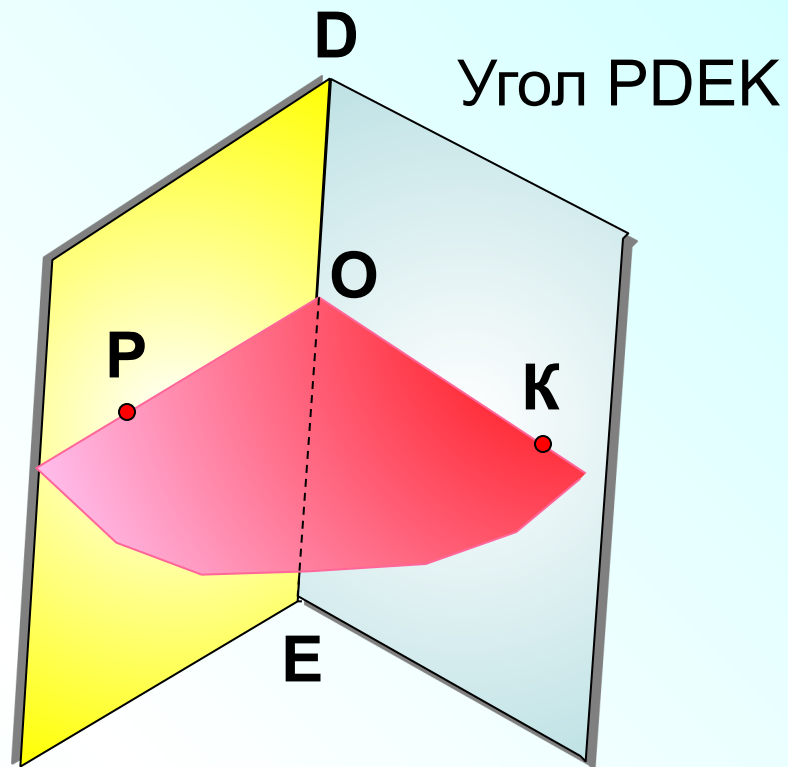
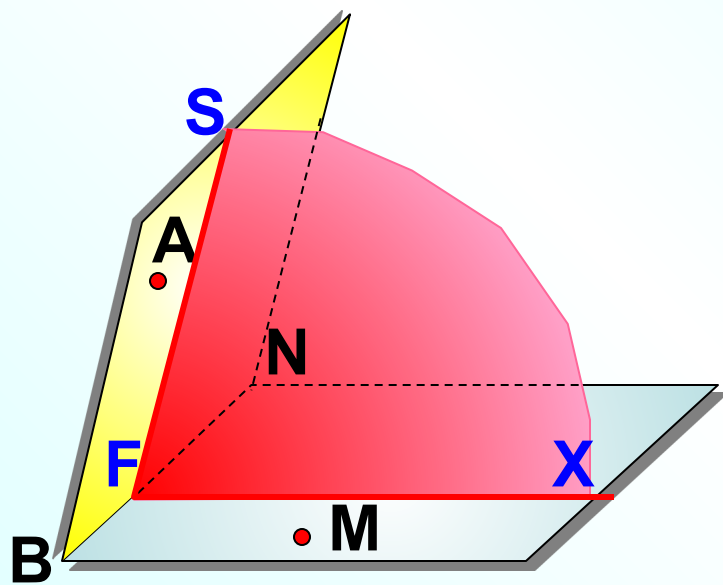
Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *a* и двумя полуплоскостями с общей границей *a*, не принадлежащими одной плоскости.

Прямая *a* — ребро двугранного угла



Две полуплоскости — грани двугранного угла

Двугранный угол $ABNM$, где BN – ребро, точки A и M лежат в гранях двугранного угла

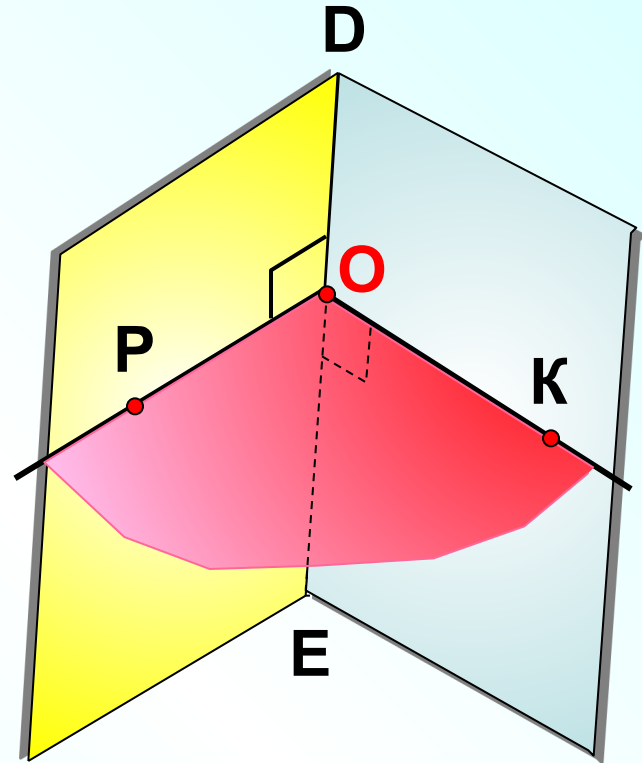


Угол SFX – линейный угол двугранного угла

Алгоритм построения линейного угла.

Угол POK – линейный угол двугранного угла $PDEK$.

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.



