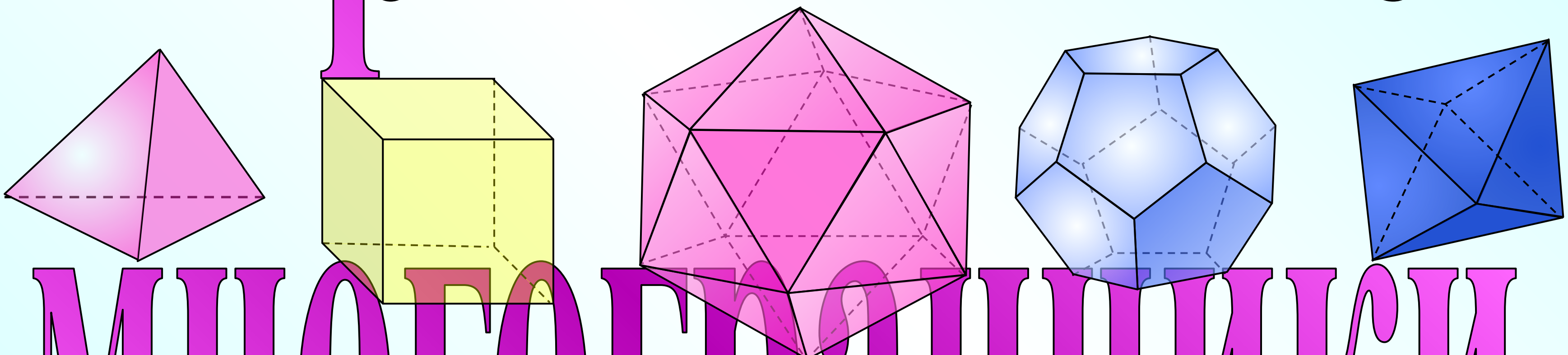
Савченко Е.М., учитель математики,
МОУ гимназия № 1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

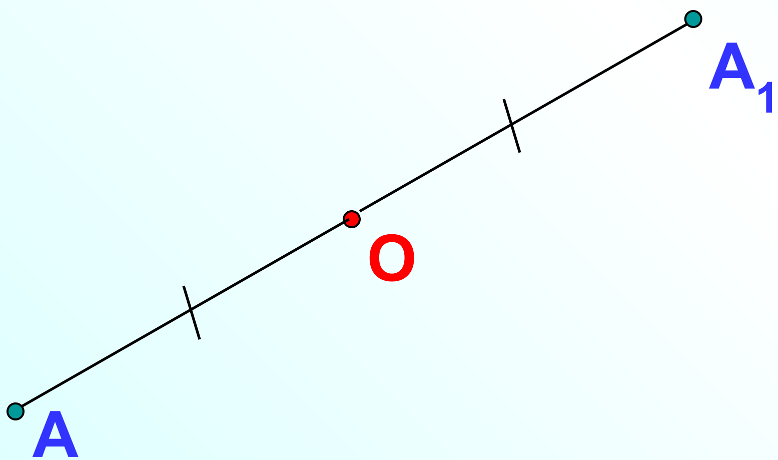
# Правильные многогранники

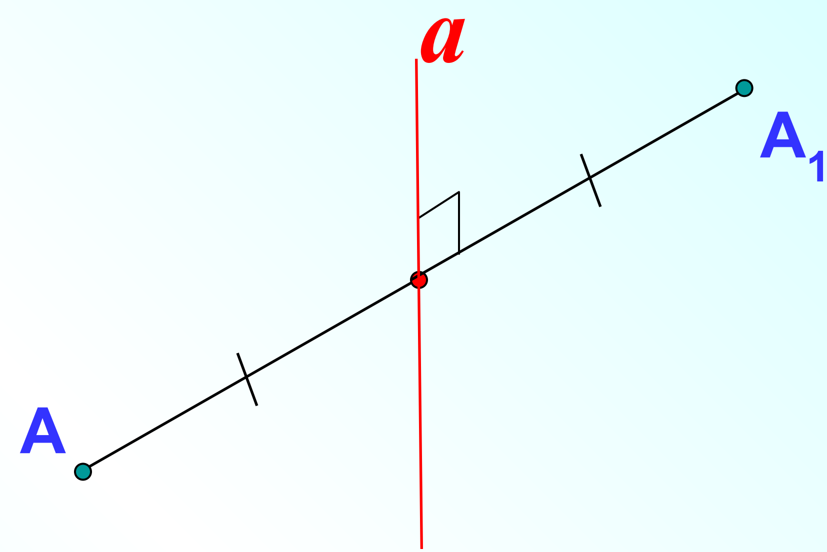


Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

## Симметрия относительно точки

Точки A и $A_1$ называются симметричными относительно точки O (центр симметрии), если O – середина отрезка $AA_1$. Точка O считается симметричной самой себе.



