

# **Тема урока: Двугранный угол. Угол между плоскостями.**

Учитель: Клепикова Елена Ивановна  
МБОУ СОШ №6 г. Павлово, Нижегородской области

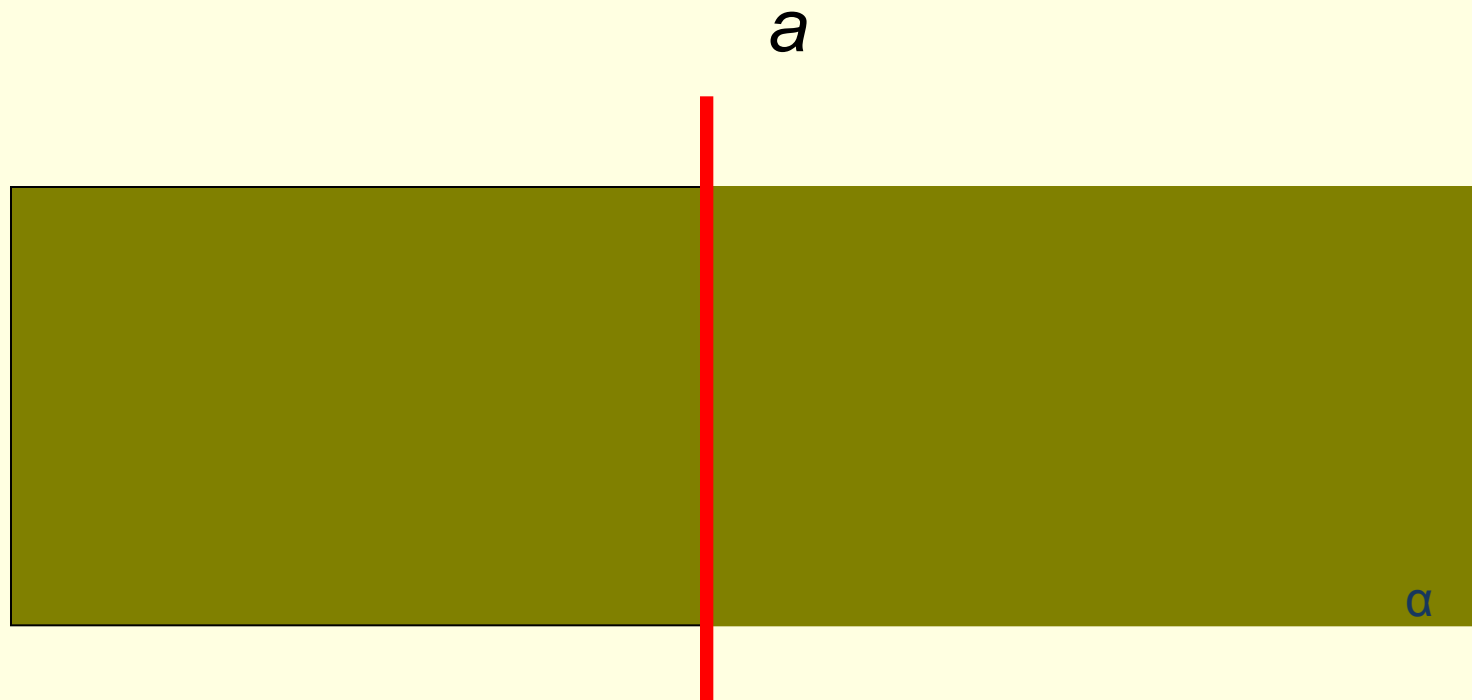
## Цель урока:

---

- Ввести понятие двугранного угла и его линейного угла
- Рассмотреть задачи на применение этих понятий
- Сформировать конструктивный навык нахождения угла между плоскостями

# Основные понятия

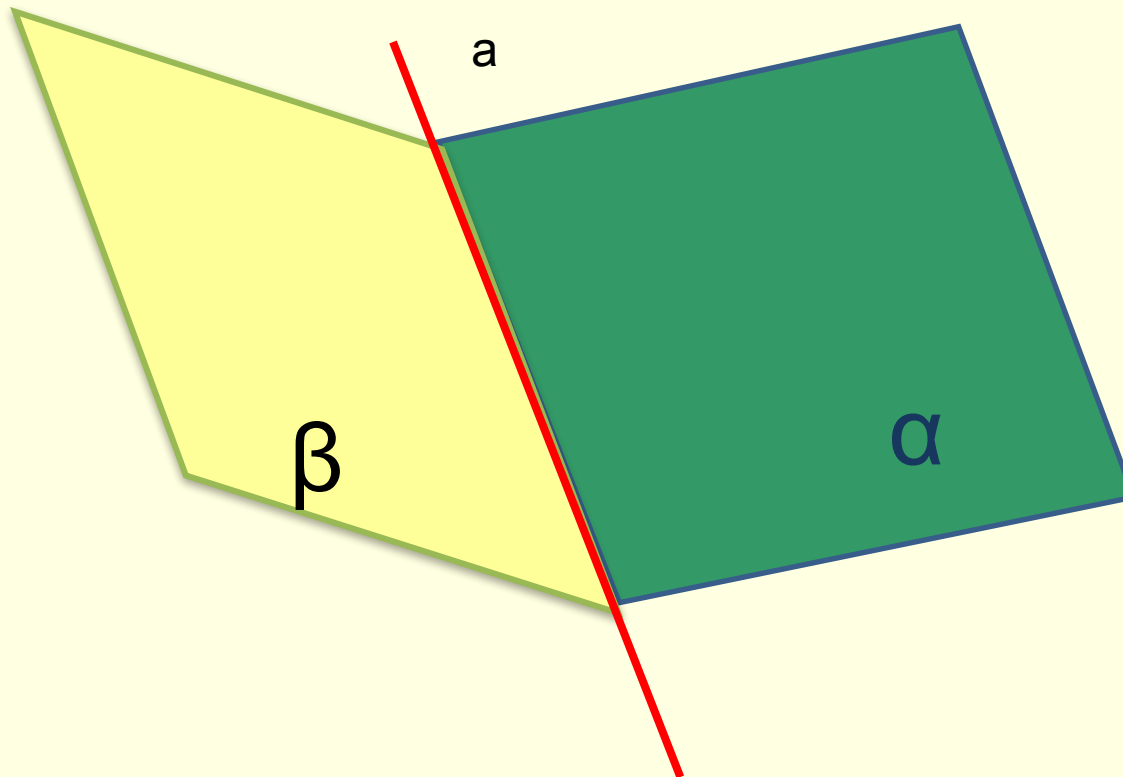
- Прямая  $a$  разделяет плоскость на две полуплоскости



