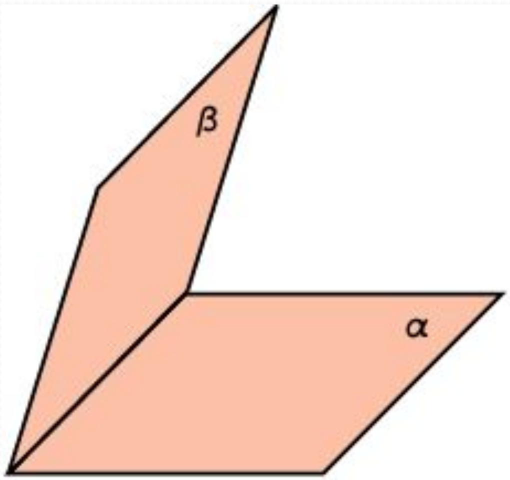
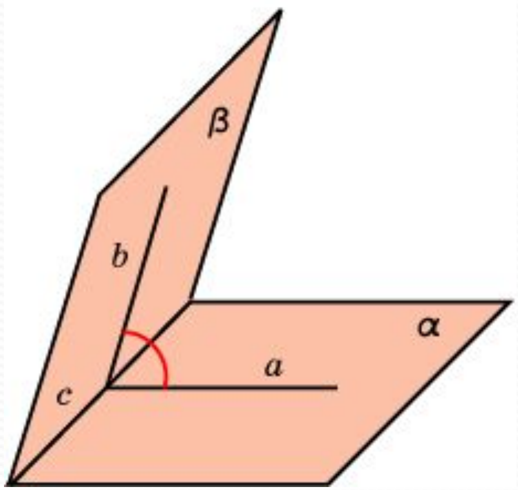
ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ





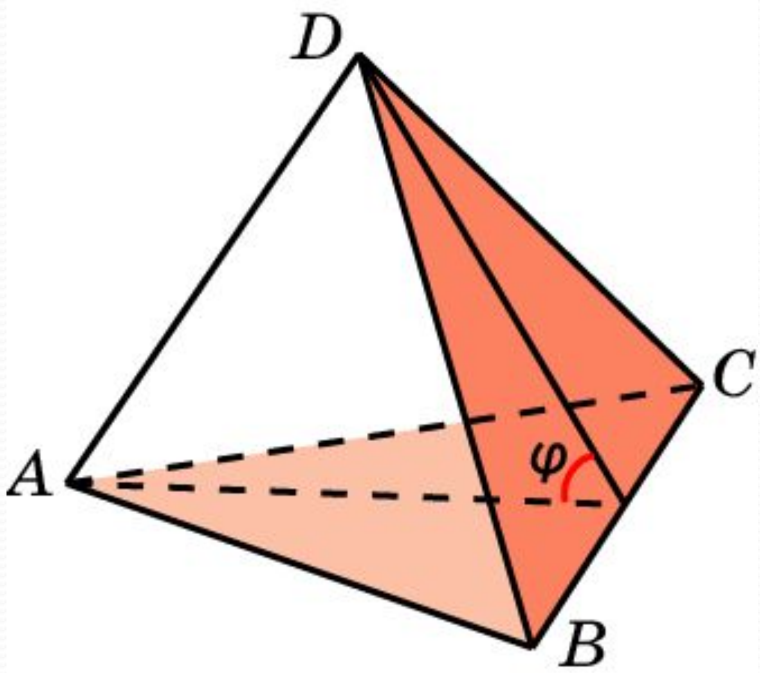
Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.

Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BCD.

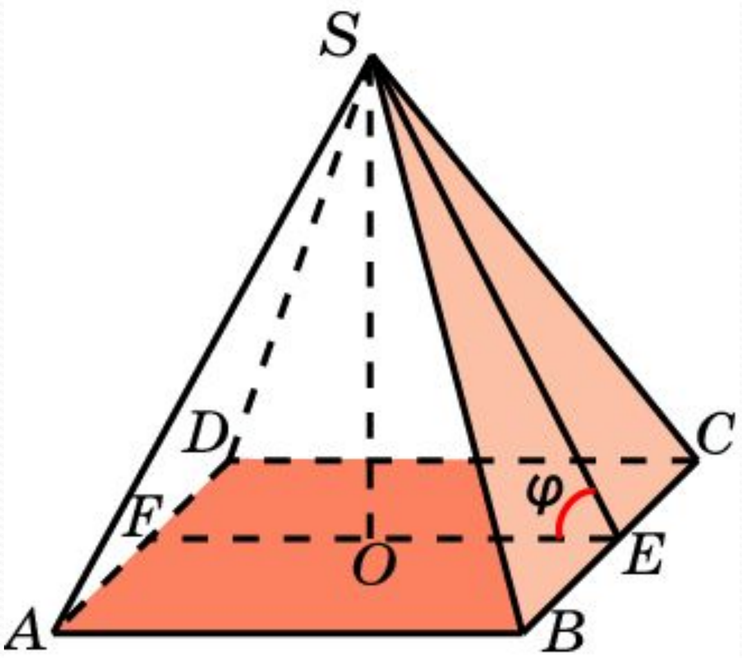


Решение: Пусть E – середина BC. Искомым линейным углом φ является угол AED. В треугольнике AED имеем:

