ЕГЭ 2010

математика

Задача В 10

Задания с прикладным содержанием, включённые в 2010 году в экзаменационные варианты ЕГЭ по математике под номером B10, представляют собой задачи на анализ явления, описываемого формулой функциональной зависимости. При этом явления, положенные в основу задачной фабулы, отобраны так, что соответствующие функции являются привычными для школьников: это линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая или тригонометрические функции.

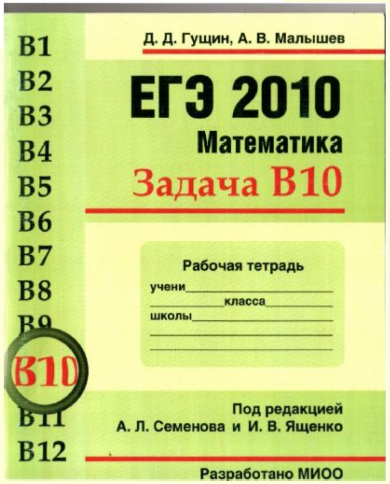
Каждая из фабул представляет собой описание того или иного явления с указанием формулы, которой оно описывается, параметров и констант в этой формуле и необходимых единиц измерения. Все единицы измерения приведены в единой используемой в задаче системе единиц (СИ или СГС), и от учащихся не требуется перевода единиц измерения из одной системы в другую.

Решение задач условно можно разделить на несколько шагов

а) анализ условия и вычленение формулы, описывающей заданную ситуацию, а также значений параметров, констант или начальных условий, которые необходимо подставить в эту формулу;

б) математическая интерпретация задачи — сведение её к уравнению или неравенству и его решение;

в) анализ полученного решения.



Задачи , приводимые к линейным уравнениям или неравенствам

1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ),$$

где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ $(^\circ C)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение. Задача сводится к решению уравнения

$$l(t^\circ) - l_0 = 3 \text{ (мм)}$$

при заданных значениях длины $l_0 = 10$ м и коэффициента теплового расширения $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ $(^\circ\text{C})^{-1}$:

$$l(t^\circ) - l_0 = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ) - l_0 = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow l_0 \alpha t^\circ = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow 10 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} t^\circ = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t^\circ = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1{,}2 \cdot 10^{-4}} \Leftrightarrow t^\circ = 25\ ^\circ\text{C}.$$

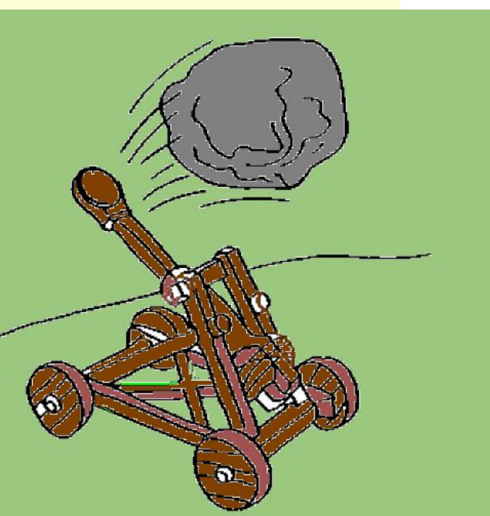
Ответ: 25.

Решение задач , приводящие к квадратным уравнениям или неравенствам

2. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой

$$y = ax^2 + bx,$$

е $a = -\frac{1}{100}$ м$^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — ещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над млёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крестной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтоı камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?



Решение. Задача сводится к решению неравенства $y \geqslant 9$: при заданных значениях параметров a и b

$$y \geqslant 9 \;\Leftrightarrow\; -\frac{1}{100}x^2 + x \geqslant 9 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; x^2 - 100x + 900 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; 10 \leqslant x \leqslant 90 \text{ м}.$$

Камни будут перелетать крепостную стену на высоте не менее 1 метра, если камнеметательная машина будет находиться на расстоянии от 10 до 90 метров от этой стены. Наибольшее расстояние — 90 метров.

Ответ: 90.