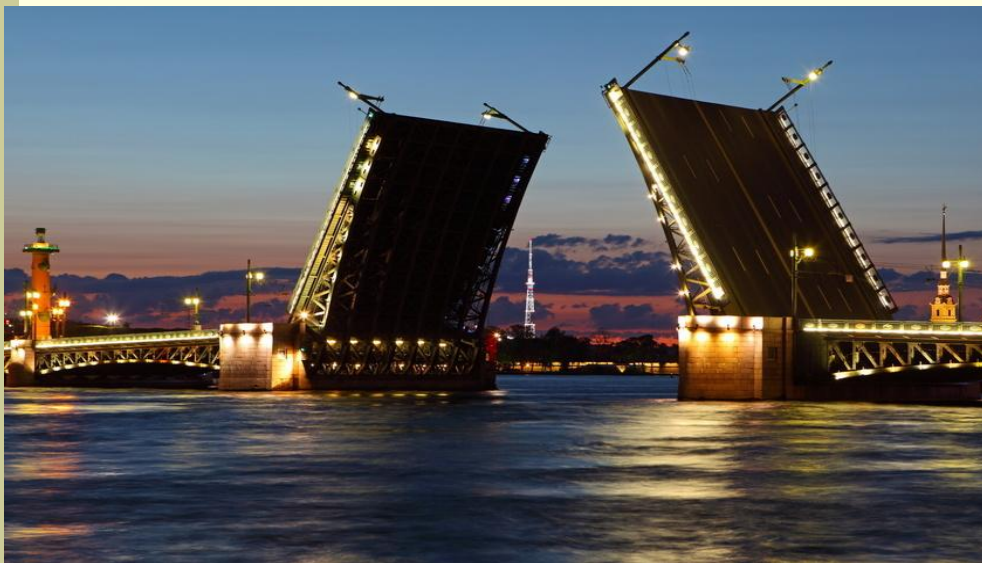
**$a$ - общая граница полуплоскостей называется ребром двугранного угла.**

**Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его гранями**

**Двугранным углом называется фигура, образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$ , не прилежащими одной плоскости**