$AD = 1$, $AE = DE = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим $\cos\varphi = \dfrac{1}{3}$.

Ответ: $\cos\varphi = \dfrac{1}{3}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SBC и ABC.

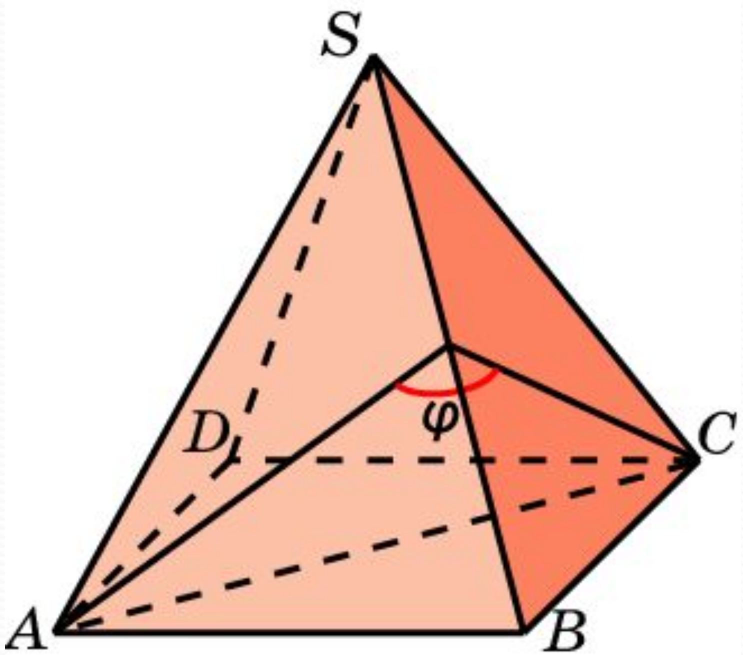


Решение: Пусть E, F – середины ребер BC и AD, O – центр основания. Искомым линейным углом φ является угол SEF.

В прямоугольном треугольнике SEO имеем $EO = \frac{1}{2}$, $SE = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Следовательно, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Ответ: $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

В правильной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями *SAB* и *SBC*.



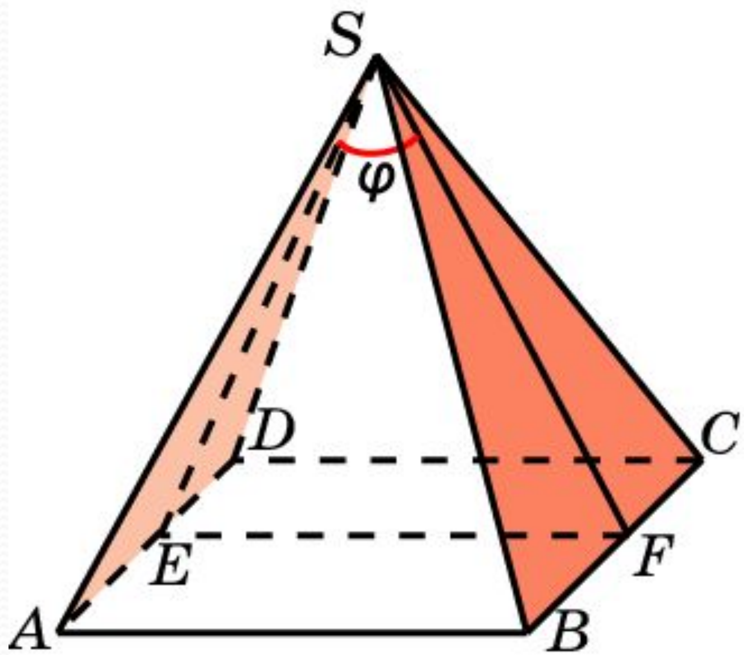
Решение: Пусть *E* – середина ребра *SB*. Искомым линейным углом φ является угол *AEC*. В треугольнике *AEC* имеем:

$AC = \sqrt{2}$, $AE = CE = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим

$\cos\varphi = -\dfrac{1}{3}$.