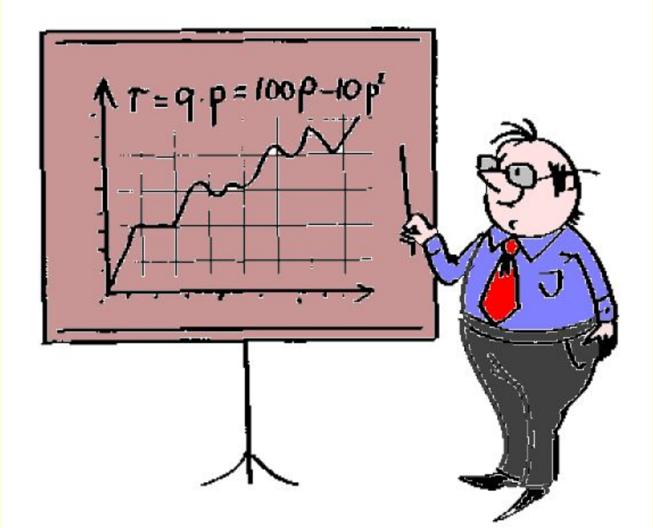
2а. Зависимость объёма спроса q на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой:

$$q = 100 - 10p.$$

Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) определяется как

$$r(p) = q \cdot p.$$

Определите максимальный уровень цены p, при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.



Решение. Задача сводится к решению неравенства $r(p) \geqslant$ $\geqslant 240$:

$$r(p) = q \cdot p = (100 - 10p)p = 100p - 10p^2,$$

$$r(p) \geqslant 240 \;\Leftrightarrow\; 10p^2 - 100p + 240 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; p^2 - 10p + 24 \leqslant 0 \;\Leftrightarrow\; 4 \leqslant p \leqslant 6.$$

Ответ: 6.

26. Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m\left(\frac{v^2}{L} - g\right),$$

где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 0,441 м? Ответ выразите в м/с.

Решение. Задача сводится к решению неравенства $P(v) \geqslant 0$: при заданной длине верёвки $L = 0{,}441$ м

$$P \geqslant 0 \Leftrightarrow m\left(\frac{v^2}{L} - g\right) \geqslant 0 \overset{m>0}{\Leftrightarrow} \frac{v^2}{0{,}441} - 10 \geqslant 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 \geqslant 4{,}41 \overset{v>0}{\Leftrightarrow} v \geqslant 2{,}1 \text{ м/с}.$$

Ответ: 2,1.

Т2.17. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2}k^2t^2,$$

где t — время (в секундах), прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{500}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма?

Решение задач , приводящие к степенным уравнениям или неравенствам

3. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:

$$P = \sigma S T^4,$$

где $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, температура T — в градусах Кельвина, а мощность P — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20}$ м^2, а излучаемая ею мощность P не менее $9{,}12 \cdot 10^{25}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

Решение. Задача сводится к решению неравенства

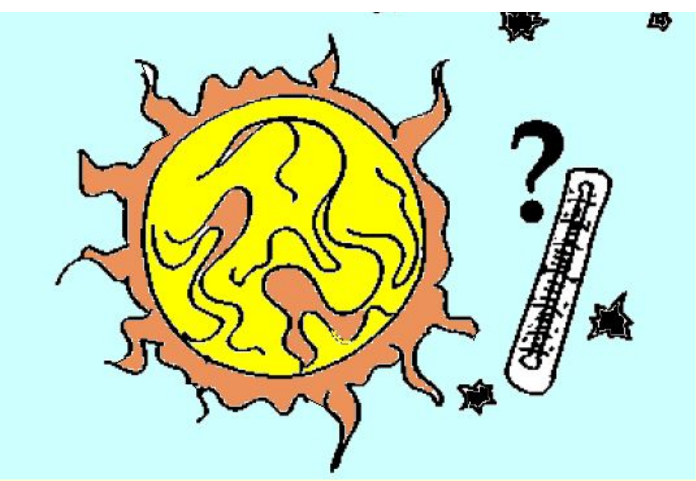
$$P \geqslant 9{,}12 \cdot 10^{25}$$

при известном значении постоянной $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ и заданной площади звезды $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20}$ м^2:

$$P \geqslant 9{,}12 \cdot 10^{25} \Leftrightarrow \sigma S T^4 \geqslant 9{,}12 \cdot 10^{25} \Leftrightarrow T^4 \geqslant \frac{9{,}12 \cdot 10^{25}}{\sigma S} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T \geqslant \sqrt[4]{\frac{9{,}12 \cdot 10^{25}}{5{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{16} \cdot 10^{20}}} \Leftrightarrow T \geqslant \sqrt[4]{256 \cdot 10^{12}} = 4000 \text{ К}.$$

Ответ: 4000.