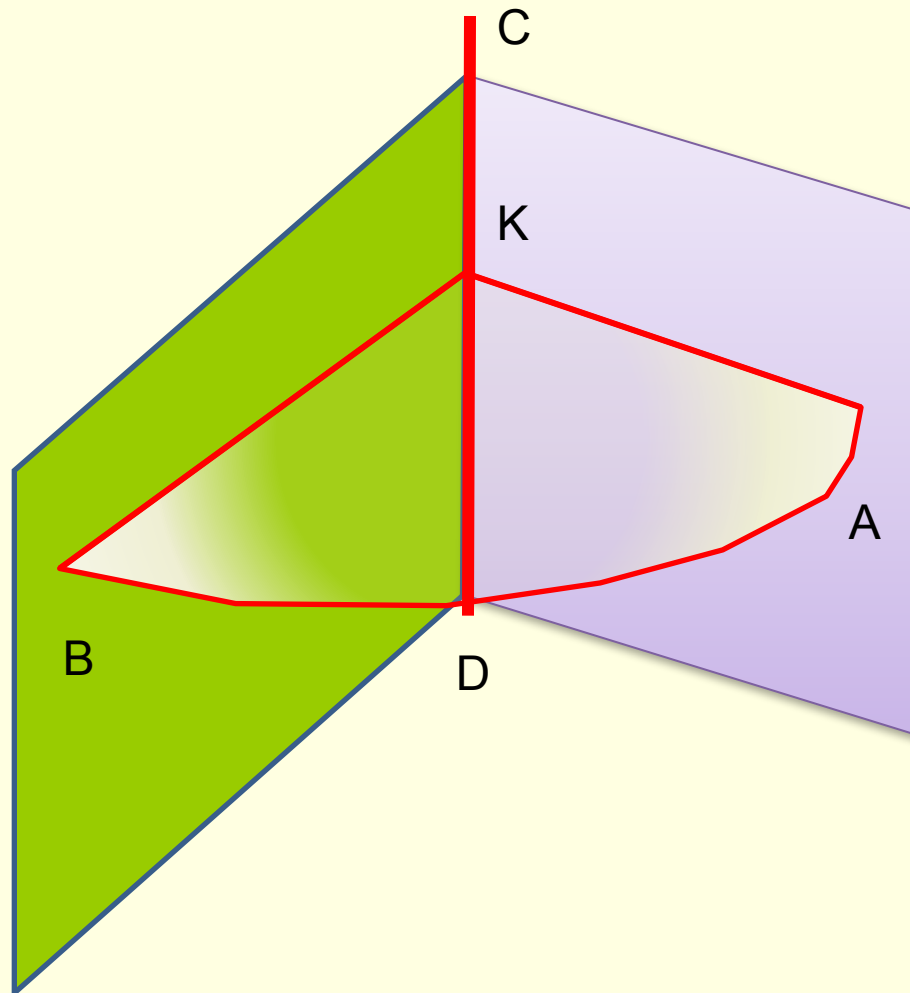


# Назовите предметы, имеющие форму двугранного угла



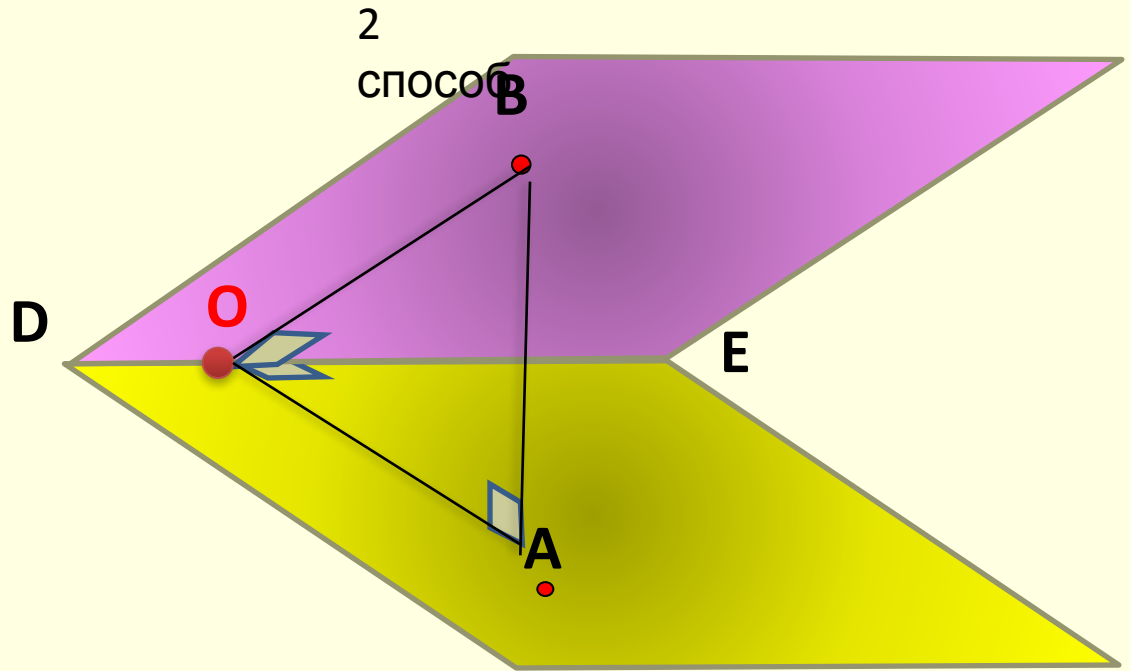
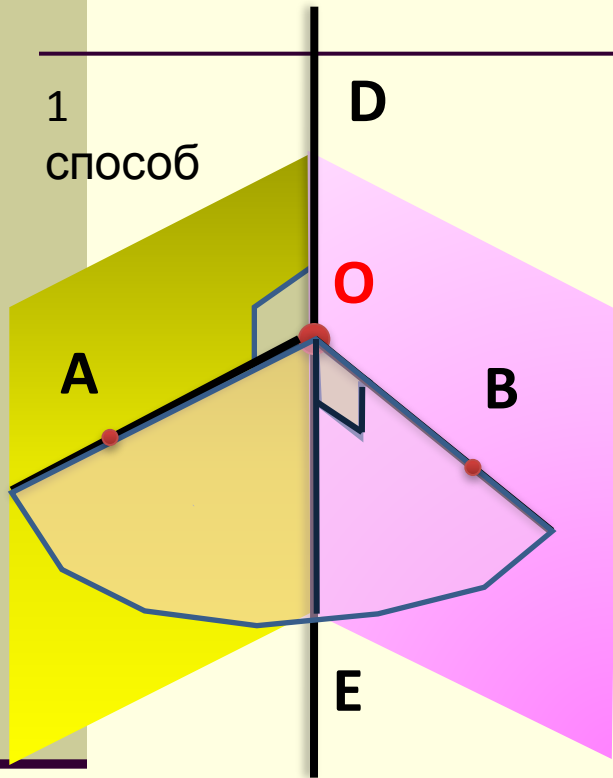
# ВКА- линейный угол двугранного угла ВСДА

∠



## Алгоритм построения линейного угла.

Угол  $\text{AOB}$  – линейный угол двугранного угла  $\text{ADEB}$ .