Ответ: $\cos\varphi = -\dfrac{1}{3}$.

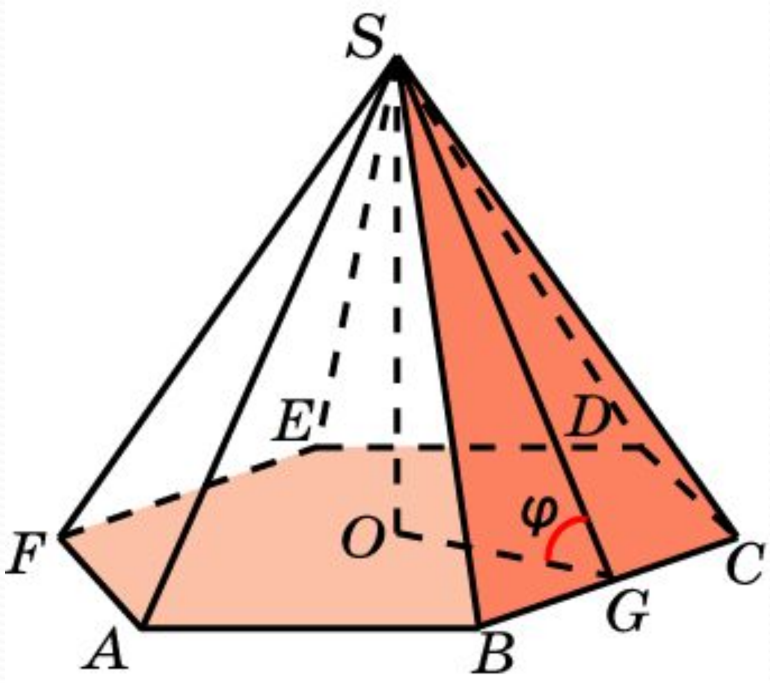
В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SAD и SBC.



Решение: Пусть E, F – середины ребер AD, BC. Искомым линейным углом φ является угол ESF. В треугольнике ESF имеем: $EF = 1$, $SE = SF = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим $\cos\varphi = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\cos\varphi = \frac{1}{3}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите угол между плоскостями ABC и SBC.

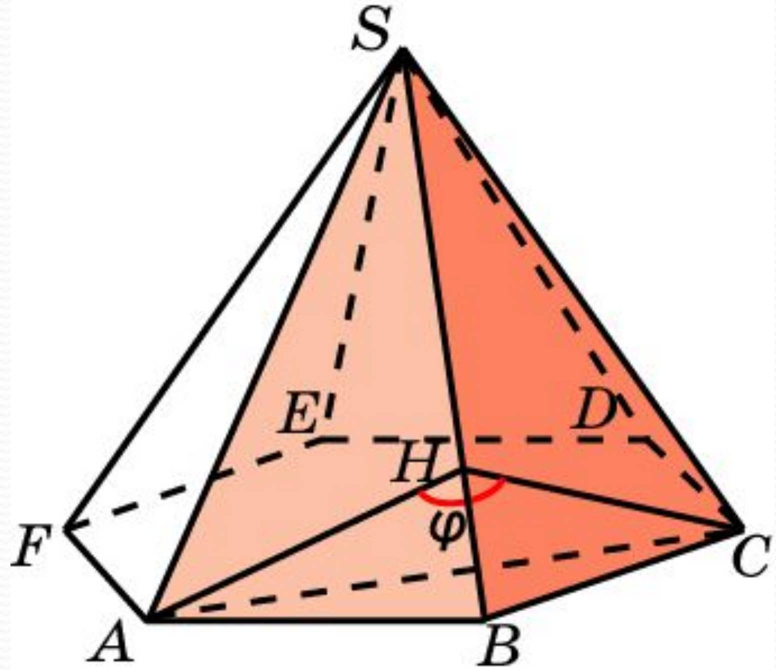


Решение: Пусть O – центр основания, G – середин ребра BC. Искомым линейным углом φ является угол SGO.

В прямоугольном треугольнике SGO имеем: $OG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $SG = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$.