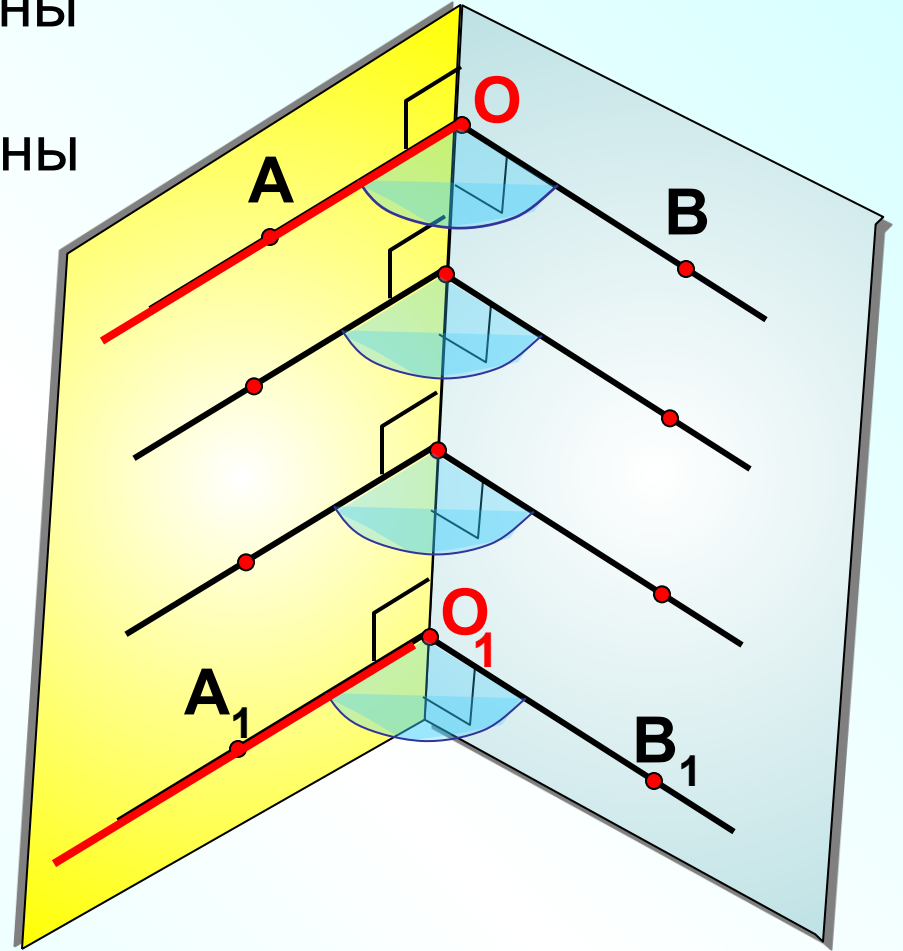
Плоскость линейного угла $(POK) \perp DE$

Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

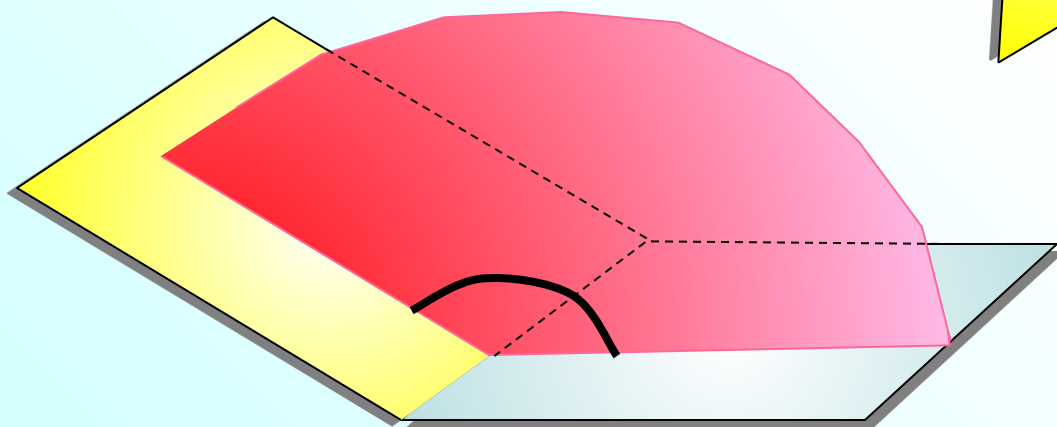
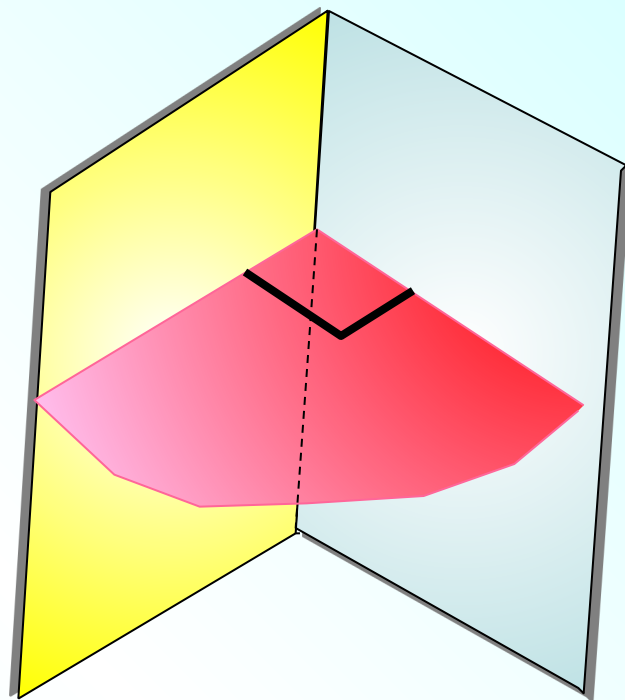
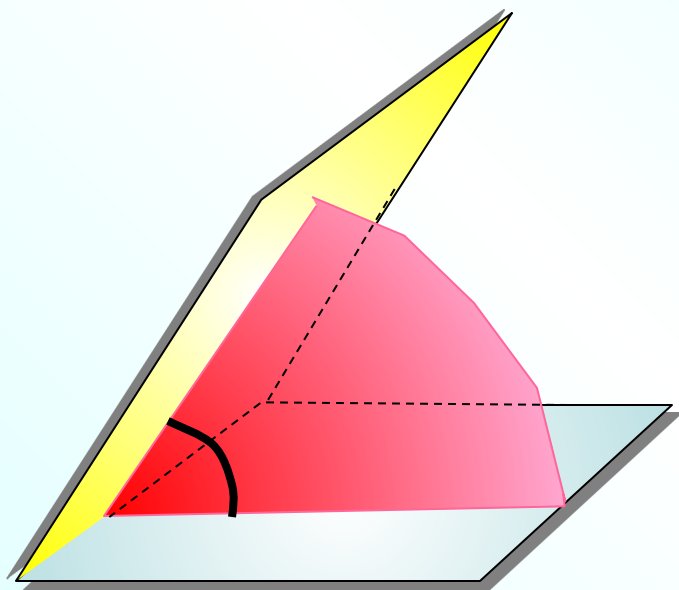
Лучи OA и O_1A_1 – сонаправлены