3а. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выраженная в ньютонах, будет определяться по формуле:

$$F_A = \rho g l^3,$$

где $\rho = 1000$ кг/м^3 — плотность воды, l — длина ребра куба в метрах, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ м/с^2). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить эксплуатацию аппарата в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 78 400 Н? Ответ выразите в метрах.

Решение задач , приводящие к рациональным уравнениям или неравенствам

4. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 =$ $= 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платфор ме тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закон

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$f(v) - f_0 \geqslant 10$$

при известном значении постоянной $f_0 = 440$ Гц:

$$f(v) - f_0 \geqslant 10 \Leftrightarrow \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} - f_0 \geqslant 10 \Leftrightarrow \frac{440}{1 - \frac{v}{315}} - 440 \geqslant 10 \Leftrightarrow$$

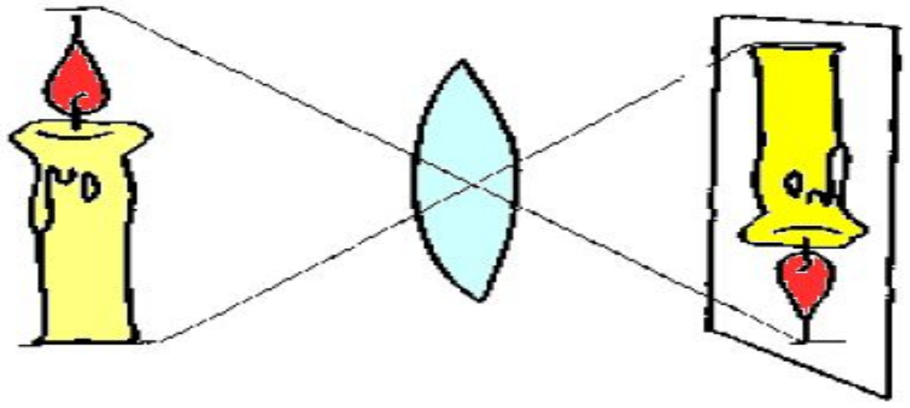
$$\Leftrightarrow 1 - \frac{v}{315} \leqslant \frac{44}{45} \Leftrightarrow v \geqslant \frac{315}{45} = 7 \text{ м/с}.$$

Ответ: 7.

4а. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.



Решение. Поскольку $f = 30$, имеем:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{30} \Leftrightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{1}{30} - \frac{1}{d_2}.$$

Наименьшему возможному значению d_1 соответствует наибольшее значение левой части полученного равенства, и, соответственно, наибольшее возможное значение правой части равенства. Разность $\frac{1}{30} - \frac{1}{d_2}$ в правой части равенства достигает наибольшего значения при наименьшем значении вычитаемого $\frac{1}{d_2}$, которое достигается при наибольшем возможном значении знаменателя d_2. Поэтому $d_2 = 180$, откуда

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1}{30} - \frac{1}{180} \Leftrightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{5}{180} \Leftrightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{1}{36} \Leftrightarrow d_1 = 36 \text{ см}.$$

По условию лампочка должна находиться на расстоянии от 30 до 50 см от линзы. Найденное значение $d_1 = 36$ см удовлетворяет условию.

Ответ: 36.

Т4.10. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r},$$

где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r=2$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20 % от силы тока короткого замыкания $I_{кз}=\frac{\varepsilon}{r}$? Ответ выразите в омах.

Решение задач , приводящие к иррациональным уравнениям или неравенствам

5. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч^2), вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la}.$$

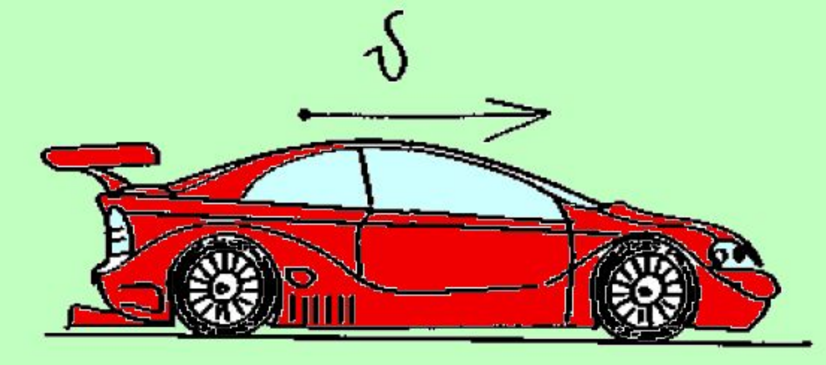
Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

