

*МСОШ №8*

*г. Красновишерска Пермского края*

*геометрия 10 класс*

*Быстрых Валентина Николаевна*



*Вдохновение есть расположение души к живейшему принятию впечатлений и соображению понятий, следственно, и объяснению оных. Вдохновение нужно в геометрии, как и в поэзии.*

А.С.  
Пушкин





Мя

геометр  
ия



уг  
ол



**двугран  
ный**

# *Двугранный угол*

## *Цель:*

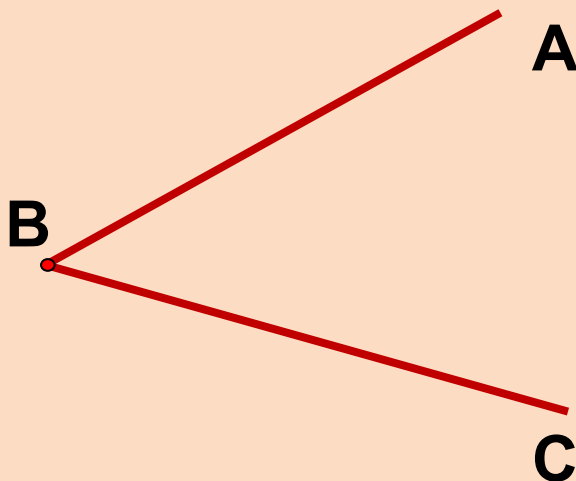
*знакомство с понятиями двугранный угол и его линейный угол, обучение построению линейного угла данного двугранного угла, развитие навыков построения перпендикуляра к плоскости, применения ТТП, внимания, воспитание усидчивости, взаимоуважения.*

## *Задачи:*

- ✓получить необходимую информацию;*
- ✓проанализировать полученную информацию;*
- ✓применить теорию на практике;*
- ✓заполнить кластер;*
- ✓оценить свою деятельность.*

## *Планиметрия*

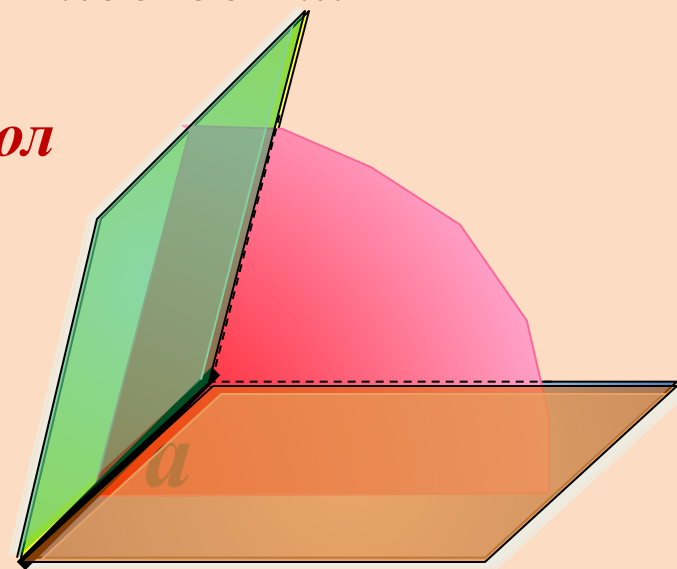
*Углом на плоскости называется фигура, образованная двумя лучами, исходящими из одной точки.*



## *Стереометрия*

*Двугранным углом называется фигура, образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$ , не принадлежащими одной плоскости.*

*Двугранный угол*



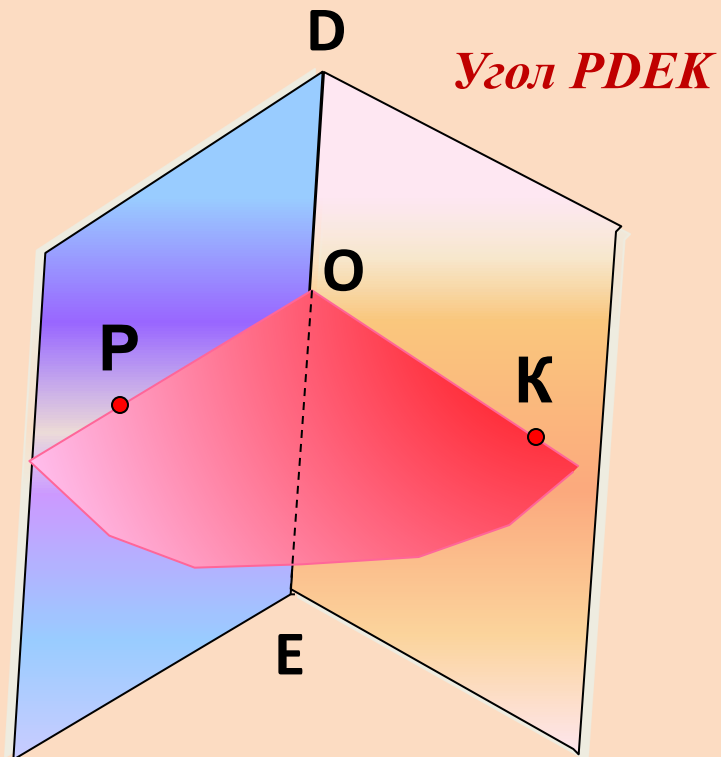
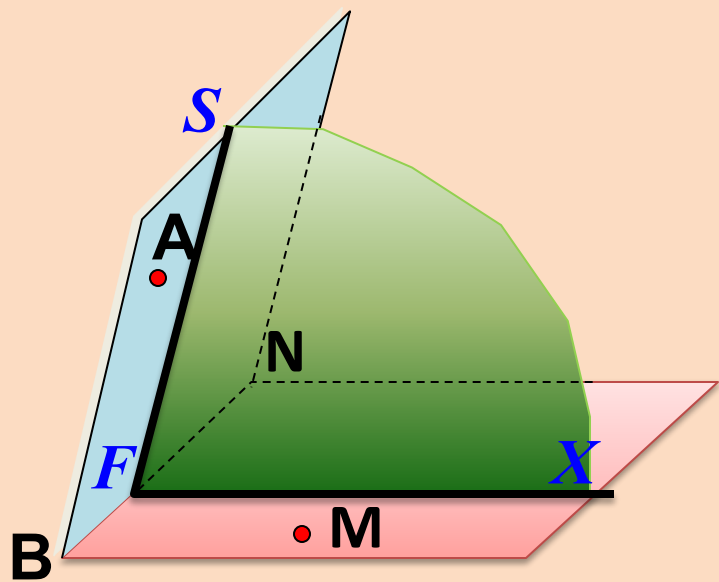
*Прямая  $a$  – ребро двугранного угла*

*Две полуплоскости – грани двугранного угла*





*Двугранный угол  $ABNM$ ,  $VN$  – ребро, точки  $A$  и  $M$  лежат в гранях двугранного угла*