Лучи OB и O_1B_1 – сонаправлены

Углы AOB и $A_1O_1B_1$ равны,
как углы с сонаправленными
сторонами



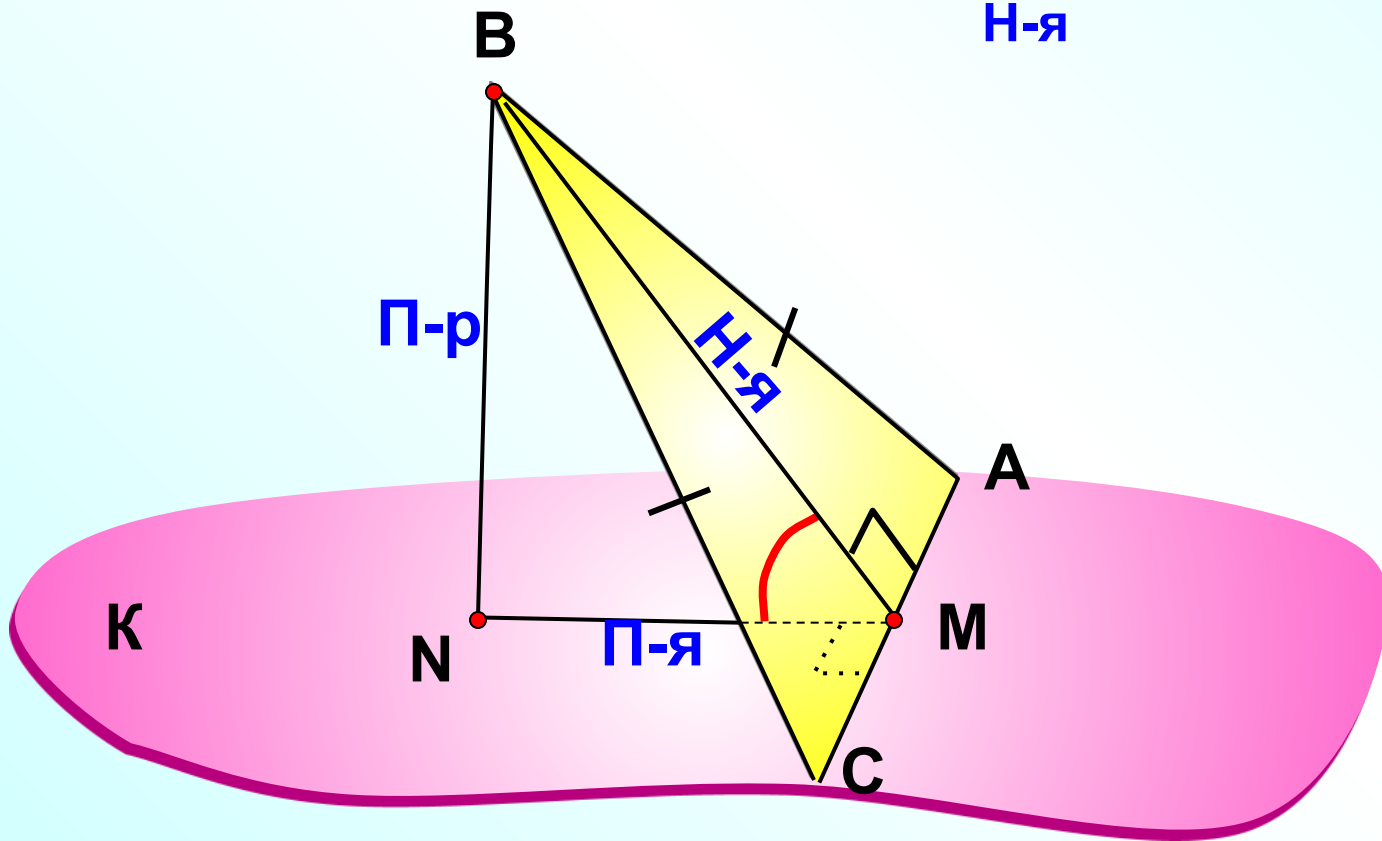
Двугранный угол может быть прямым, острым, тупым



Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.
Треугольник ABC – равнобедренный.