Решение. Найдём, при каком ускорении автомобиль достигнет требуемой скорости, проехав один километр. Задача сводится к решению уравнения $\sqrt{2la} = 100$ при известном значении длины пути $l = 1$ км:

$$\sqrt{2la} = 100 \Leftrightarrow \sqrt{2a} = 100 \Leftrightarrow 2a = 10\,000 \Leftrightarrow a \geqslant 5000 \text{ км/ч}^2.$$

Если его ускорение будет превосходить найденное, то, проехав один километр, автомобиль наберёт большую скорость, поэтому наименьшее необходимое ускорение равно 5000 км/ч^2.

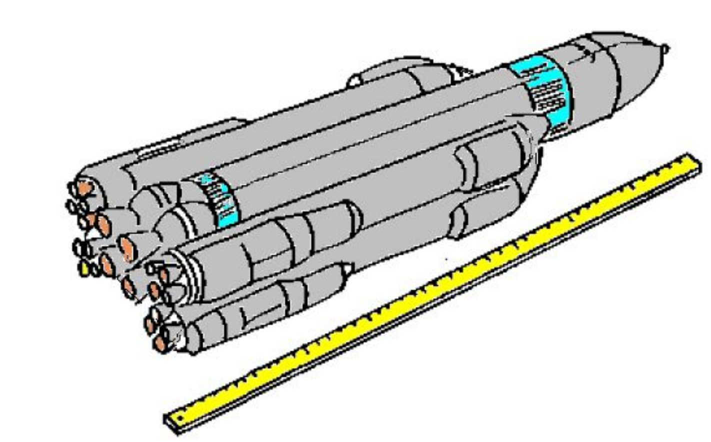
Ответ: 5000.



5а. При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

где $l_0 = 10$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3\cdot10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 8 м? Ответ выразите в км/с.



Решение. Найдем, при какой скорости длина ракеты станет равна 8 м. Задача сводится к решению уравнения

$$l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=8$$

при заданном значении длины покоящейся ракеты $l_0=10$ м и известной величине скорости света $c=3\cdot10^5$ км/с:

$$10\sqrt{1-\frac{v^2}{9\cdot10^{10}}}=8 \Leftrightarrow \frac{v^2}{9\cdot10^{10}}=\frac{36}{100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v=\frac{6}{10}\cdot3\cdot10\cdot10^5 \Leftrightarrow v=180\,000 \text{ км/с}.$$

Если скорость будет превосходить найденную, то длина ракеты будет менее 8 метров, поэтому минимальная необходимая скорость равна 180 000 км/с.

Ответ: 180 000.

Решение задач , приводящие к показательным уравнениям или неравенствам

6. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T},$$

где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начала распада, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 40$ мг изотопа азота-13, период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа азота-13 будет не меньше 10 мг?

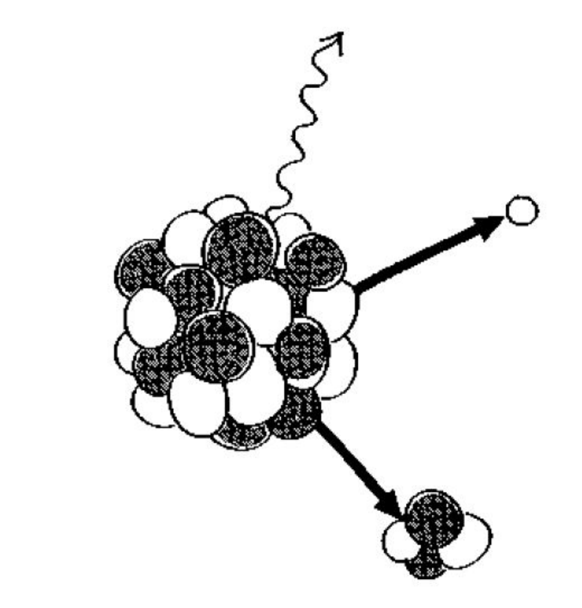
Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$m(t) > 10$$