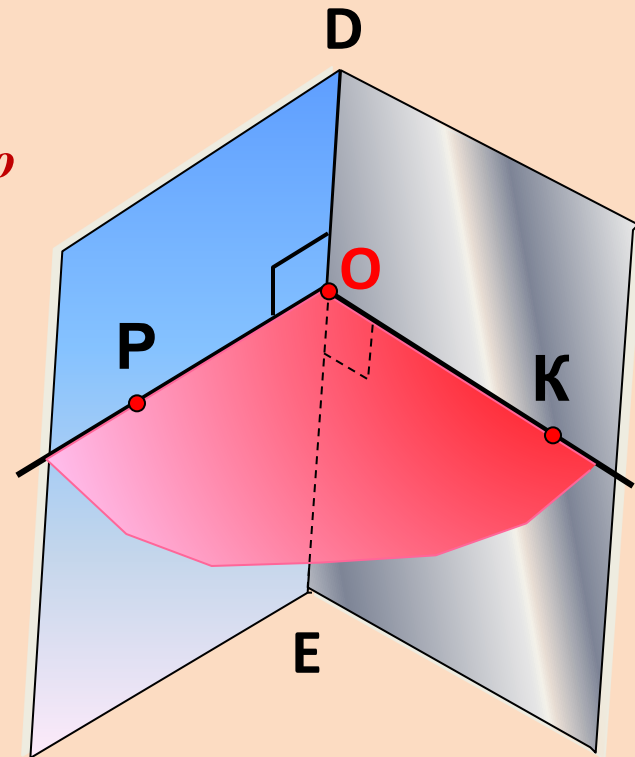


*Угол  $SFX$  – линейный угол двугранного угла*

## Алгоритм построения линейного угла.

**Угол  $POK$  – линейный угол двугранного угла  $PDEK$ .**

**Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.**



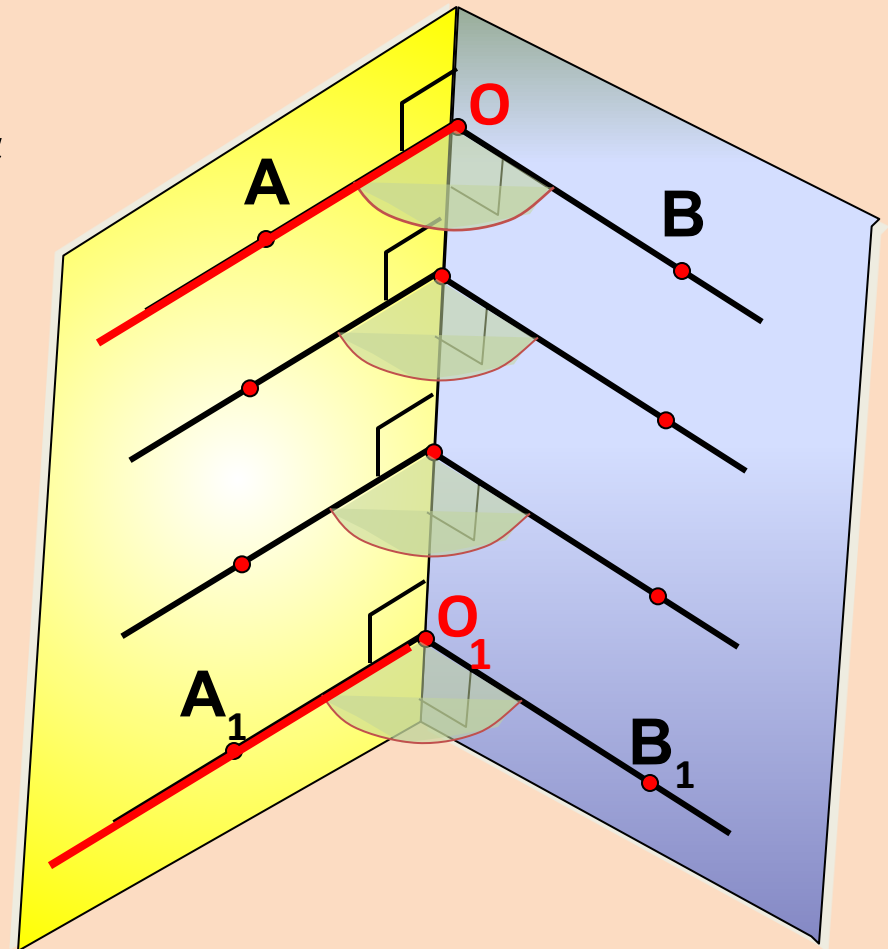
$\text{Градусная мера двугранного угла } \hat{D} \hat{E} \hat{K} \text{ равна градусной мере линейного угла } \angle POK \text{ (где } \hat{D} \hat{E} \hat{K} \text{ — двугранный угол, } \hat{D} \hat{E} \hat{K} \text{ — его ребро, } OP \text{ и } OK \text{ — лучи, лежащие в его гранях и перпендикулярные к ребру } DE \text{).}$

*Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.*

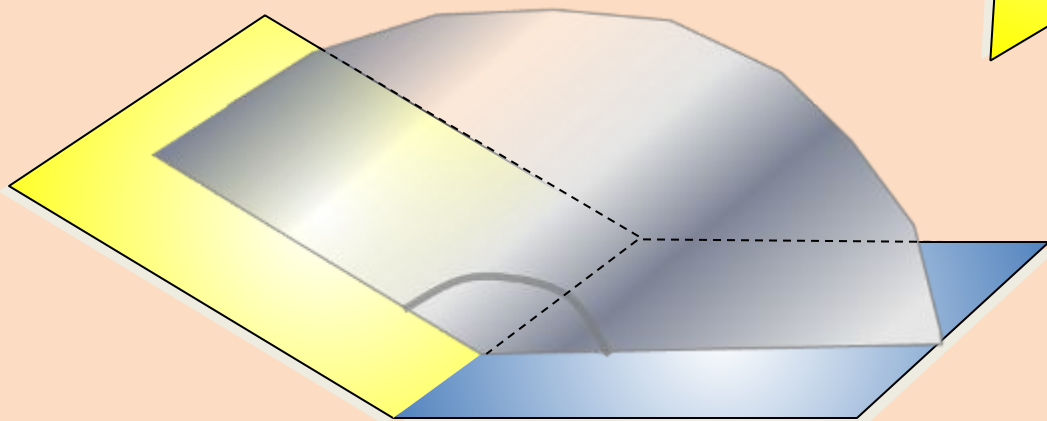
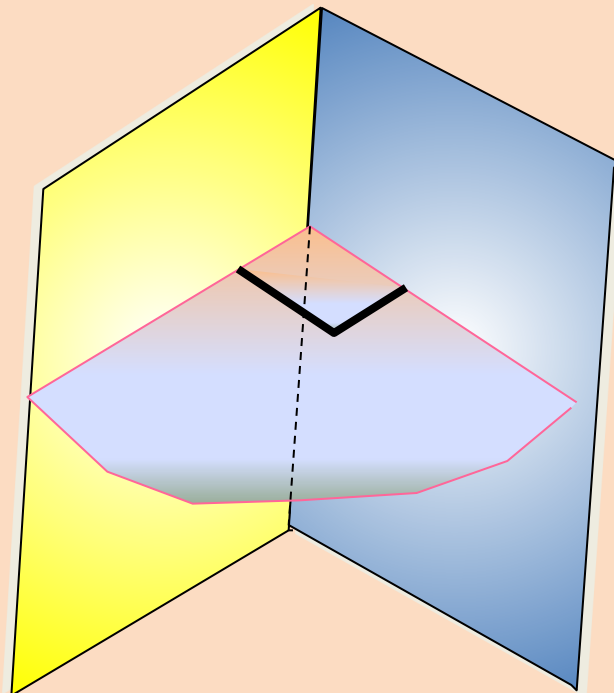
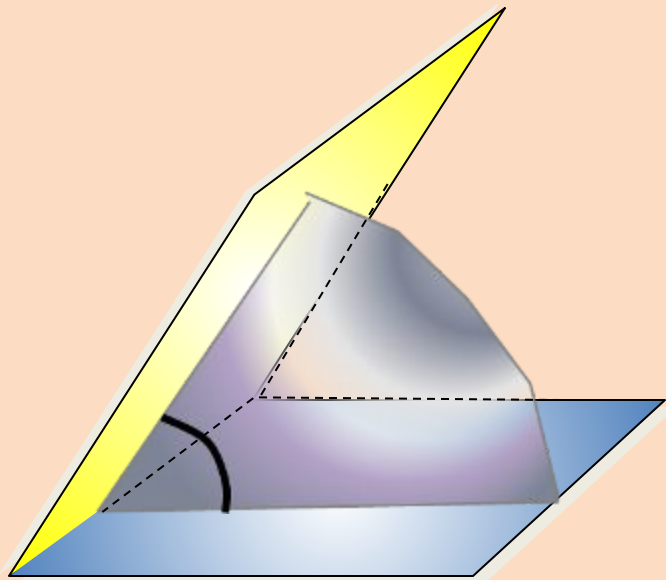
*Лучи  $OA$  и  $O_1A_1$  – сонаправлены*