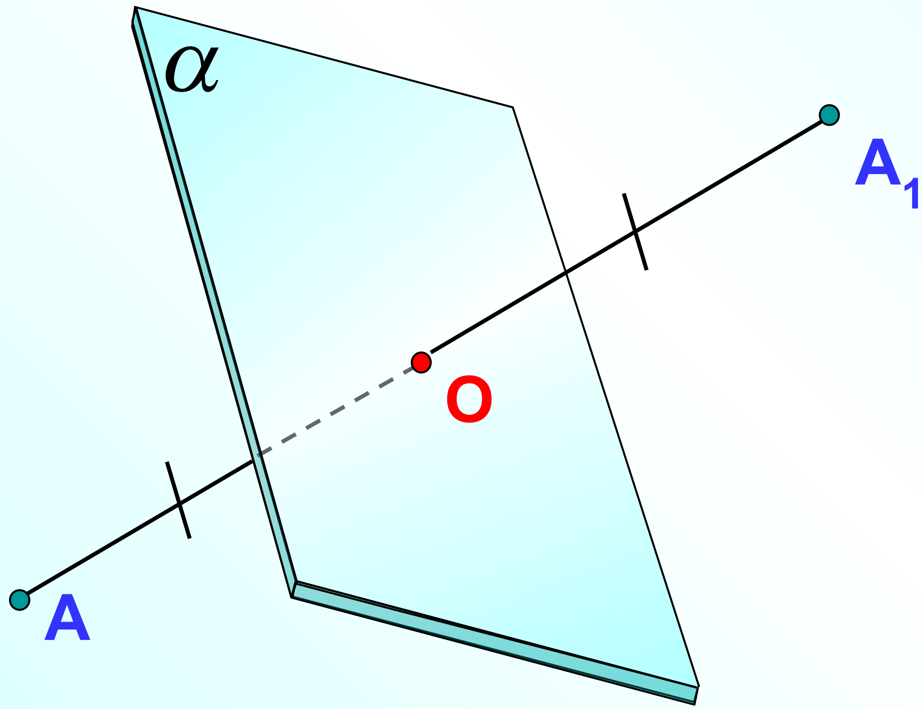




## Симметрия относительно прямой

Точки A и $A_1$ называются симметричными относительно прямой $a$ (ось симметрии), если прямая $a$ проходит через середину отрезка $AA_1$ и перпендикулярна к этому отрезку. Каждая точка прямой $a$ считается симметричной самой себе.

## Симметрия относительно плоскости

Точки A и $A_1$ называются симметричными относительно плоскости $\alpha$ (плоскость симметрии), если плоскость проходит через середину отрезка $AA_1$ и перпендикулярна к этому отрезку. Каждая точка плоскости $\alpha$ считается симметричной самой себе.