при заданных значениях параметров $m_0 = 40$ мг и $T = 10$ мин:

$$40 \cdot 2^{-t/10} > 10 \Leftrightarrow 2^{-t/10} > 2^{-2} \Leftrightarrow -\frac{t}{10} > -2 \Leftrightarrow t < 20 \text{ мин.}$$

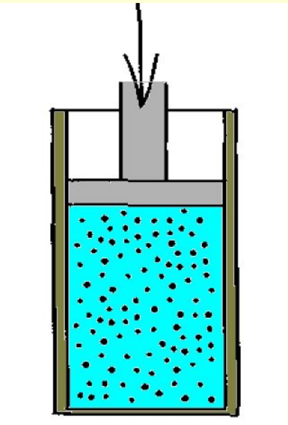
Ответ: 20.



6а. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон

$$pV^k = \text{const},$$

где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5$ Па $\cdot$ м^5, газ начинают сжимать. Какой наибольший объём V может занимать газ при давлениях p не меньше $3{,}2 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.



Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$p(V) \geqslant 3{,}2 \cdot 10^6$$

при заданных значениях параметров $k = \frac{5}{3}$ и $\text{const} = 10^5$ Па $\cdot$ м^5:

$$10^5 \cdot V^{-5/3} \geqslant 3{,}2 \cdot 10^6 \Leftrightarrow V^{5/3} \leqslant \frac{1}{32} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{32}\right)^{3/5} \Leftrightarrow V \leqslant \frac{1}{8} \text{ м}^3.$$

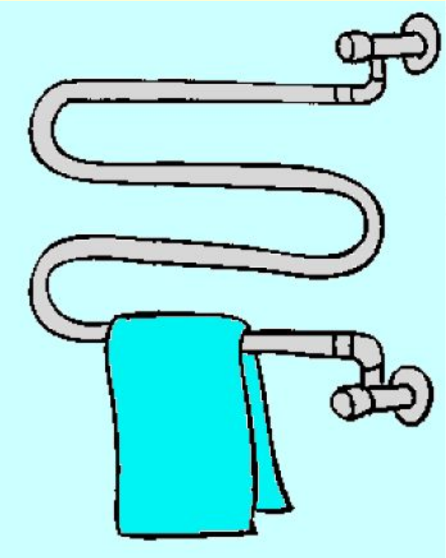
Ответ: 0,125.

Решение задач , приводящие к логарифмическим уравнениям или неравенствам

7. Для обогрева помещения, температура в котором $T_п = 20°C$, через радиатор пропускают горячую воду температурой $T_в = 60°C$. Через радиатор проходит $m = 0{,}3$ кг/с воды. Проходя по радиатору расстояние $x = 84$ м, вода охлаждается до температуры T(°С), причём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п},$$

где $c = 4200\ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 21\ \frac{Вт}{°C}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода?



Решение. Задача сводится к решению уравнения $x = 84$ при заданных значениях теплоёмкости, коэффициента теплообмена и постоянной α:

$$x = 84 \Leftrightarrow \alpha\frac{cm}{\gamma}\log_2\frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}} = 84 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}7\cdot\frac{4200\cdot 0{,}3}{21}\cdot\log_2\frac{60-20}{T-20} = 84 \Leftrightarrow$$

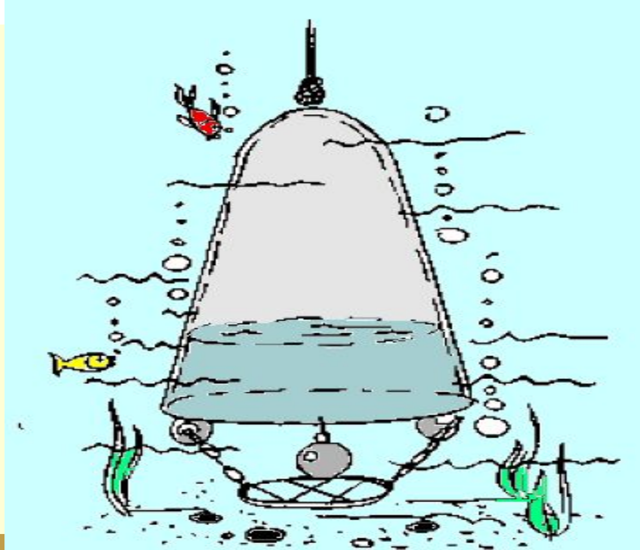
$$\Leftrightarrow \log_2\frac{40}{T-20} = 2 \Leftrightarrow \frac{40}{T-20} = 4 \Leftrightarrow T - 20 = 10 \Leftrightarrow T = 30^\circ\text{C}.$$

Ответ: 30.