*Лучи  $OB$  и  $O_1B_1$  – сонаправлены*

*Углы  $AOB$  и  $A_1O_1B_1$  равны  
как углы с сонаправленными  
сторонами*



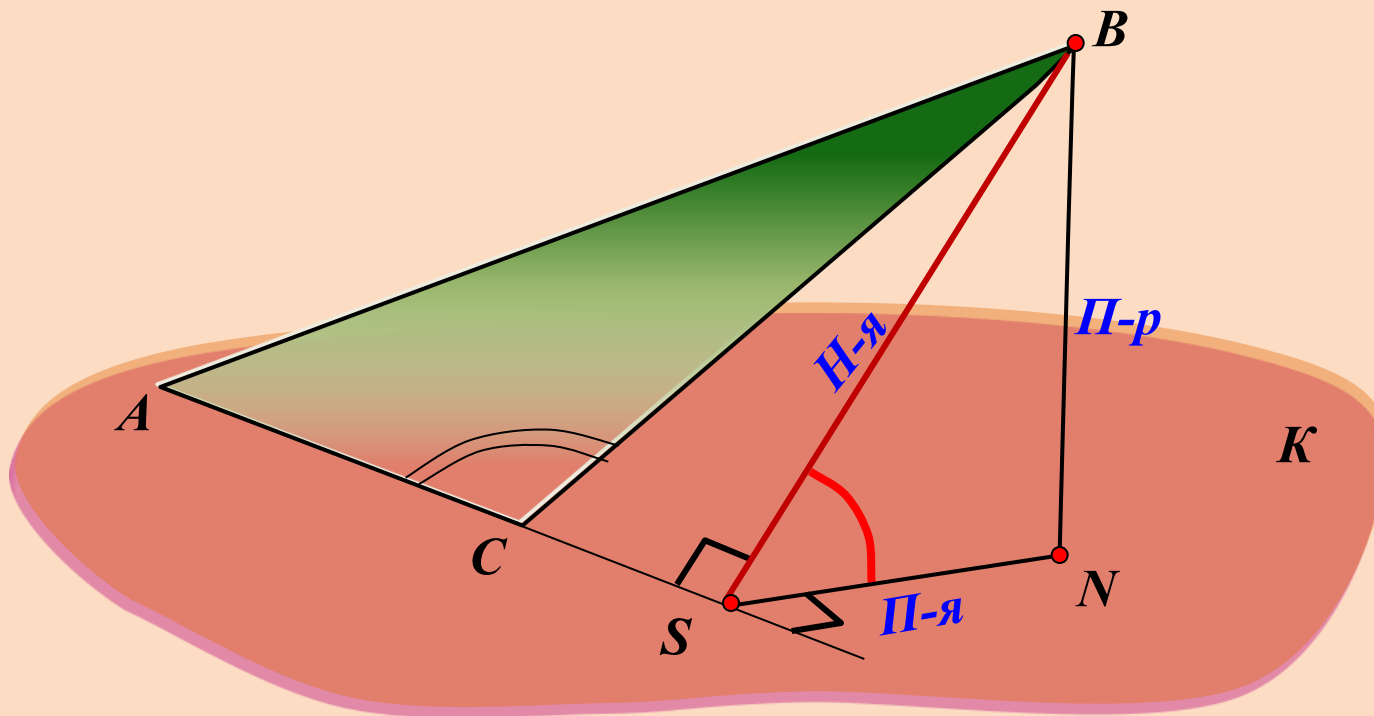
*Двугранный угол может быть острым, прямым, тупым*





**Построить линейный угол двугранного угла  $BACK$ .  
Треугольник  $ABC$  – тупоугольный.**

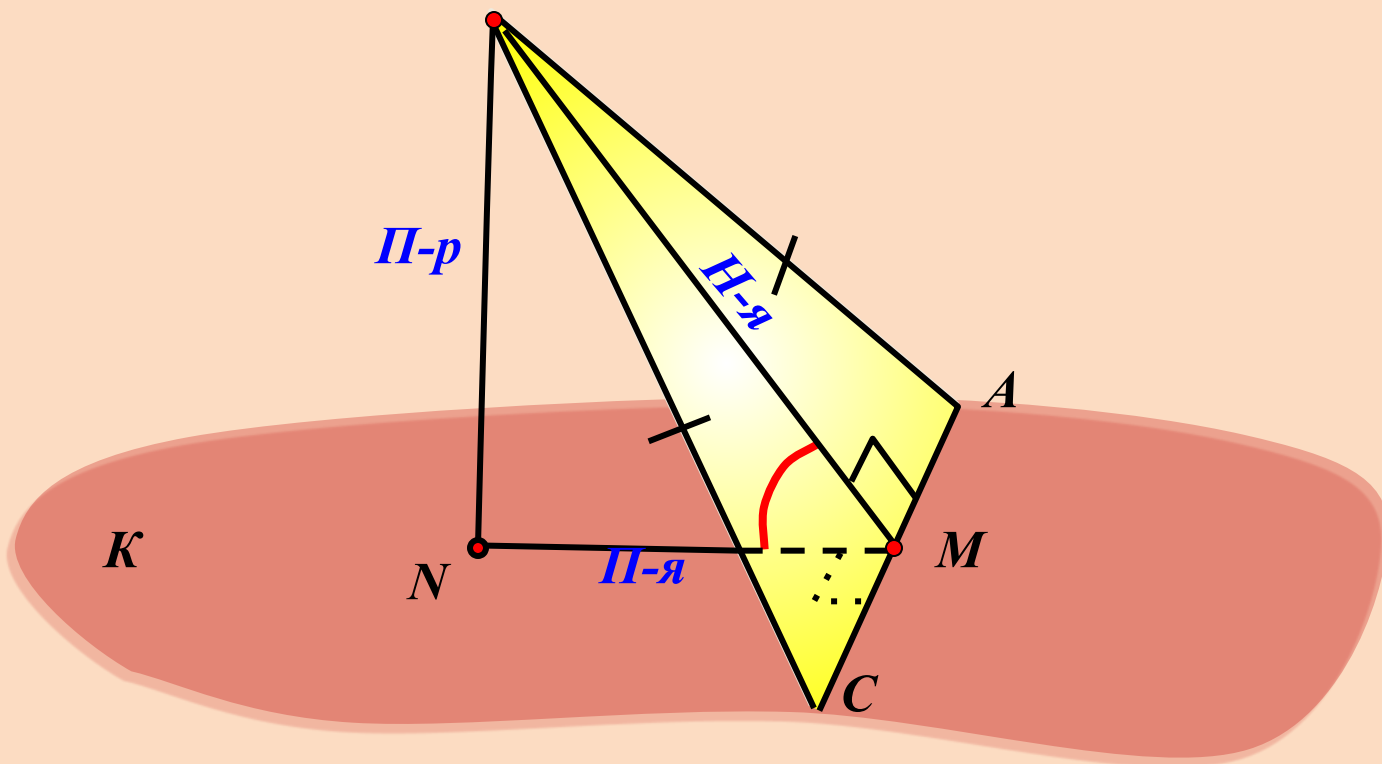
$$\begin{array}{ccc} AC \perp BS & \xRightarrow{\text{ТПП}} & AC \perp NS \\ \text{Н-я} & & \text{П-я} \end{array}$$



**Угол  $BSN$  – линейный угол двугранного угла  $BACK$**

*Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.  
Треугольник ABC – равнобедренный.*

$$\begin{matrix} AC \perp BM & \xRightarrow{\text{ТПП}} & AC \perp NM \\ \text{Н-я} & & \text{П-я} \end{matrix}$$