$$AC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} AC \perp NM$$

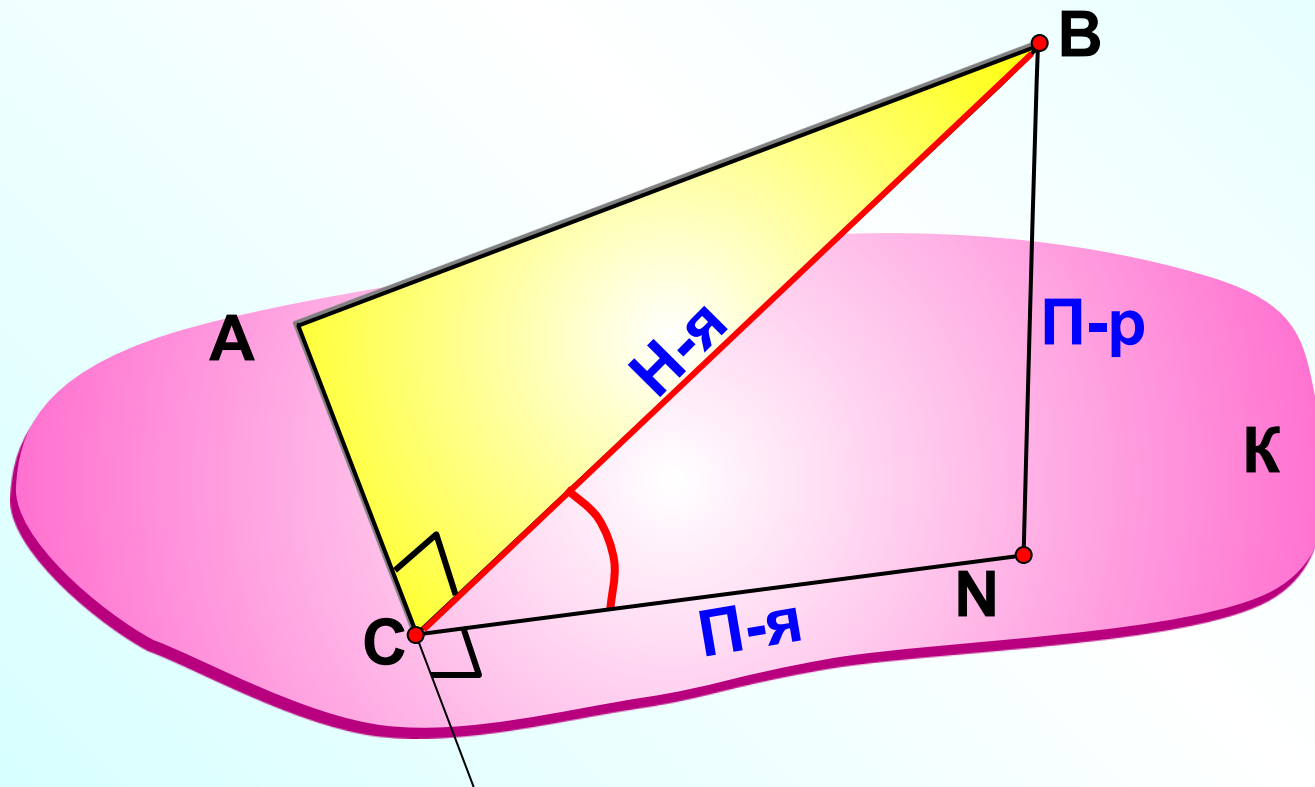
Н-яП-я



Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.
Треугольник АВС – прямоугольный.

$$\underset{\text{Н-я}}{AC \perp BC} \xRightarrow{\text{ТТП}} \underset{\text{П-я}}{AC \perp NC}$$

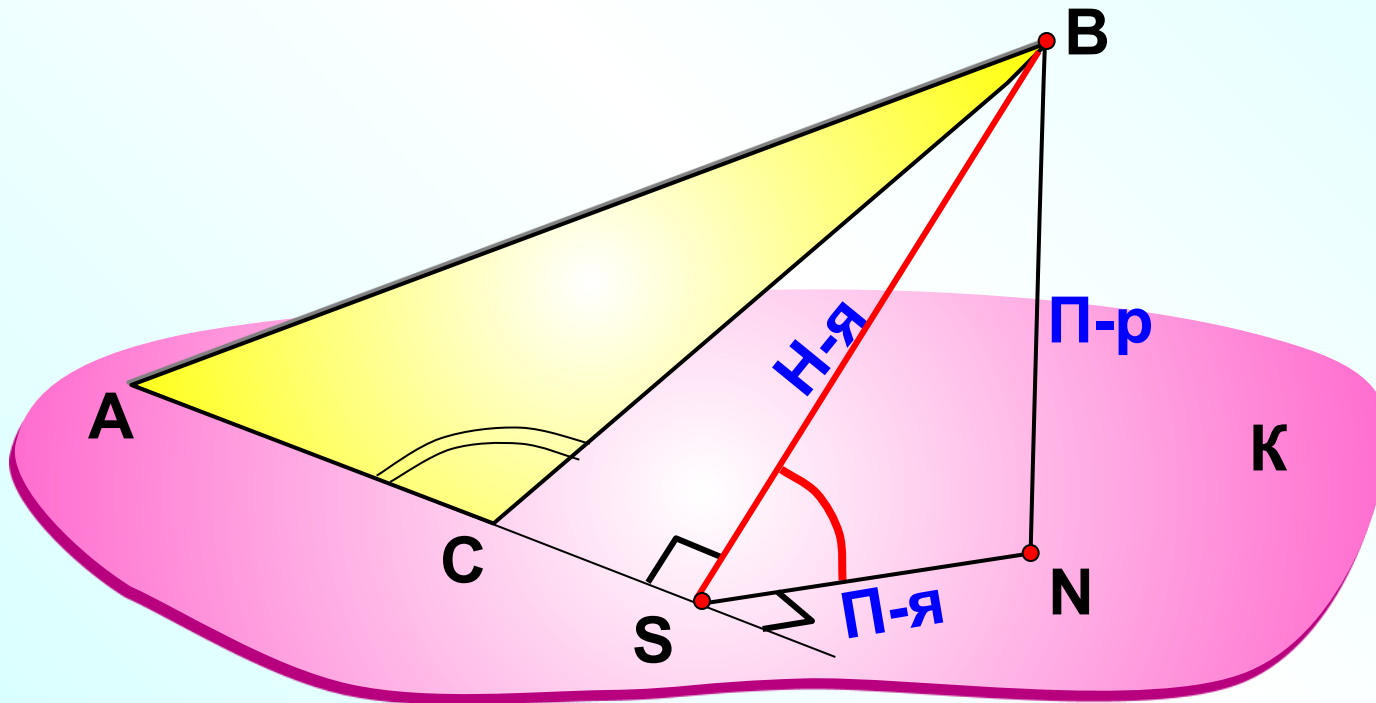


Угол ВСN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла $BACK$.
 Треугольник ABC – тупоугольный.