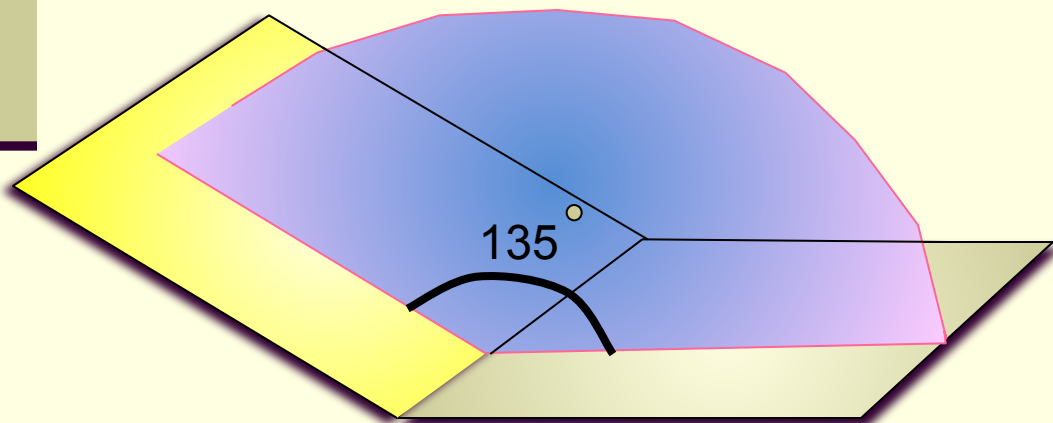
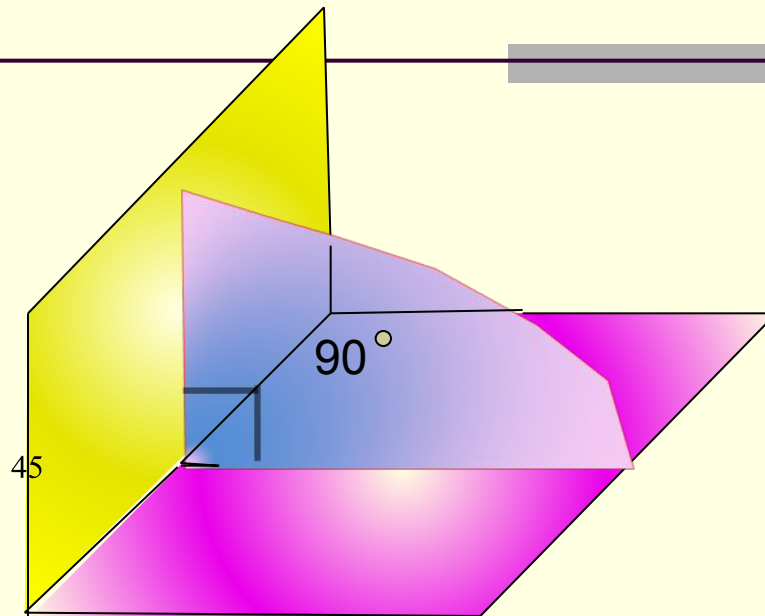
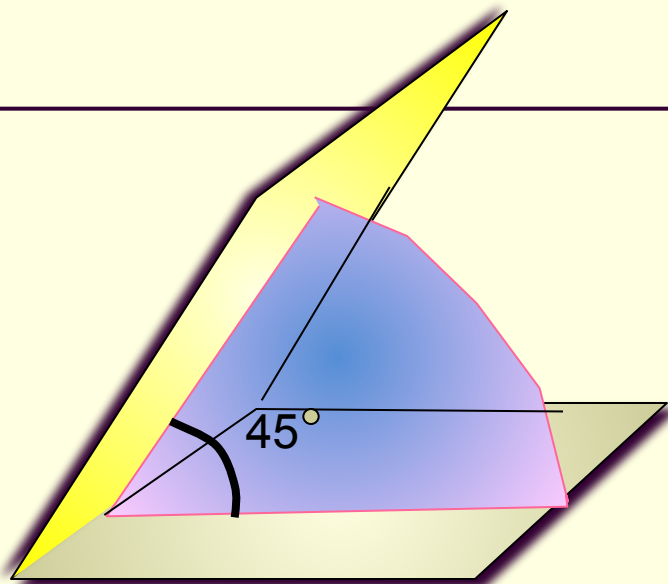


Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

$$\angle \text{ADEB} = \angle \text{AOB}$$

Плоскость  $(\text{AOB}) \perp \text{DE}$

# Двугранный угол может быть острым, прямым, тупым



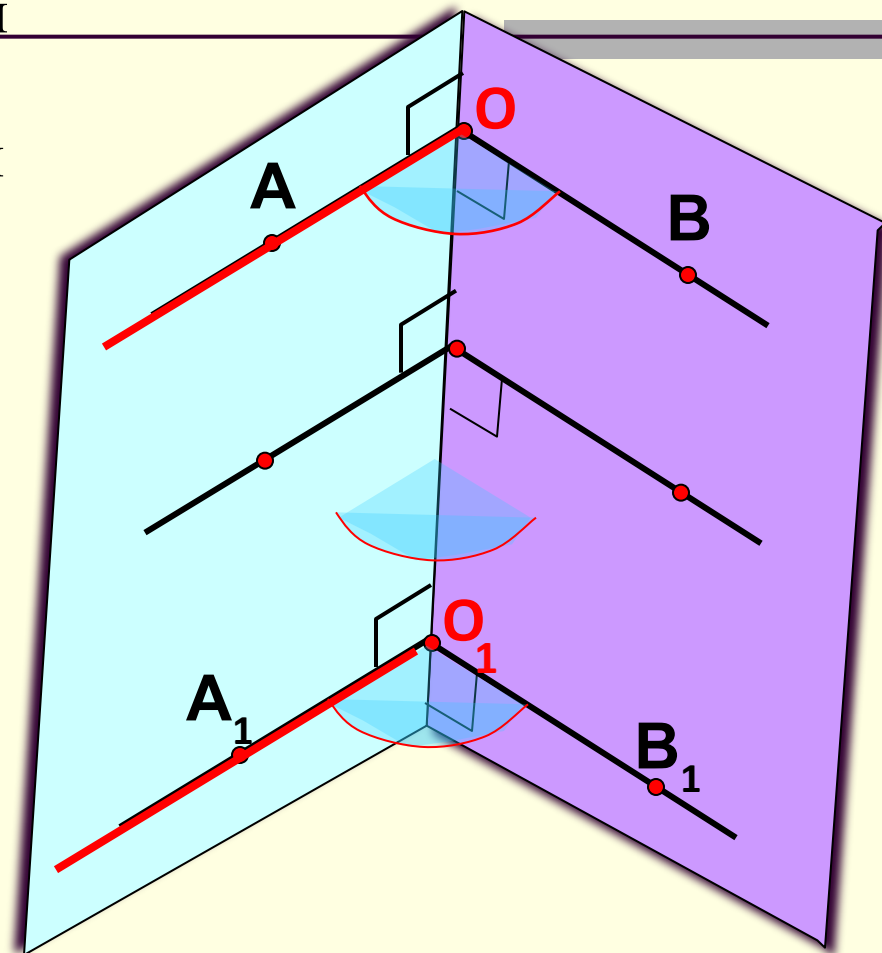


**Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.**

Лучи  $OA$  и  $O_1A_1$  – сонаправлены

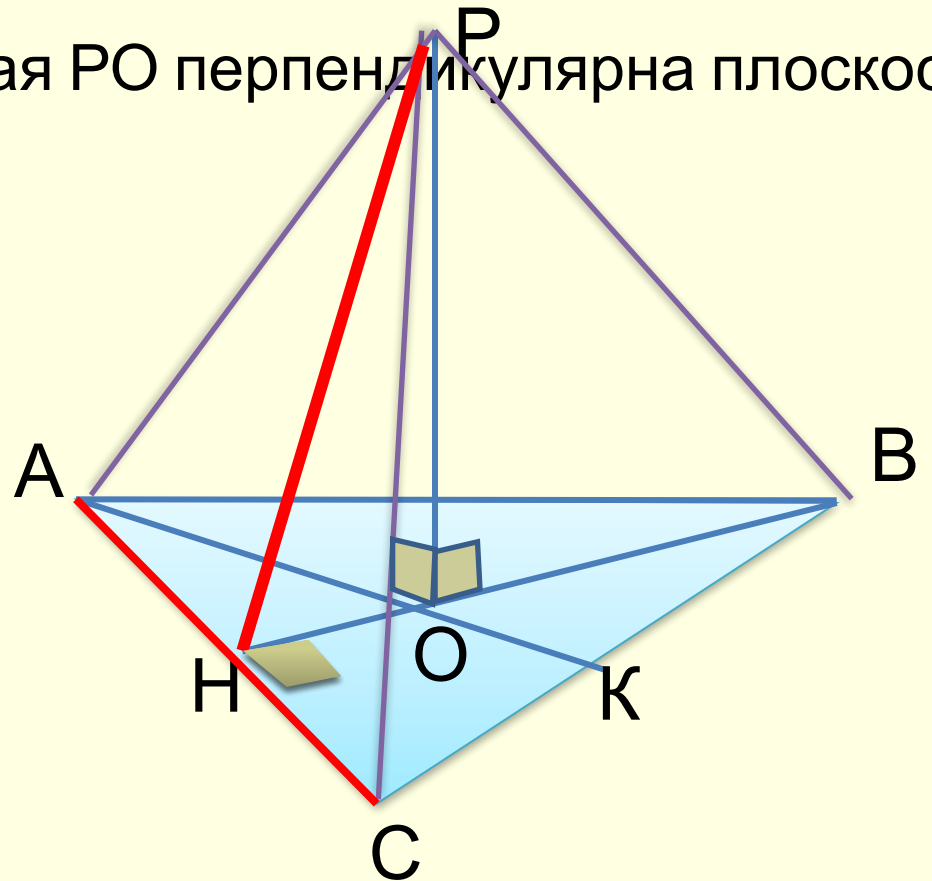
Лучи  $OB$  и  $O_1B_1$  – сонаправлены

Углы  $AOB$  и  $A_1O_1B_1$  равны,  
как углы с сонаправленными  
сторонами



## Задачи на построение линейного угла

Построить линейный угол двугранного угла с ребром  $AC$ ,  
если в пирамиде  $PABC$  грань  $ABC$  правильный треугольник,  $O$  – точка пересечения медиан, прямая  $PO$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ .



# Решение задач по готовым

## чертежам

Дано:

$PABC$  – пирамида,

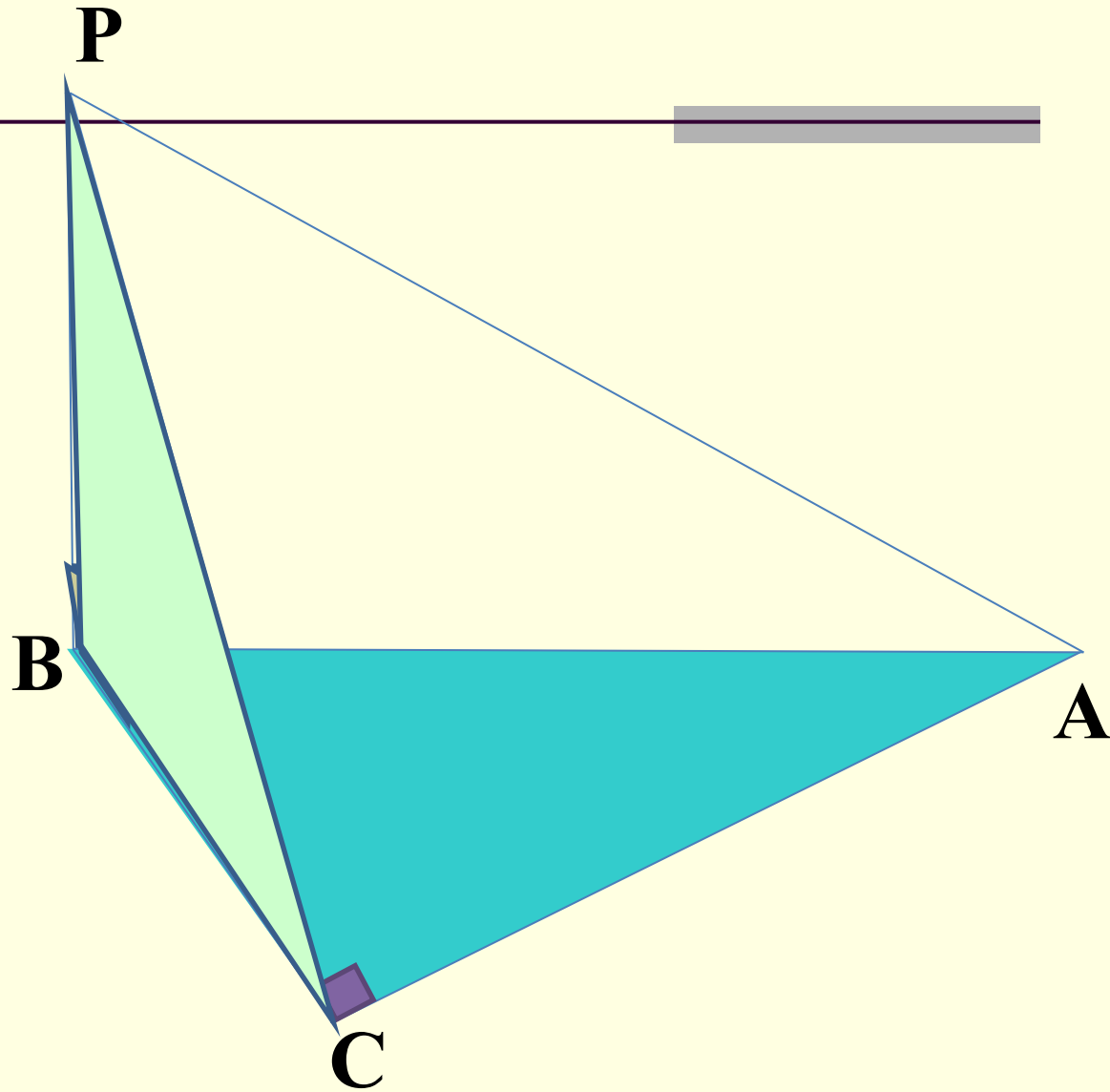
$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$PB \perp (ABC)$$