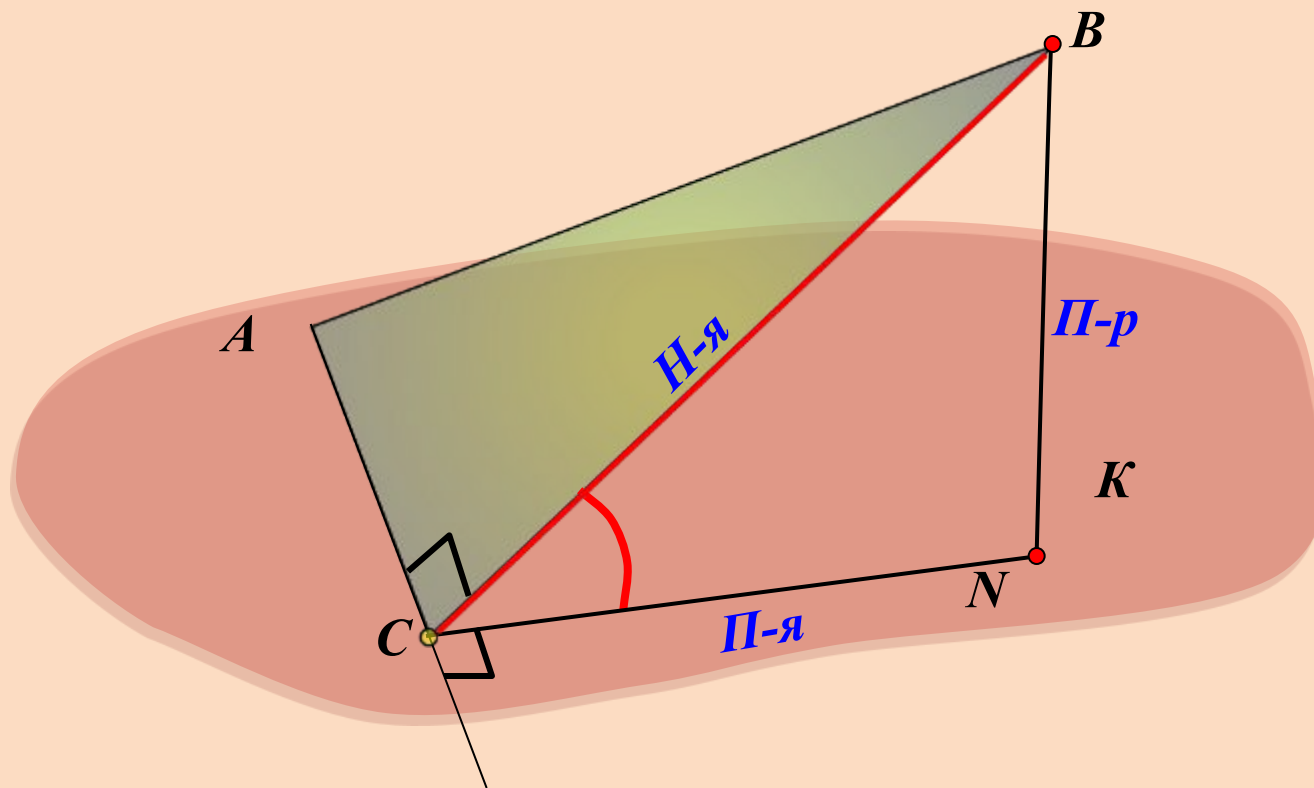


*Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК*



*Построить линейный угол двугранного угла  $BACK$ .  
Треугольник  $ABC$  – прямоугольный.*

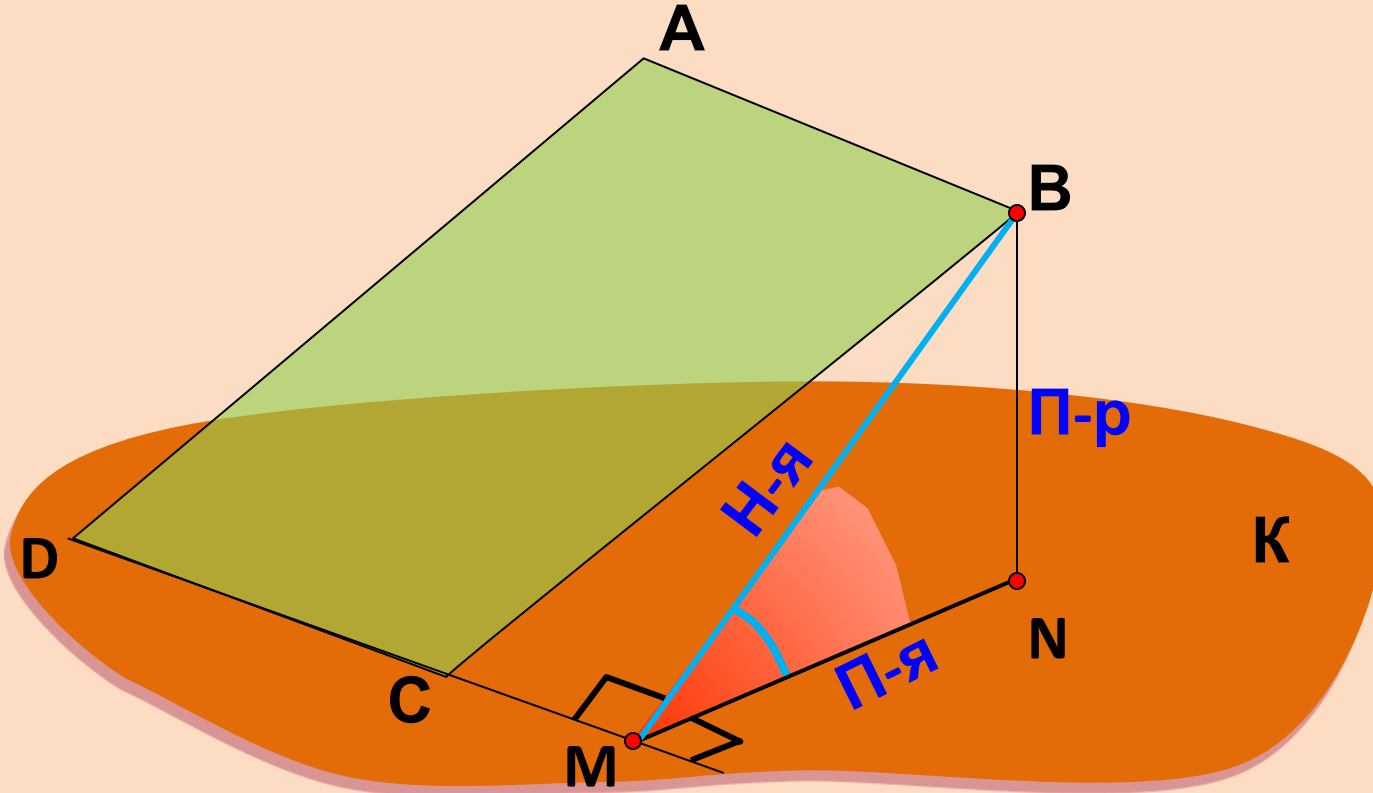
$$\begin{array}{ccc} AC \perp BC & \text{ТПП} & AC \perp NC \\ \text{Н-я} & \Rightarrow & \text{П-я} \end{array}$$



*Угол  $BCN$  – линейный угол двугранного угла  $BACK$*

*Построить линейный угол двугранного угла  $BDC\mathbf{K}$ .  
 $ABCD$  – параллелограмм, угол  $C$  тупой.*