$$AC \perp BS \xRightarrow{\text{ТПП}} AC \perp NS$$

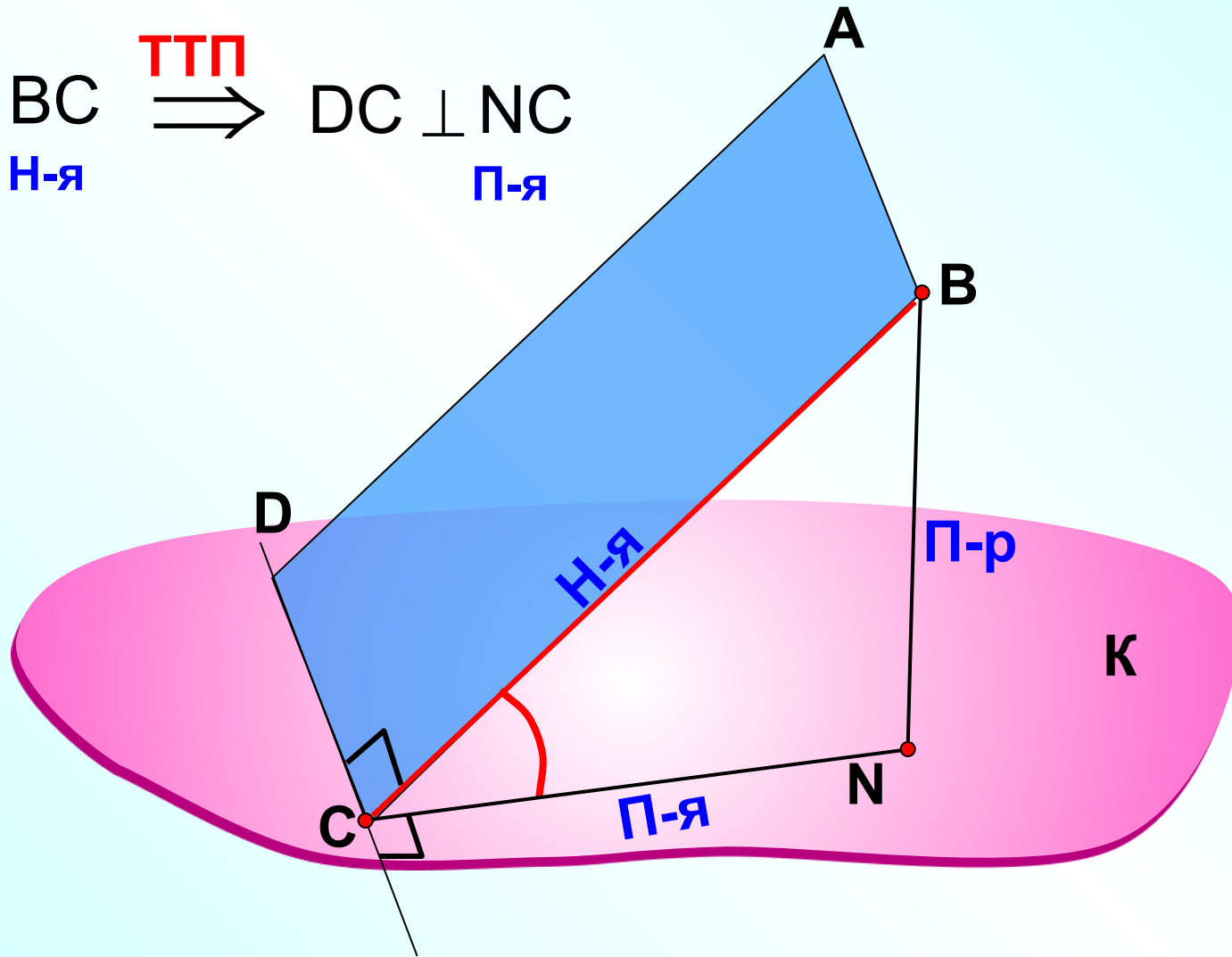
Н-я
 П-я



Угол BSN – линейный угол двугранного угла $BACK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – прямоугольник.

$$\begin{array}{ccc} DC \perp BC & \xRightarrow{\text{ТТП}} & DC \perp NC \\ \text{Н-я} & & \text{П-я} \end{array}$$