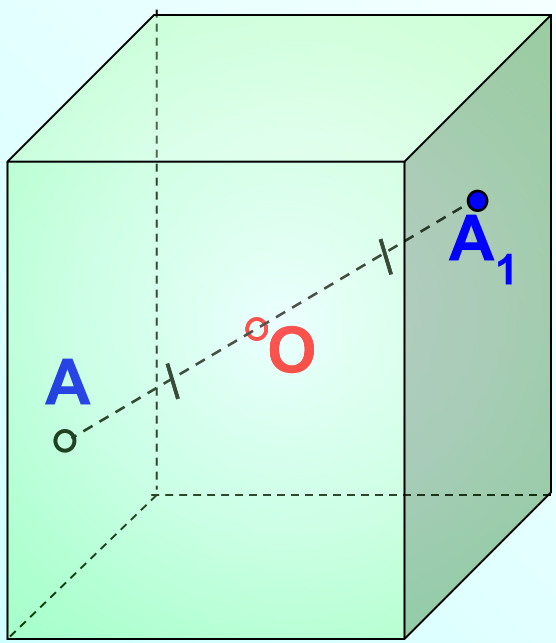


# Центр, ось, плоскость симметрии фигуры.

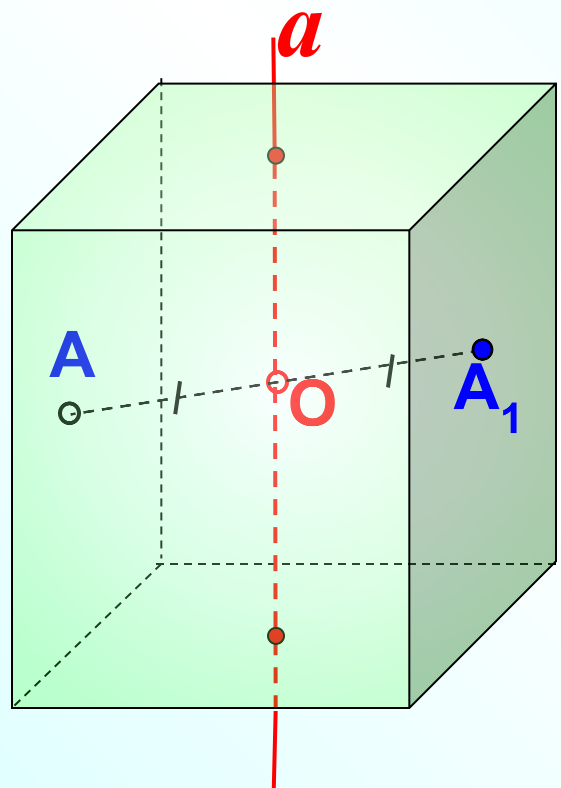
Точка (прямая, плоскость) называется центром (осью, плоскостью) симметрии, если каждая точка фигуры симметрична относительно нее некоторой точке той же фигуры.

Если фигура имеет центр (ось, плоскость) симметрии, то говорят, что она обладает центральной (осевой, зеркальной) симметрией. Фигура может иметь один или несколько центров симметрии (осей симметрии, плоскостей симметрии).