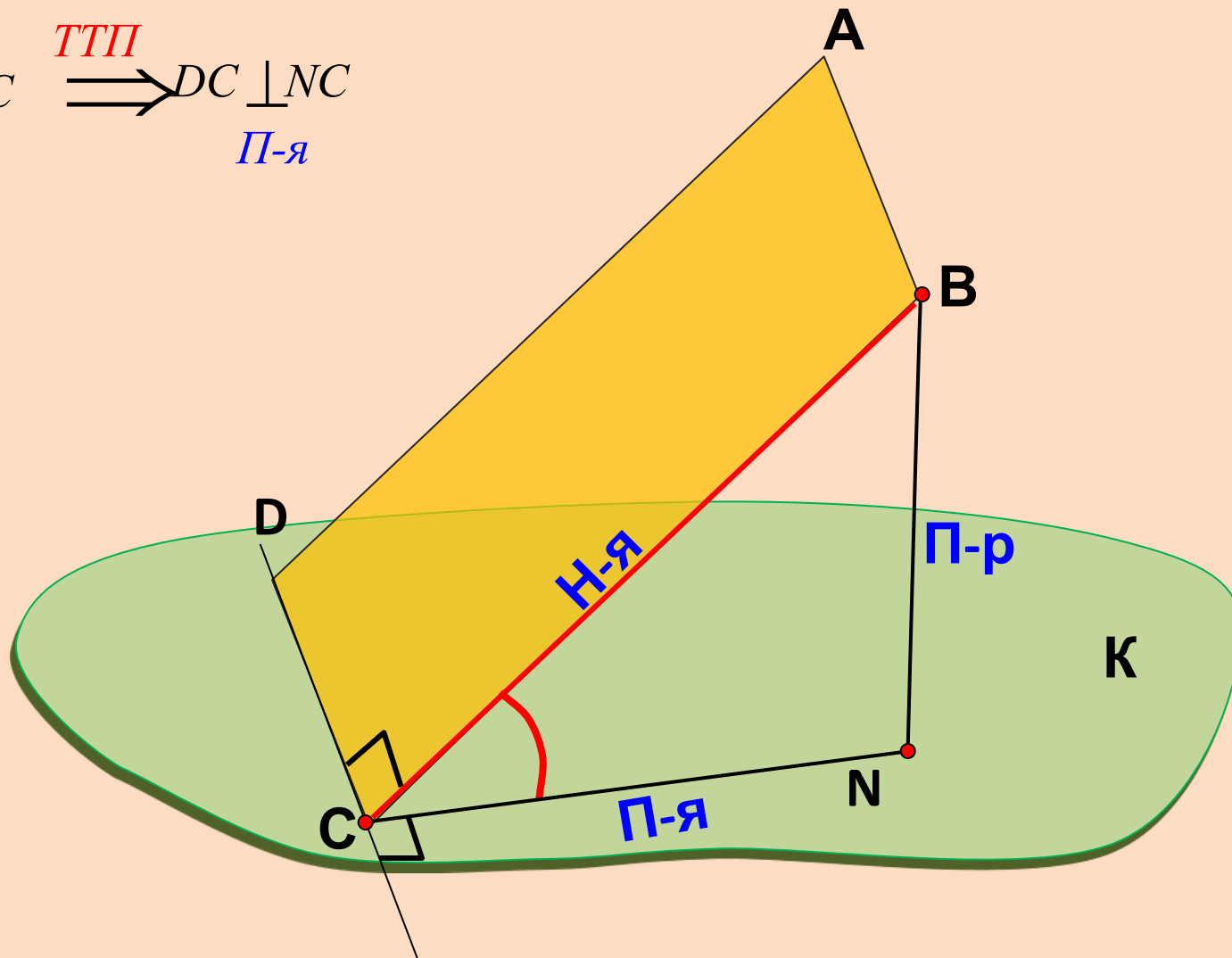
$$\begin{array}{ccc} DC \perp BM & \stackrel{\text{ТТП}}{\Rightarrow} & DC \perp NM \\ \text{Н-я} & & \text{П-я} \end{array}$$



*Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла  $BDC\mathbf{K}$*

**Построить линейный угол двугранного угла  $BDC\kappa$ .  
 $ABCD$  – прямоугольник.**

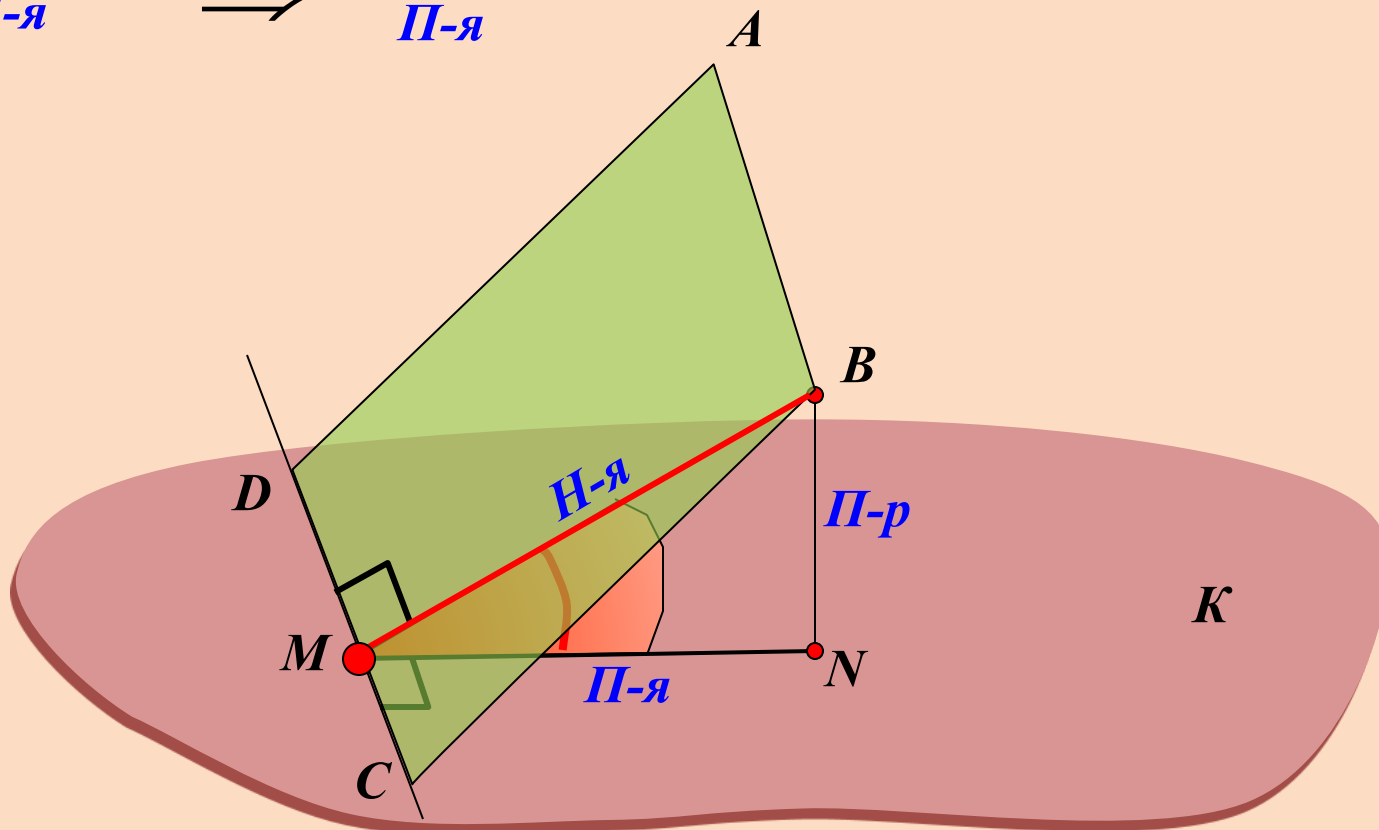
$$\begin{array}{ccc} DC \perp BC & \xRightarrow{\text{ТПП}} & DC \perp NC \\ \text{Н-я} & & \text{П-я} \end{array}$$



**Угол  $BCN$  – линейный угол двугранного угла  $BAC\kappa$**

*Построить линейный угол двугранного угла  $BDCK$ .  
 $ABCD$  – параллелограмм, угол  $C$  острый.*