7а. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu = 4$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1{,}2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где $\alpha = 5{,}75$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха, p_1 (атм) — начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 (в атм) можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 20 700 Дж?



Решение. Задача сводится к решению неравенства $A \leqslant \leqslant 20\,700$ при заданных значениях количества воздуха, его начального давления и температуры, а также постоянной α:

$$A \leqslant 20\,700 \iff \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1} \leqslant 20\,700 \iff$$

$$\iff 5{,}75 \cdot 4 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1{,}2} \leqslant 20\,700 \iff$$

$$\iff \log_2 \frac{p_2}{1{,}2} \leqslant 3 \iff 0 < \frac{p_2}{1{,}2} \leqslant 8 \iff 0 < p_2 \leqslant 9{,}6.$$

Ответ: 9,6.

Решение задач , приводящие к тригонометрическим уравнениям или

8. При бросании мяча под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли его время в полёте, выраженное в секундах, равно

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время в полёте будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что уско… бодного падения $g = 10$ м/с^2.

Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$t(\alpha) \geqslant 3$$

на интервале $(0°; 90°)$ при заданных значениях начальной скорости $v_0 = 30$ м/с и ускорения свободного падения $g = 10$ м/с^2:

$$\frac{2 \cdot 30 \cdot \sin\alpha}{10} \geqslant 3 \Leftrightarrow \sin\alpha \geqslant \frac{1}{2} \overset{0°<\alpha<90°}{\Longleftrightarrow} 30° \leqslant \alpha < 90°.$$

Ответ: 30.

9. На рельсах стоит платформа. Скейтбордист прыгает на неё со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$$u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha,$$

где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким наибольшим углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу до скорости не менее чем 0,25 м/с?

Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$u \geqslant 0{,}25$$

на интервале $(0°; 90°)$ при заданных значениях массы скейт-бордиста $m = 80$ кг и массы платформы $M = 400$ кг:

$$u \geqslant 0{,}25 \iff \frac{m}{m+M} v \cos\alpha \geqslant 0{,}25 \iff$$

$$\iff \frac{80}{80+400} \cdot 3 \cdot \cos\alpha \geqslant 0{,}25 \iff$$

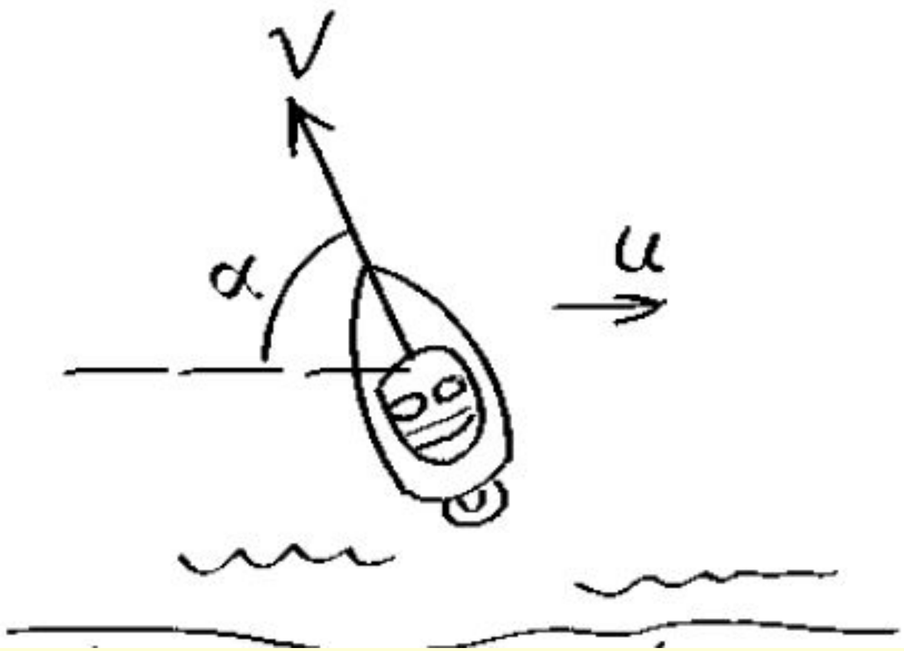
$$\iff \frac{1}{2}\cos\alpha \geqslant \frac{1}{4} \overset{0°<\alpha<90°}{\iff} 0° < \alpha \leqslant 60°.$$

Ответ: 60.

10. Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Скорость течения реки $u = 0{,}5$ м/с. Время в пути, измеряемое в секундах, равно

$$t = \frac{L}{u}\operatorname{ctg}\alpha,$$

где α — острый угол между осью катера и линией берега. Под каким минимальным углом α к берегу нужно направить катер, чтобы время в пути было не больше 200 с? Ответ дайте в градусах.



Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$\frac{L}{u}\operatorname{ctg}\alpha \geqslant 200$$

на интервале $(0°; 90°)$ при заданных значениях ширины реки $L = 100$ м и скорости течения $u = 0{,}5$ м/с:

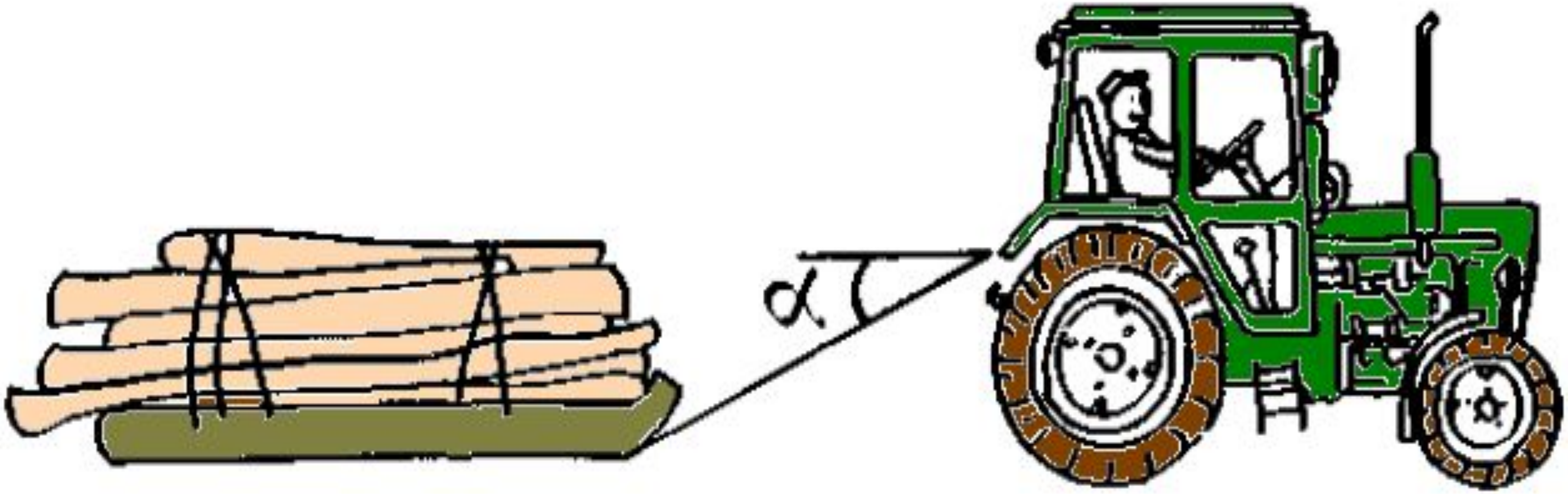
$$\frac{100}{0{,}5}\operatorname{ctg}\alpha \leqslant 200 \Leftrightarrow \operatorname{ctg}\alpha \leqslant 1 \overset{0°<\alpha<90°}{\Longleftrightarrow} 45° \leqslant \alpha < 90°.$$

Ответ: 45.

9а. Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора, выраженная в килоджоулях, на участке длиной $S = 50$ м равна

$$A = FS\cos\alpha.$$

При каком максимальном угле α (в градусах) совершённая работа будет не менее 2000 кДж?