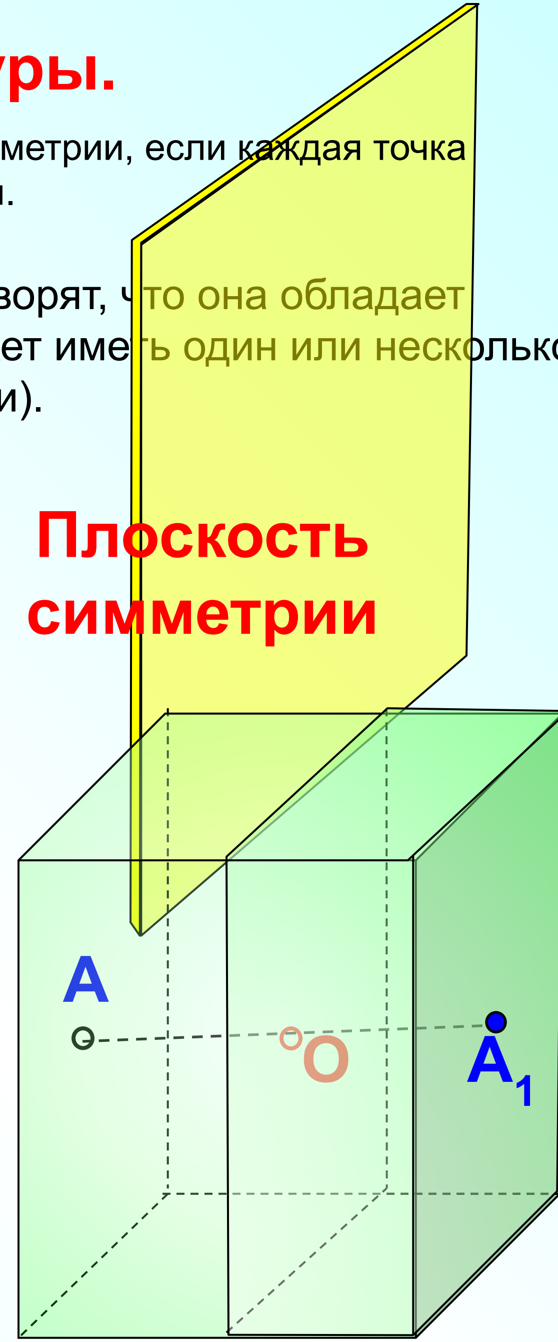
## Центр симметрии



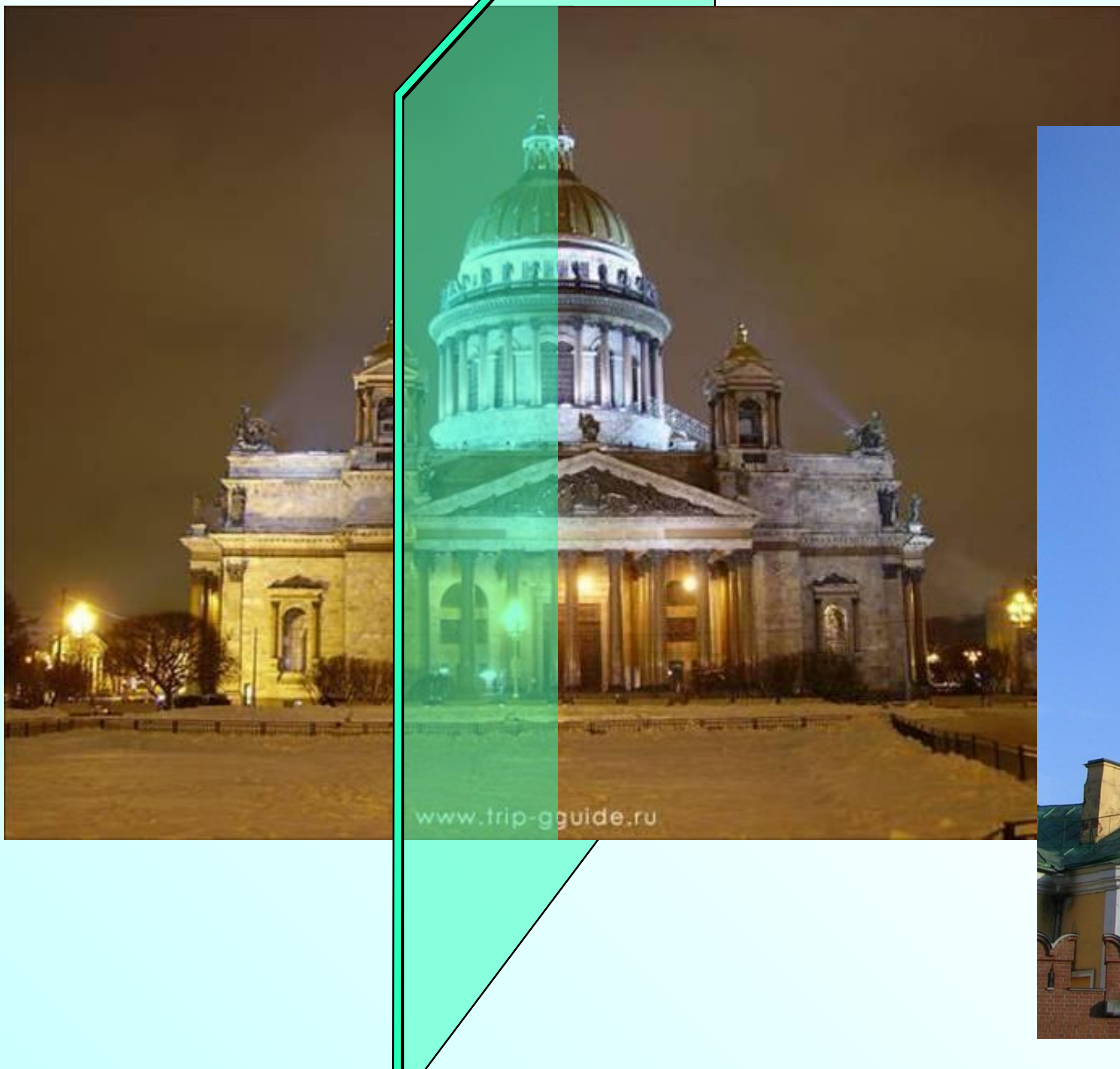

## Ось симметрии