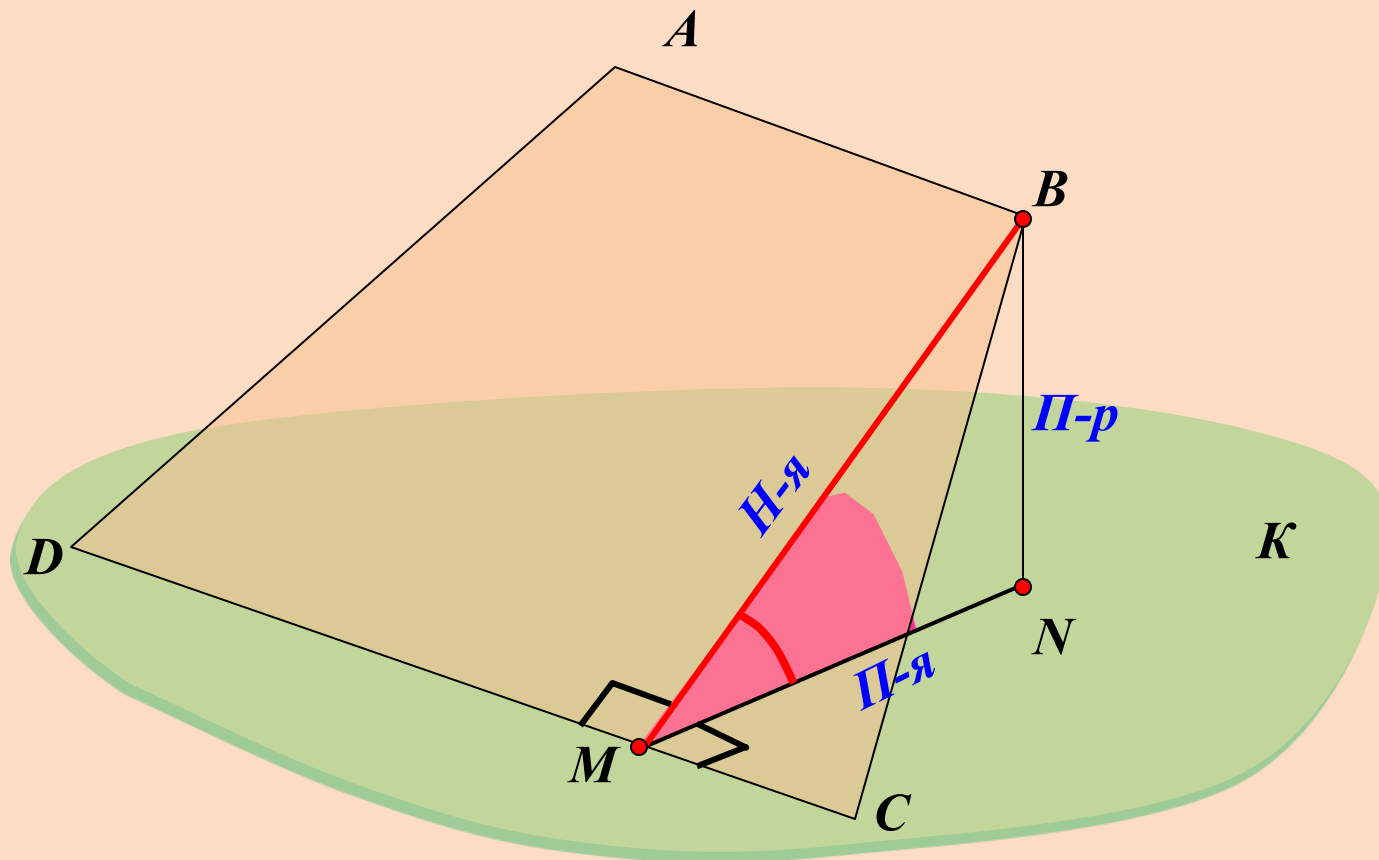
$$\begin{array}{ccc} DC \perp BM & \text{ТПП} & DC \perp NM \\ \text{Н-я} & \Rightarrow & \text{П-я} \end{array}$$



*Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла  $BDCK$*

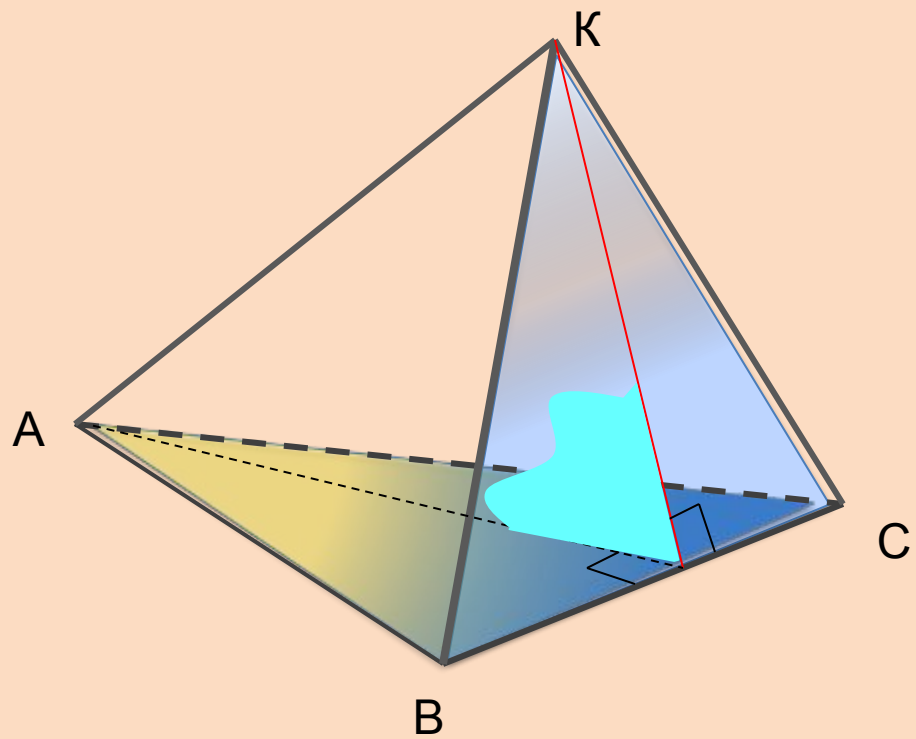
*Построить линейный угол двугранного угла  $BDC\kappa$ .  
 $ABCD$  – трапеция, угол  $C$  острый.*

$$\begin{array}{ccc}
 DC \perp BM & \text{ТТП} & DC \perp NM \\
 \text{Н-я} & \Rightarrow & \text{П-я}
 \end{array}$$