Доказать:

линейный  $\angle PCB$   
угол

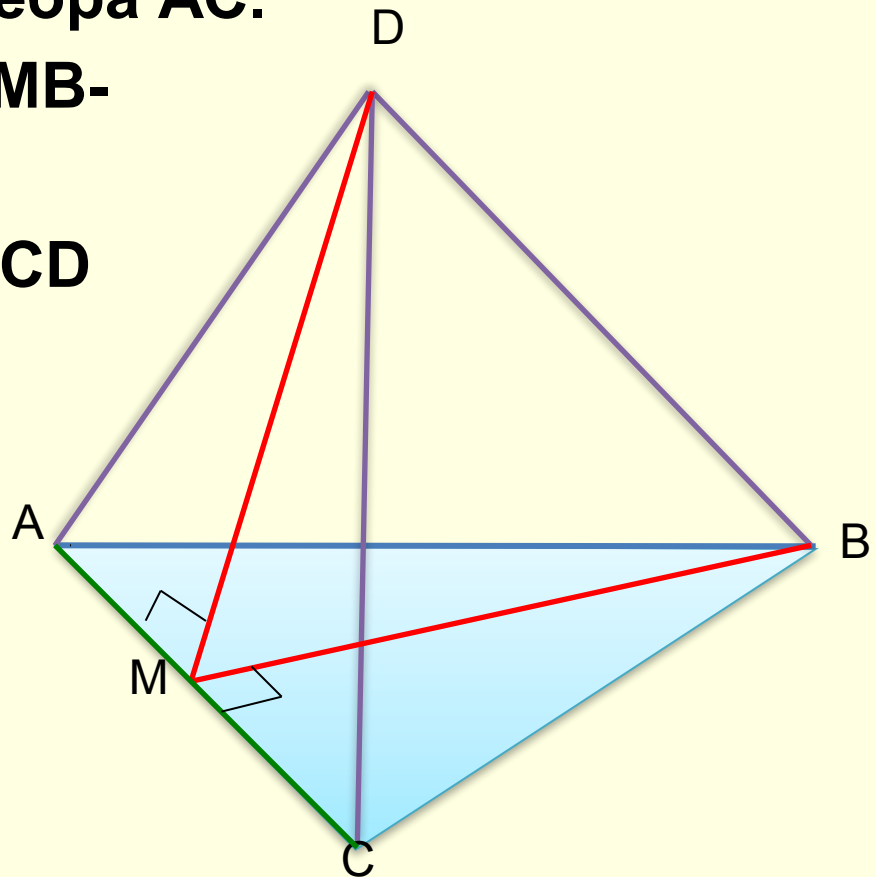
$PACB$



## Решение задач по готовым чертежам

№167

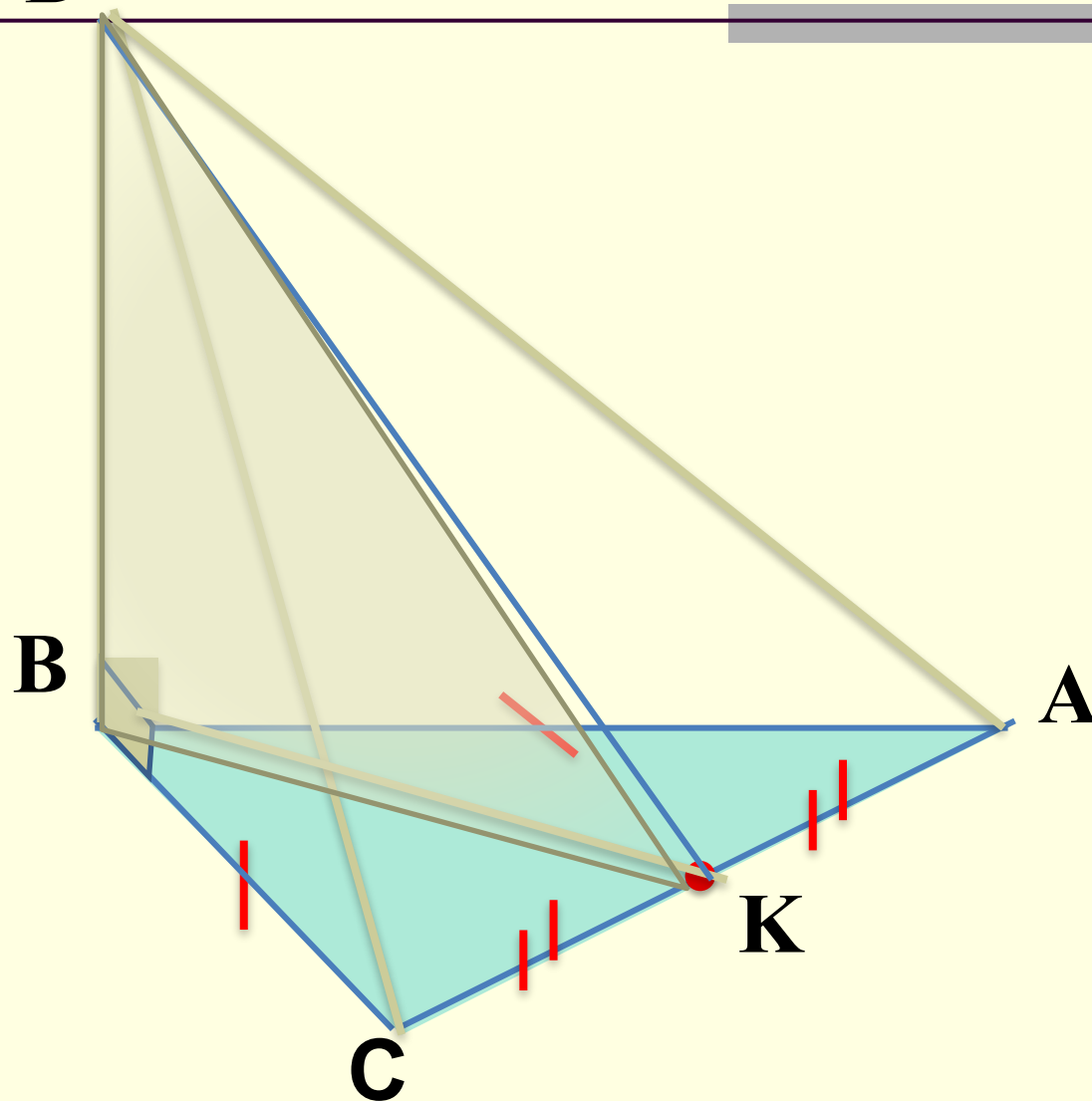
В тетраэдре  $DABC$  все ребра равны,  
точка  $M$  – середина ребра  $AC$ .  
Докажите, что угол  $DMB$ -  
линейный угол  
двугранного угла  $BACD$