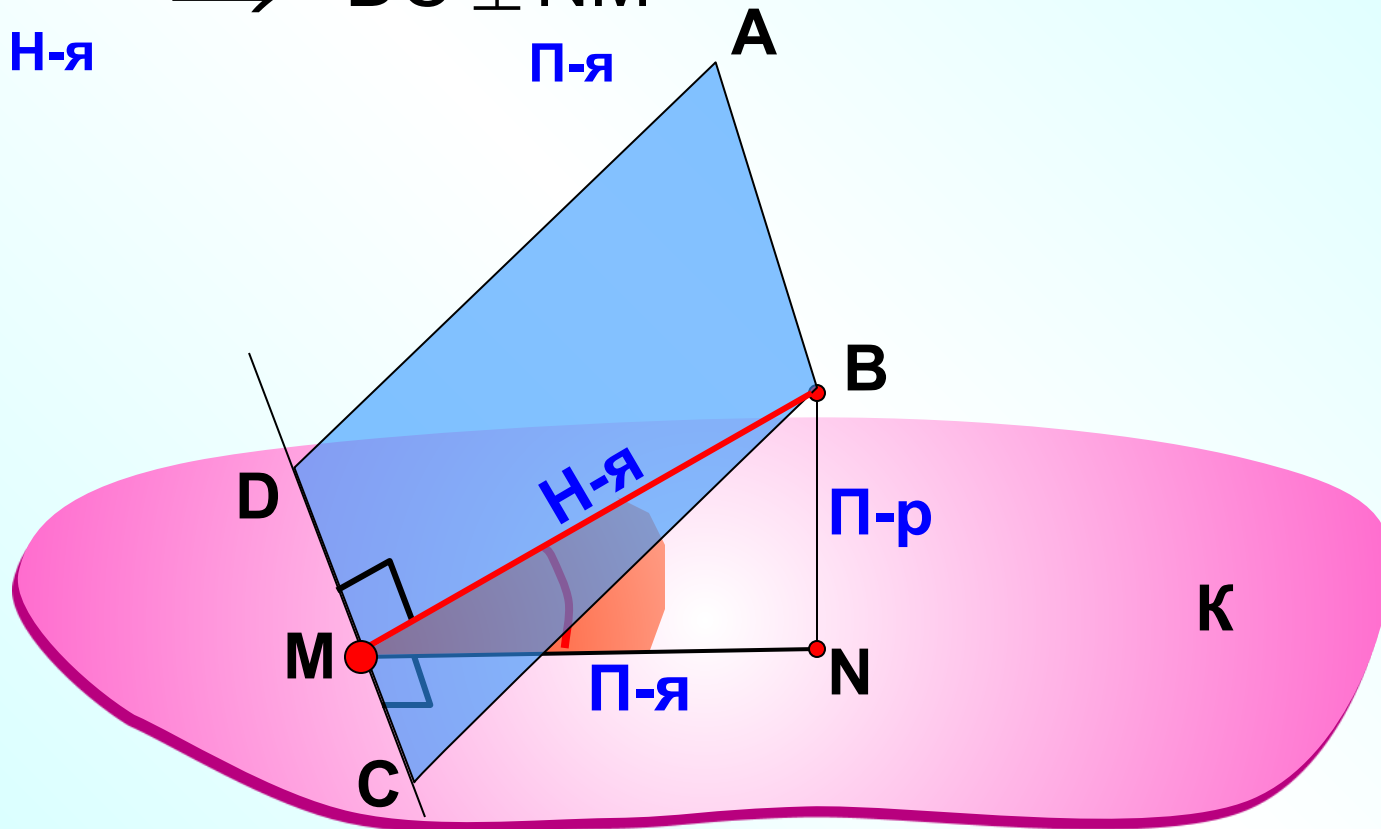


Угол BCN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – параллелограмм, угол C острый.

$$DC \perp BM \xrightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

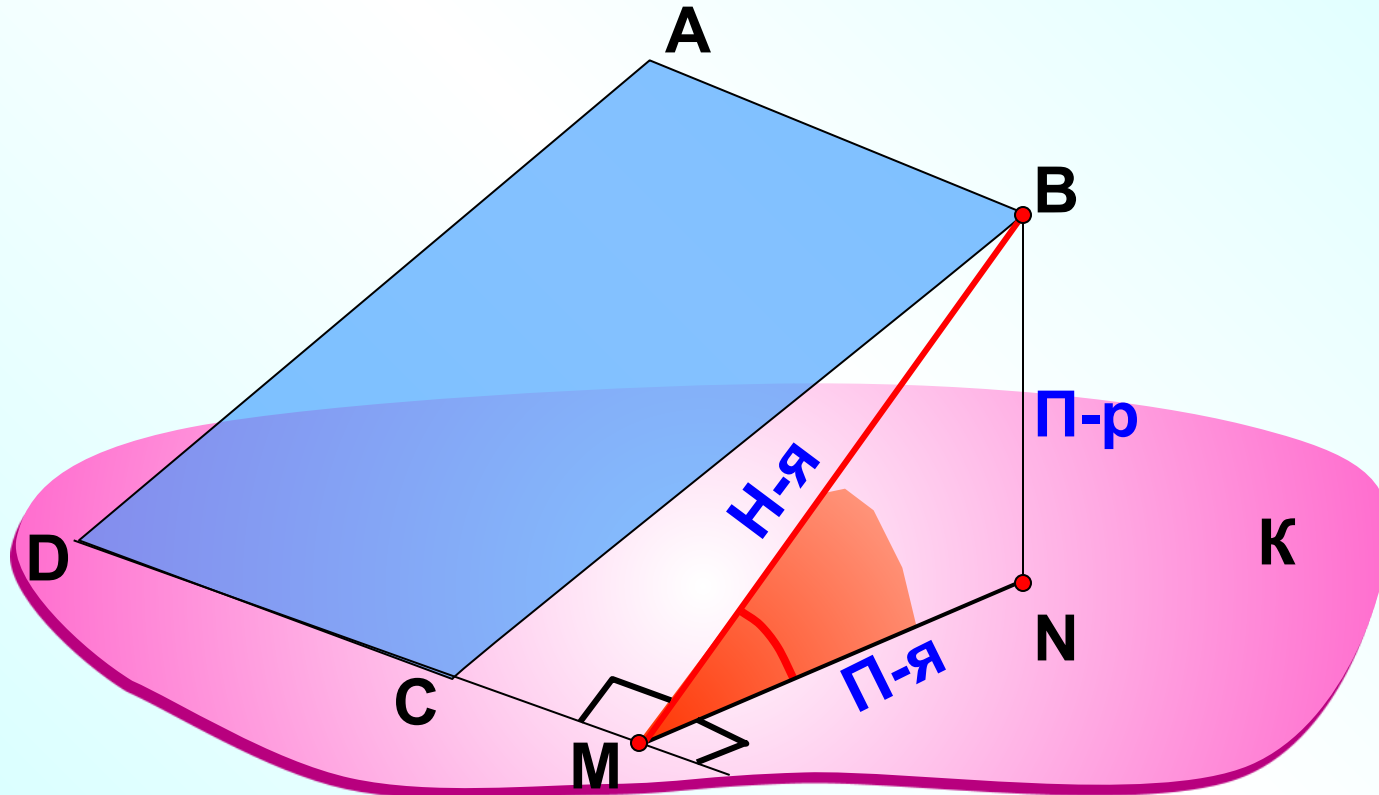
Н-яП-я



Угол BMN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – параллелограмм, угол C тупой.

$$DC \perp_{\text{Н-я}} BM \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp_{\text{П-я}} NM$$