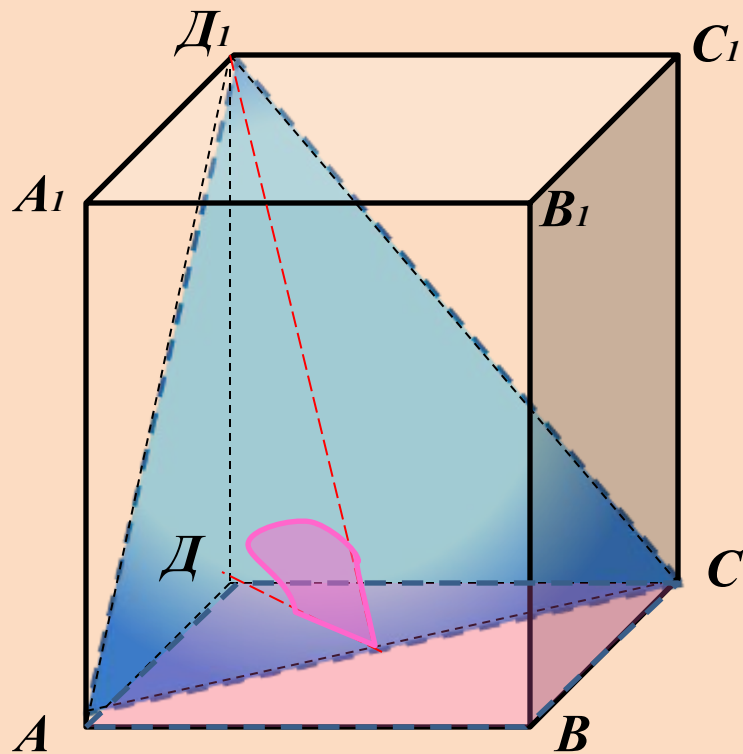


*Угол  $BMN$  – линейный угол двугранного угла  $BDC\kappa$*

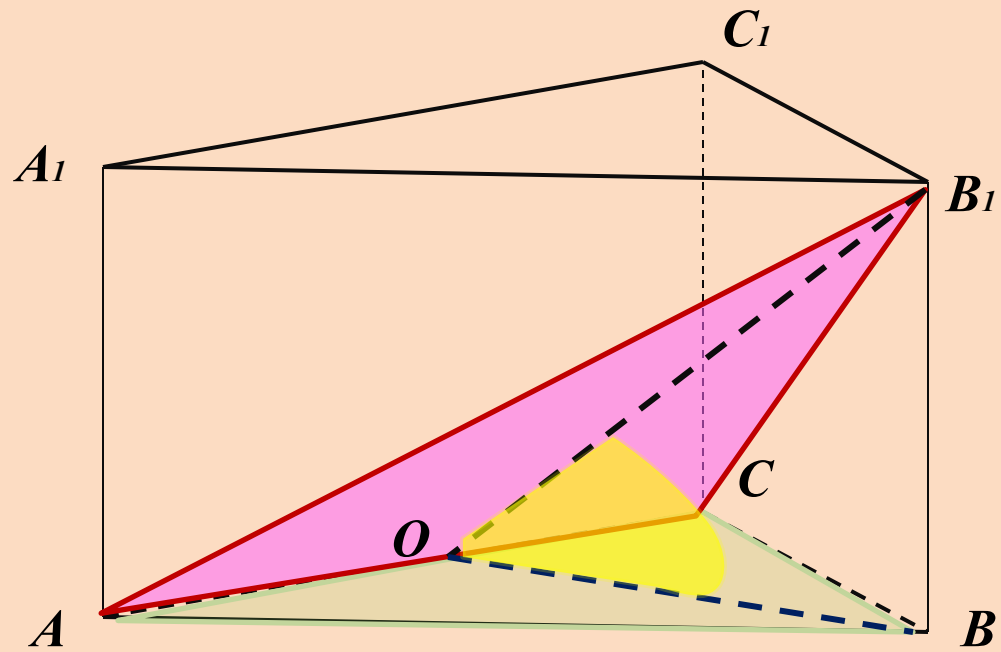
*Построить угол между плоскостями  $ABC$  и  $BKC$*



*Построить угол между плоскостями  $ABCD$  и  $ACD_1$*

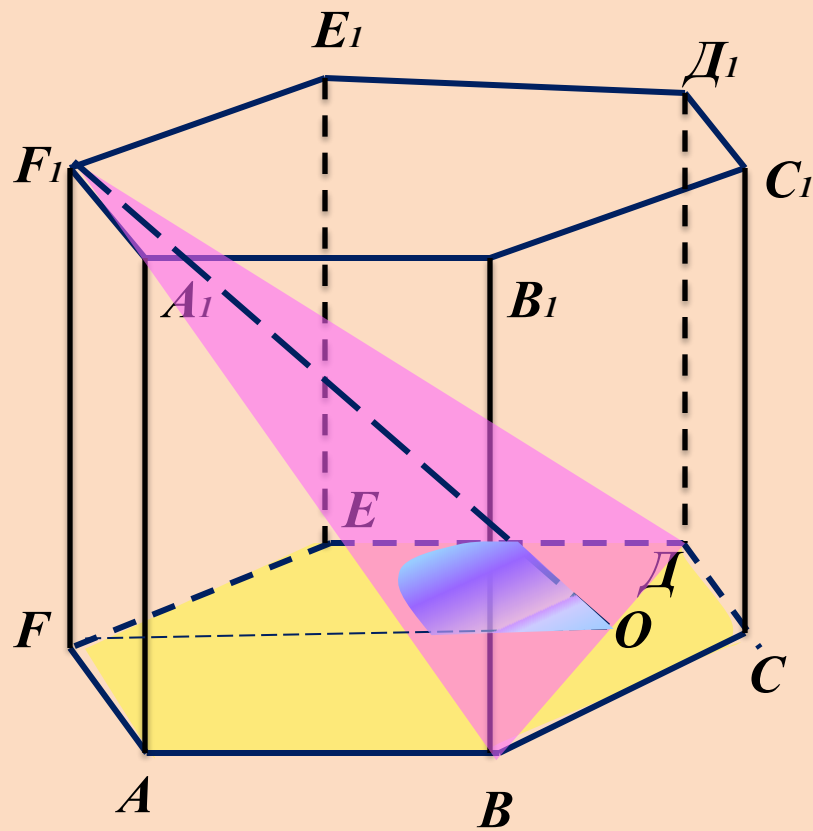


*Построить угол между плоскостями  $AB_1C$  и  $ABC$*





*Постройте угол между плоскостями  $BF_1D$  и  $ABCDEF$*



**Задача 1:**

*В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDD_1$ .*

**Задача 2:**

*В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDA_1$ .*

**Задача 3:**

*В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDD_1$ .*

**Задача 4:**

*В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $BDD_1$ .*

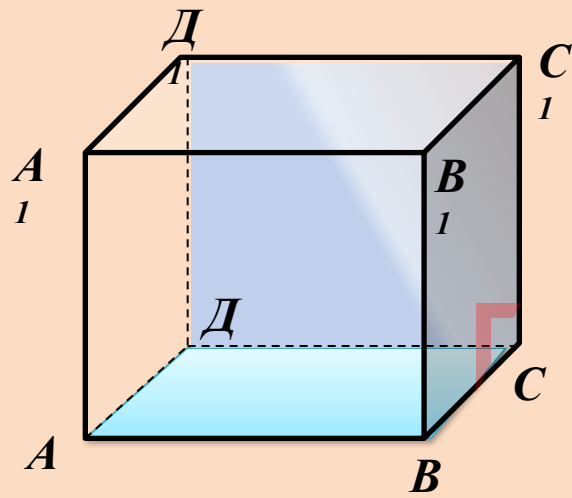
**Задача 5:**

*В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $BC_1D$  и  $BA_1D$ .*

**Задача 6:**

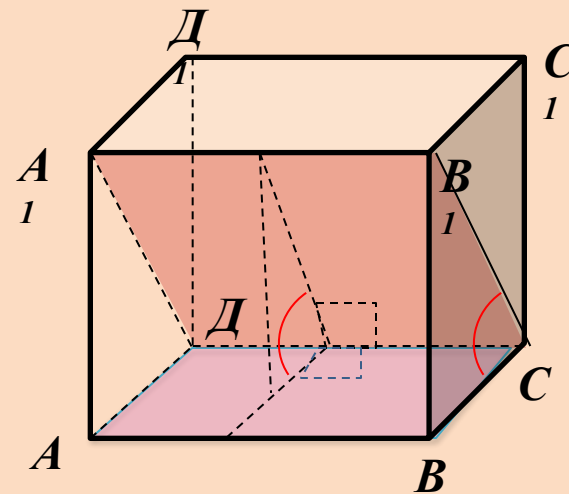
*Неперпендикулярные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $MN$ . В плоскости  $\beta$  из точки  $A$  проведен перпендикуляр  $AB$  к прямой  $MN$  и из точки  $A$  проведен перпендикуляр  $AC$  к плоскости  $\alpha$ . Докажите, что угол  $ABC$  – линейный угол двугранного угла  $AMNC$ .*

Задача 1:



Ответ:  $90^\circ$ .

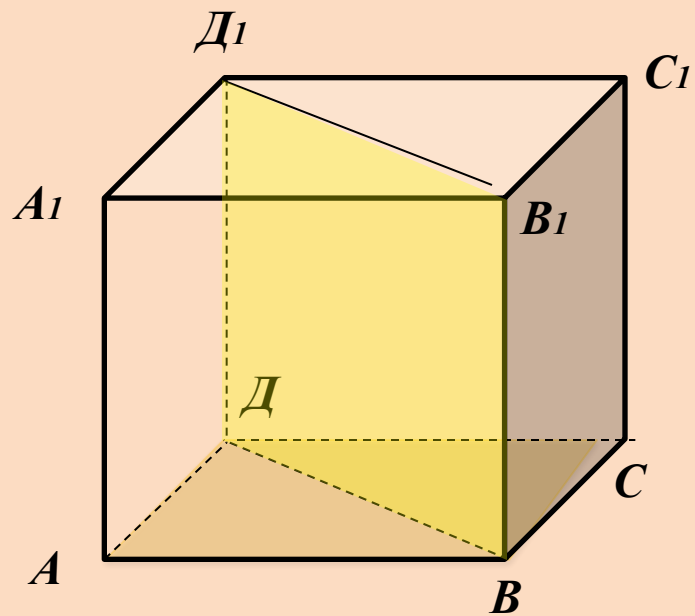
Задача 2:



Ответ:  $45^\circ$ .