Следовательно, $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Ответ: $\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

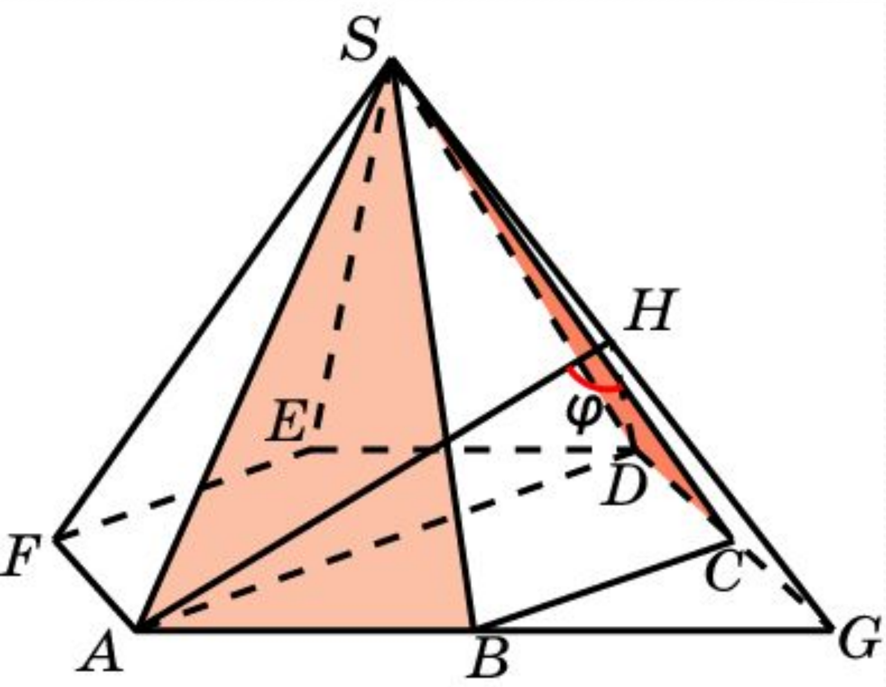
В правильной 6-ой пирамиде *SABCDEF*, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите двугранный угол, образованный гранями *SAB* и *SBC*.



Решение: В треугольниках *SAB* и *SBC* опустим высоты *AH* и *CH* на сторону *SB*. Искомым линейным углом φ является угол *AHC*. В прямоугольном треугольнике *AHC* имеем: $AC = \sqrt{3}$, $AH = CH = \frac{\sqrt{15}}{4}$. По теореме косинусов находим $\cos\varphi = -\frac{3}{5}$.

Ответ: $\cos\varphi = -\frac{3}{5}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC.



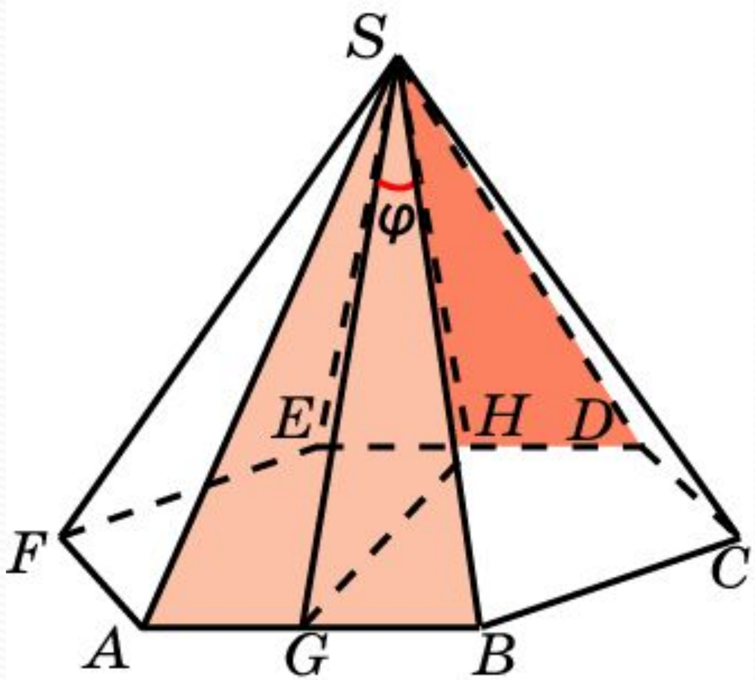
Решение: Продолжим ребра AB и DC до пересечения в точке G. В треугольниках SAG и SDG опустим высоты AH и DH на сторону SG. Искомым линейным углом φ является угол AHD. В треугольнике AHD имеем:

$$AD = 2,\ AH = DH = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

По теореме косинусов находим $\cos\varphi = \frac{1}{5}.$

Ответ: $\cos\varphi = \frac{1}{5}.$

В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SDE.



Решение: Пусть G, H – середины ребер AB, DE. Искомым линейным углом φ является угол GSH. В треугольнике GSH имеем: $GH = \sqrt{3}$, $SG = SH = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$. По теореме косинусов находим $\cos\varphi = \dfrac{3}{5}$.

Ответ: $\cos\varphi = \dfrac{3}{5}$.