Дано:

$DABC$  – пирамида,  $AB=BC$ ,  $K$  середина  $AC$ ,  
 $DB \perp (ABC)$

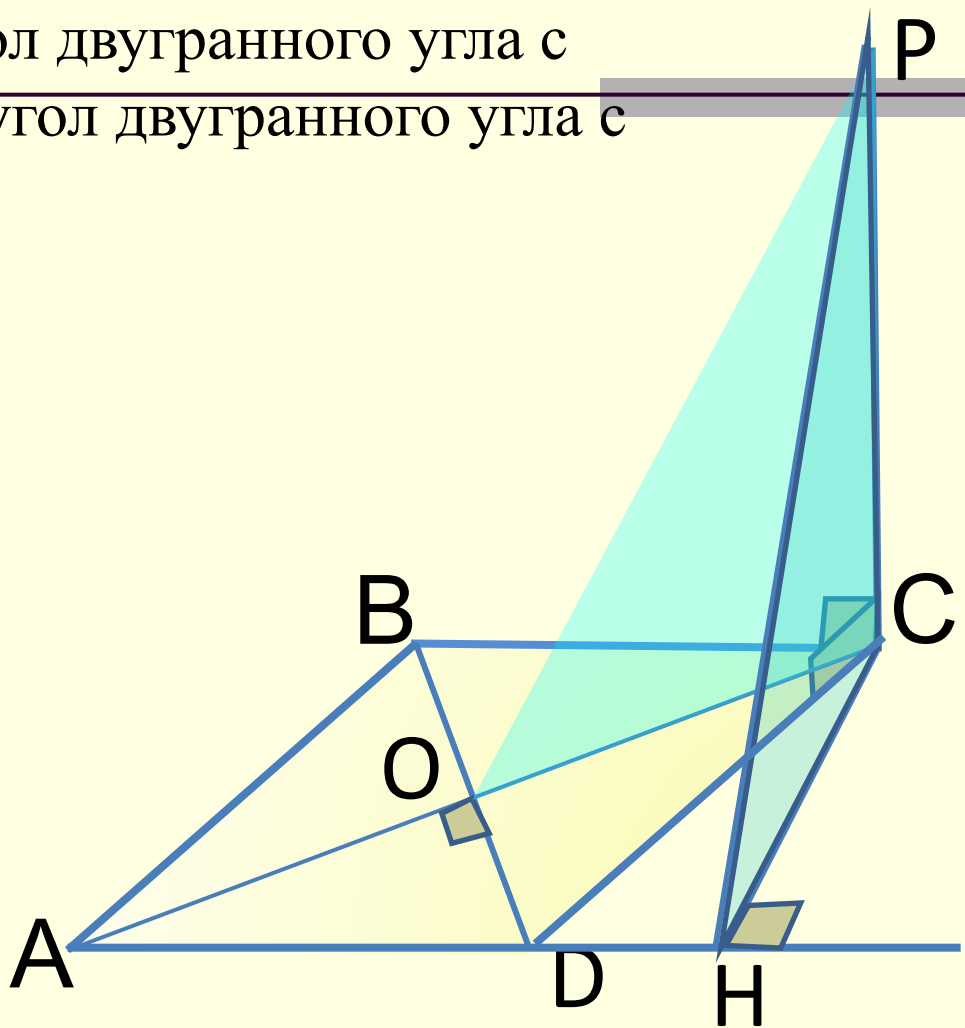
Доказать:  $\angle DKB$   
линейный угол  
 $DACB$



Дан ромб  $ABCD$ .

Прямая  $PC$  перпендикулярна плоскости  $ABCD$ .

Построить линейный угол двугранного угла с ребром  $BD$  и линейный угол двугранного угла с ребром  $AD$ .



В параллелограмме  $ABCD$  угол  $ADC$  равен  $120^\circ$ ,  $AD = 8$  см,  $DC = 6$  см, прямая  $PC$  перпендикулярна плоскости  $(ABC)$ ,  $PC = 9$  см.