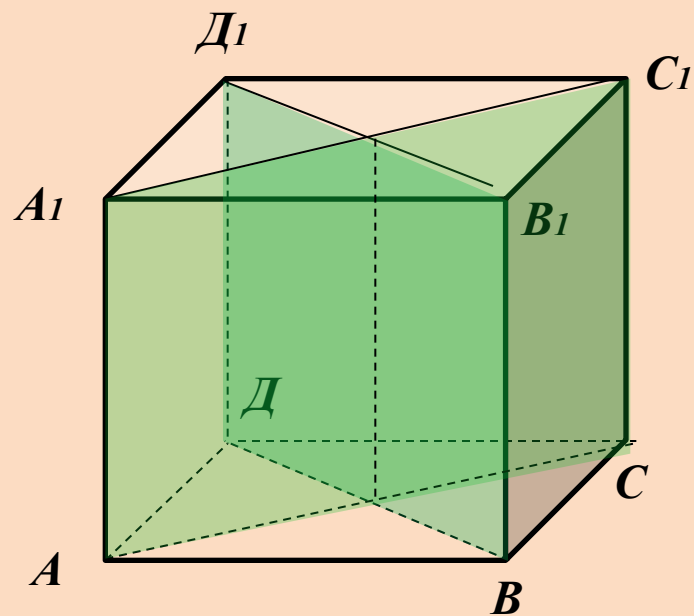


Задача 3:



Ответ:  $90^\circ$ .

Задача 4:



Ответ:  $90^\circ$ .



### Задача 5:

### Решение:

$\triangle BDA_1$  и  $\triangle DC_1B$  – равные равнобедренные  $AO$  и  $C_1O \perp DB \Rightarrow \angle A_1OC_1$  – искомый

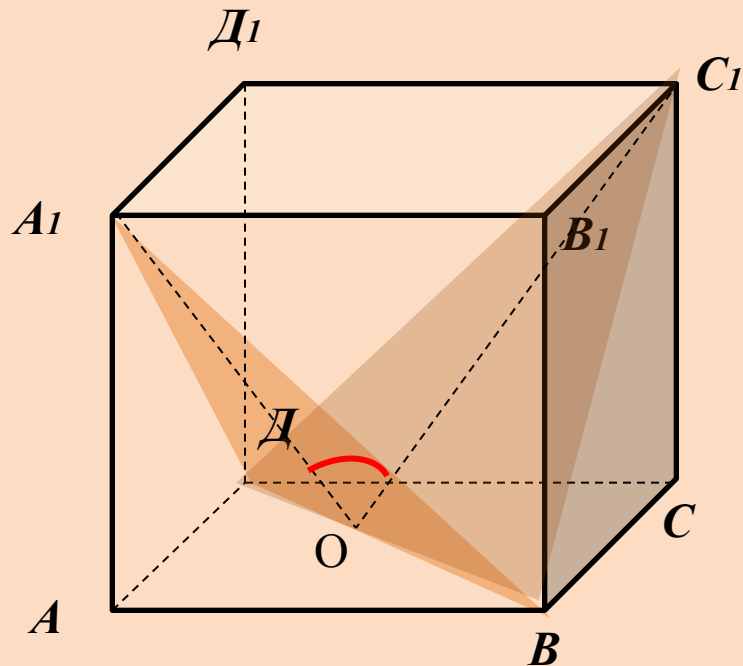
Рассмотрим  $\triangle A_1CO$ :  $A_1C_1 = \sqrt{2}$

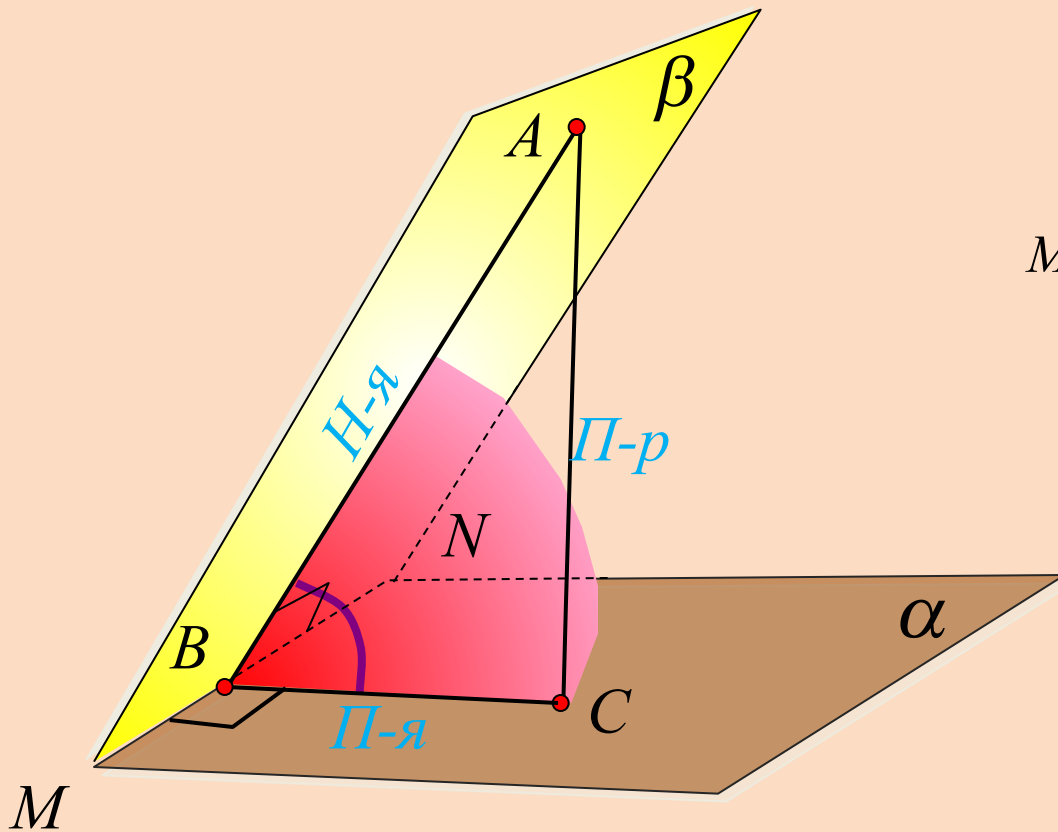
- диагональ квадрата со стороной равной 1.

$$A_1O = C_1O = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

По теореме косинусов  $\cos O = \frac{1}{6}$

Ответ:  $\angle O = \arccos \frac{1}{6}$





Доказательство:

$$MN \perp AB \xRightarrow{\text{ТПП}} MN \perp BC$$

*Н-я*

*П-я*

*Угол ABC – линейный угол  
двугранного угла AMNC*



# Итог урока:

Теорема о трех перпендикулярах

Определение двугранного угла

Определение наклонной

Определение проекции

Какие знания и умения необходимы при построении двугранного угла?

Определение перпендикуляра

Определение пересекающихся плоскостей

Построение пересекающихся плоскостей

Построение перпендикуляра

*Дома:*

*параграф 3, п.22, №167, 169,  
с.57, вопросы 7-10.*



## *Интернет – ресурсы*

<http://le-savchen.ucoz.ru/load/3-1-0-168>

<http://www.uchportal.ru/load/24-1-0-22870>

<http://nsportal.ru/shkola/geometriya/library/dvugrannyi-ugol>