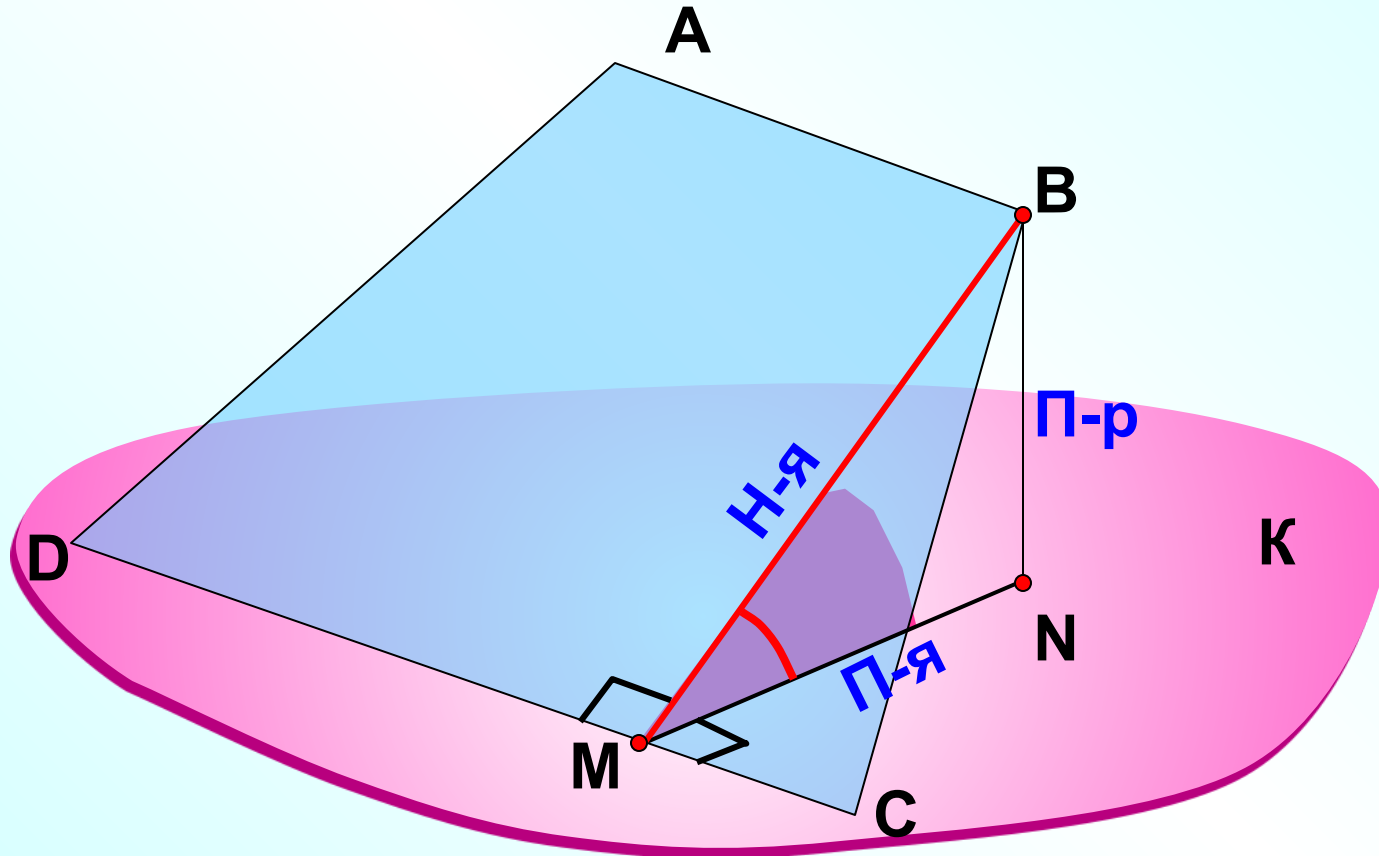


Угол BMN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – трапеция, угол C острый.

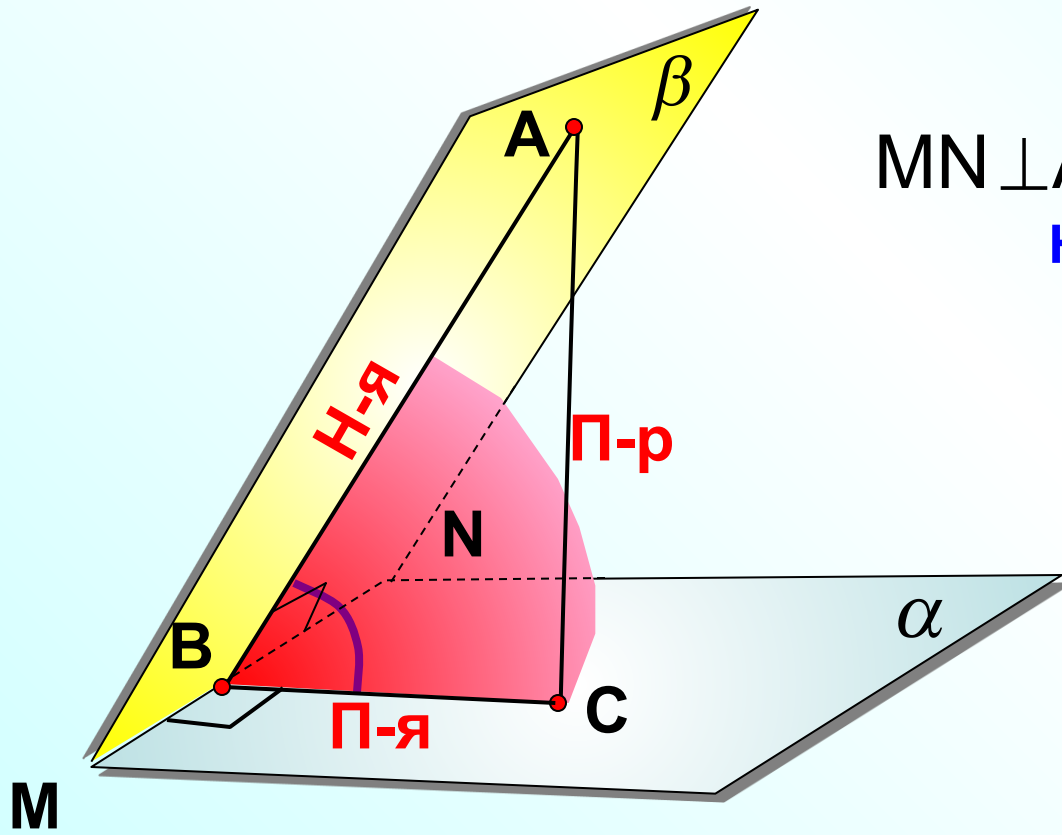
$$DC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