Найти величину двугранного угла с ребром  $AD$  и площадь параллелограмма.

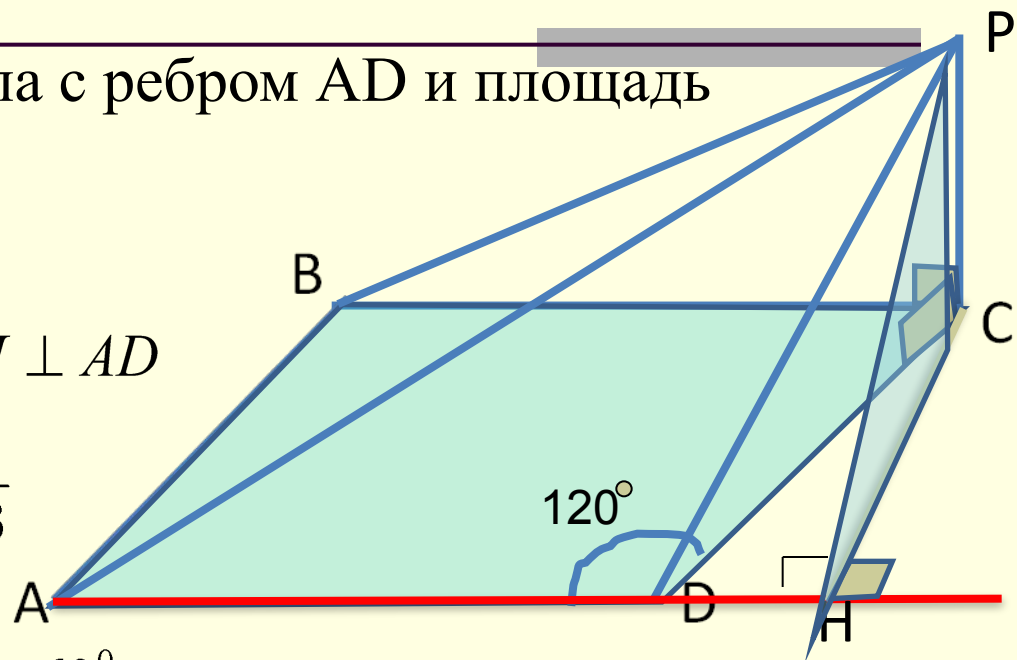
~~Решение~~  
Решение

$PC \perp (ABC), CH \perp AD, \Rightarrow$  по ТТП  $PH \perp AD$

$$\Delta DCH : CH = 6 \sin 60^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\Delta PHC : \operatorname{tg} PHC = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}, \angle PHC = 60^\circ$$

$$S_{ABCD} = CH \cdot AD = 8 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$



$\angle PHC$  линейный

## Работа в группах

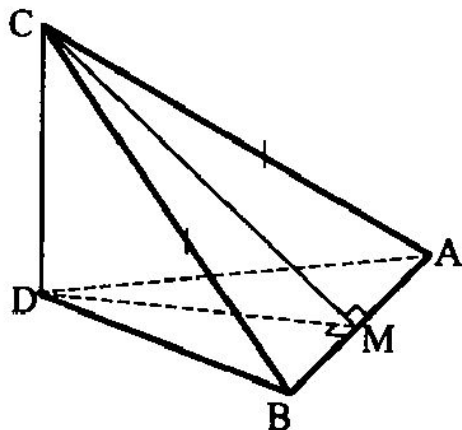


Рис. 5

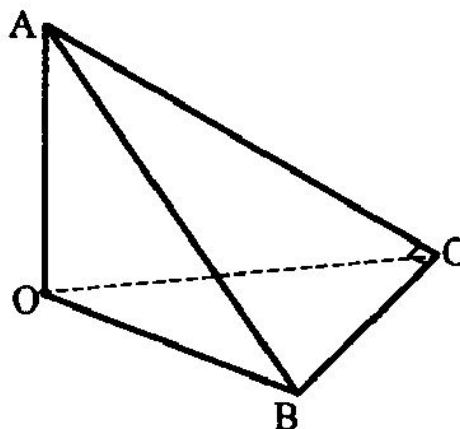


Рис. 6

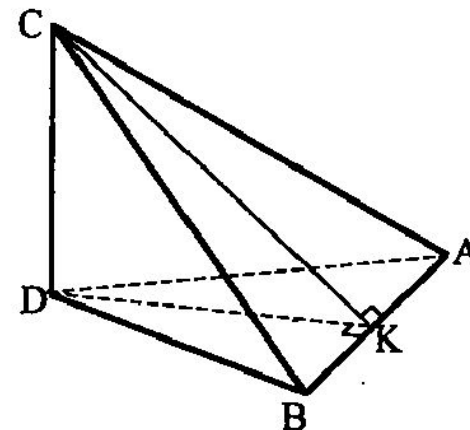


Рис. 7

**№ 1**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AC = BC$ ,  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ ,  $CD \perp \alpha$ ,  $C \notin \alpha$  (рис. 5).

Построить линейный угол двугранного угла  $SABD$ ,  $CM \perp AB$ ,  $DC \perp AB$ .  $\angle CMD$  – искомый.

**№ 2**

Дано:  $\angle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC$  лежит в плоскости  $\alpha$ ,  $AO \perp \alpha$ ,  $A \in \alpha$  (рис. 6).

Построить  $ABCO$ .  $AB \perp BC$ ,  $AO \perp BC$ , значит,  $OC \perp BC$ .  $\angle ACO$  – искомый.

**№ 3**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB$  лежит в плоскости  $\alpha$ ,  $CD \perp \alpha$ ,  $C \notin \alpha$  (рис. 7).

Построить  $DABC$ .  $CK \perp AB$ ,  $DC \perp AB$ ,  $DK \perp AB$ , значит,  $\angle DKC$  – искомый.



# Домашнее задание № 166,171

---