Решение. Задача сводится к решению неравенства

$$A \geqslant 2000$$

на интервале $(0°; 90°)$ при заданных значениях силы $F = 80$ кН и длины пути $S = 50$ м:

$$A \geqslant 2000 \Leftrightarrow 80 \cdot 50 \cdot \cos\alpha \geqslant 2000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha \geqslant \frac{1}{2} \overset{0°<\alpha<90°}{\Longleftrightarrow} 0° < \alpha \leqslant 60°.$$

Ответ: 60.

Т8.17. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150°/\text{с}$, фаза $\varphi = -30°$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Т8.19. Очень лёгкий заряженный металлический шарик с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 6$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, направленная вверх перпендикулярно плоскости и равная $F_Л = qvB \sin \alpha$ (Н). При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0°; 180°]$ шарик оторвётся от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_Л$ была больше $3 \cdot 10^{-8}$ Н?

Типы задач

1) *Задачи на движение*

2) *Задачи на распад вещества*

3) *Задачи на выпаривание*

4) *Задачи на тепловое расширение*

Задачи на движение

Движение может быть

- **Равномерное (** $v_{cp} = s \div t$ **)**

- **Равноускоренное**

Оно характеризуется тем, что

***a*= const**

v(t)= v_o+at ***(скорость – линейная функция от времени)***

S(t)= $s_o+v_ot+at^2/2$ ***(расстояние –квадратичная функция от времени)***

Задача № 1

Высота подброшенного мяча вверх вычисляется по формуле $h(t) = 4 + 19t - 5t^2$,

где t – время(сек) с момента броска.

С какой скоростью мяч ударится о землю?

Задача № 2

Автомобиль, стартуя с места и двигаясь с постоянным ускорением через 20 секунд, достигает скорости 100км/ч. Какое расстояние в метрах пройдет автомобиль за первые 10 секунд разгона. Ответ округлите до 1 м.

Задача № 3

При приближении к МКС космический корабль начинает торможение на расстоянии 50 км от станции. При этом расстояние между ними в каждый момент времени определяется по формуле

$$d = 50 \cdot \frac{t_0 - t}{t_0 + 2t}$$

где t – время в часах с начала торможения. Какой будет скорость корабля в момент стыковки, если известно, что она произойдет через 10 часов? Ответ округлите до 1 км/ч.

Задача № 4

Плот отплывает от пристани вниз по течению реки. Через 2 часа вслед за плотом от этой пристани отходит моторная лодка. Расстояние между лодкой и плотом (в км) через tчасов после старта задается формулой

$$s(t) = 10 - c \cdot \log_2(3t + 1)$$

Через час после движения расстояние между лодкой и плотом составило 2 км. В течение скольких минут после начала движения лодки расстояние между лодкой и плотом не превышает 6 км?

Задача на распад вещества.

Количество вещества в реакторе в каждый момент времени t определяется по формуле

$$M = m_0 \cdot e^{-kt}$$

где t – время, измеряемое в сутках. Через 30 суток количество вещества уменьшилось в 10 раз. Через сколько суток после начала процесса количество вещества станет меньше 1% от первоначального?

Задача на выпаривание

Объем воды в термошкафе для выпаривания изменяется по формуле $v(t)=v_o(1-0,025t)$, где v_o- начальный объем воды в мл, t- время выпаривания в минутах. В шкаф загрузили 1л 20%-го солевого раствора. Через сколько минут выпаривания концентрация раствора достигнет 50%.(Можно считать, что объем (вес) соли при выпаривании не меняется).

Объем воды в термошкафе для сушки грибов изменяется по формуле $v(t)=v_o(1-0,015t)$, где v_o- начальный объем воды в мл, t- время сушки в минутах. В шкаф загрузили 5кг грибов, которые на 96% состоят из воды. Каким станем вес грибов

(в килограммах) через час сушки в термошкафе?

Литература

1. **Д.Д.Гущин, А.В. Малышев . ЕГЭ 2010. математика .задача В 10 .Рабочая тетрадь.**
2. **Готовимся к ЕГЭ. Задания для подготовки к ЕГЭ-2010 по математике. Тематический сборник. Под редакцией Семенко Е.А.**
3. **Открытый банк заданий ЕГЭ по математике.**

Спасибо за внимание

Составила В.Д. Шунарзиди