Н-я П-я



Угол BMN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

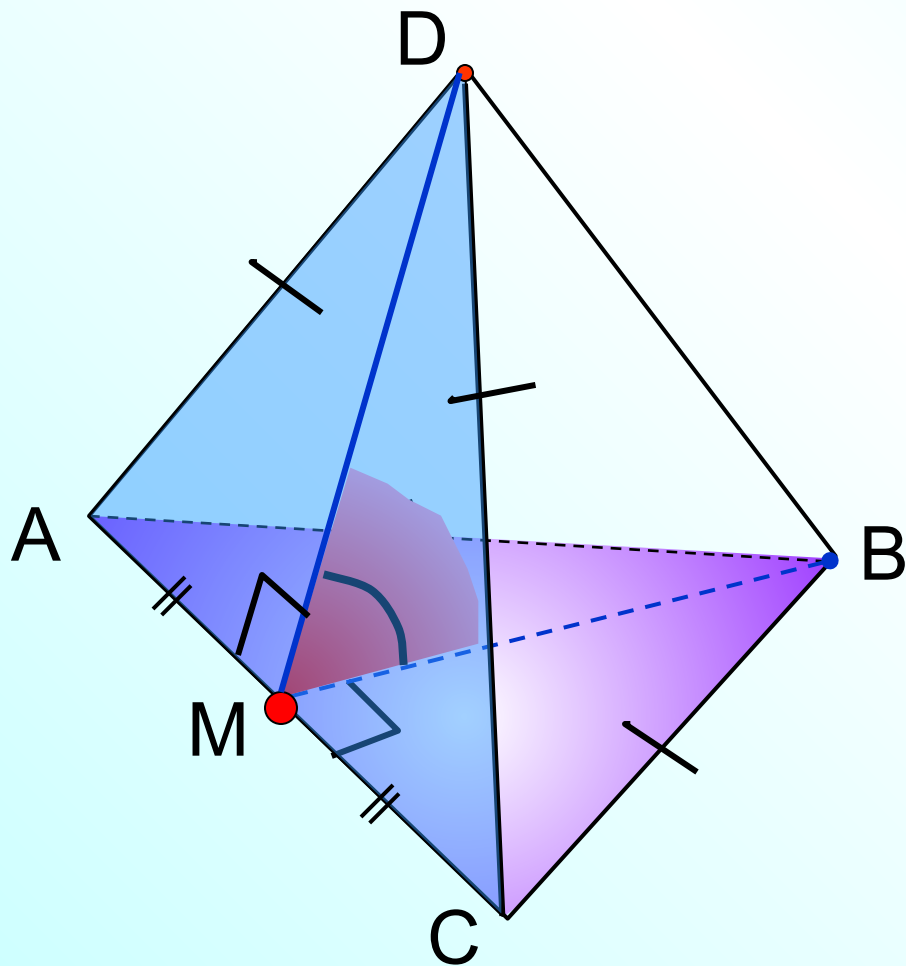
№ 166. Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN . В плоскости β из точки A проведен перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведен перпендикуляр AC к плоскости α . Докажите, что угол ABC – линейный угол двугранного угла $AMNC$.



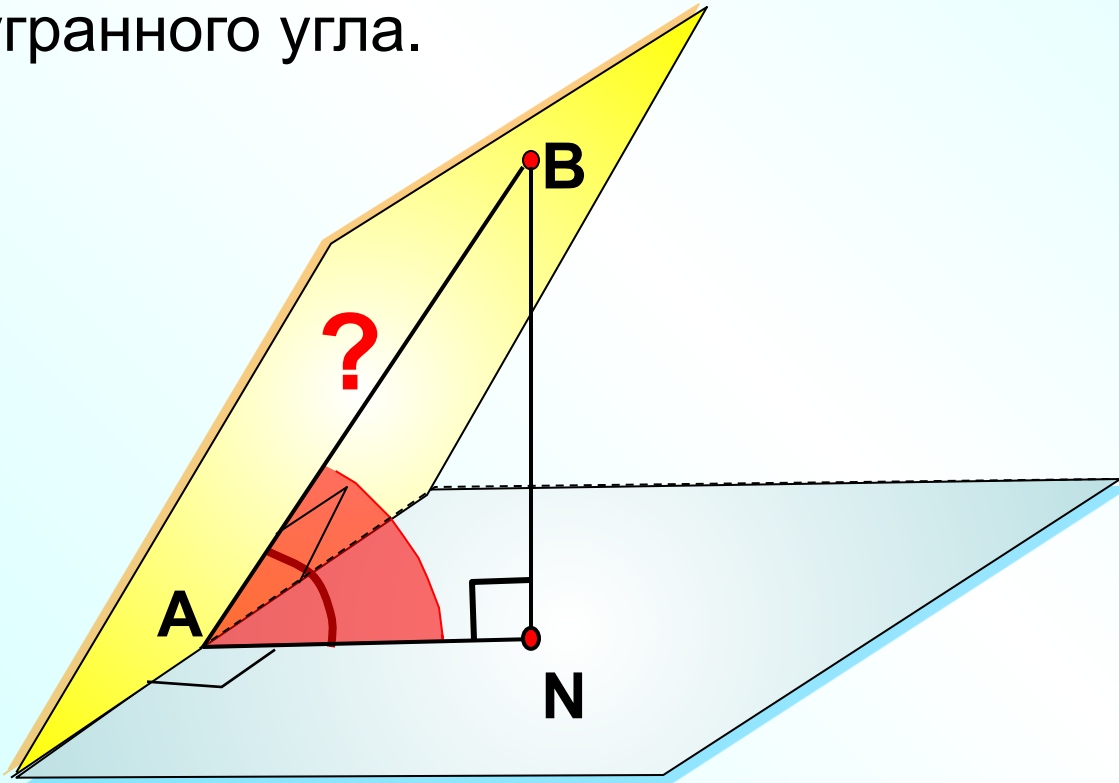
$$\begin{array}{ccc}
 MN \perp AB & \xRightarrow{\text{ТТП}} & MN \perp BC \\
 \text{Н-я} & & \text{П-я}
 \end{array}$$

Угол ABC – линейный угол двугранного угла $AMNC$

№ 167. В тетраэдре $DABC$ все ребра равны, точка M – середина ребра AC . Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла $BACD$.



№ 168. Двугранный угол равен φ . На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние d от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.



№ 169. Даны два двугранных угла, у которых одна грань общая, а две другие грани являются различными полуплоскостями одной плоскости. Докажите, что сумма этих двугранных углов равна 180° .