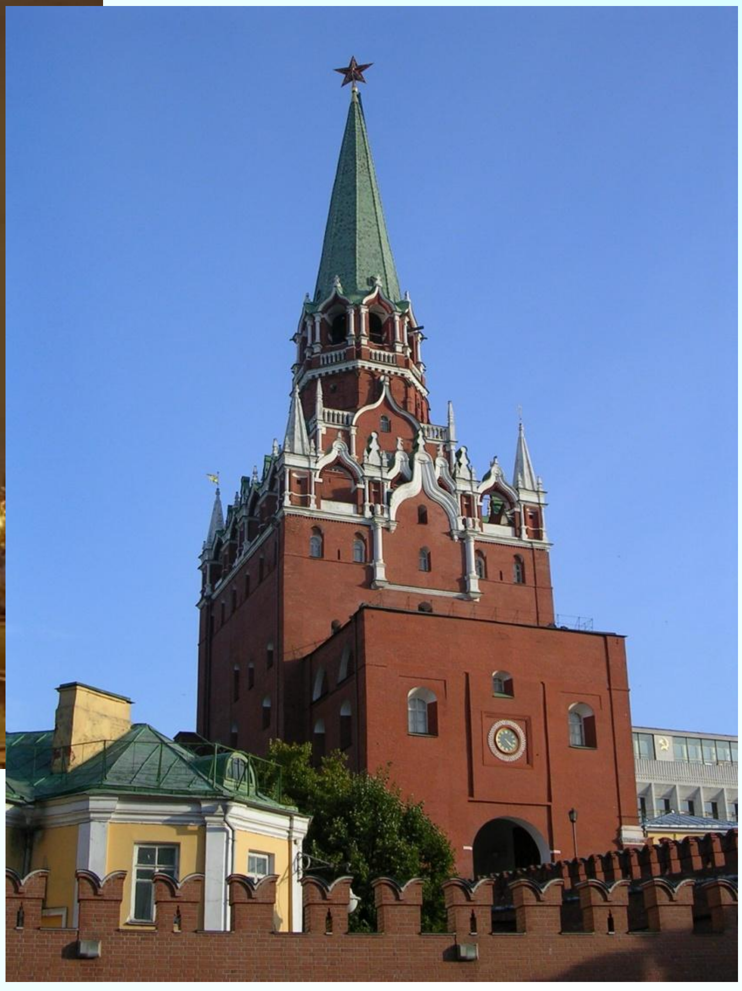



## Плоскость симметрии

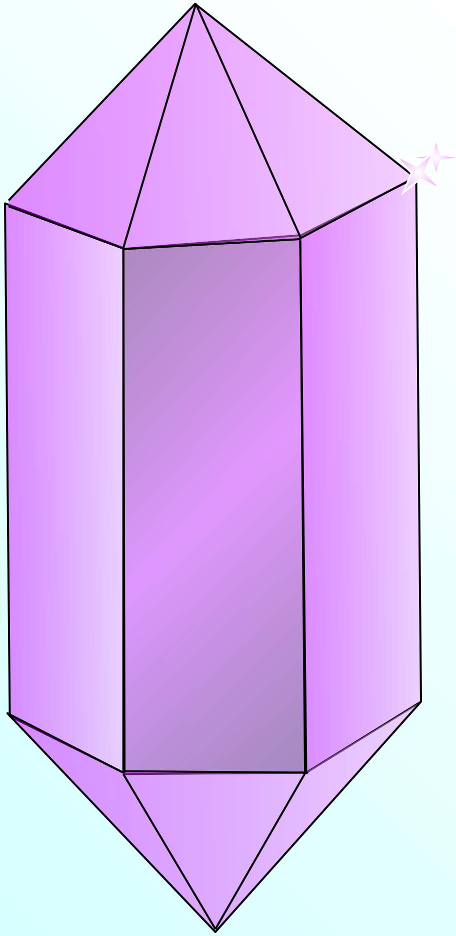


С симметрией мы часто встречаемся в архитектуре.

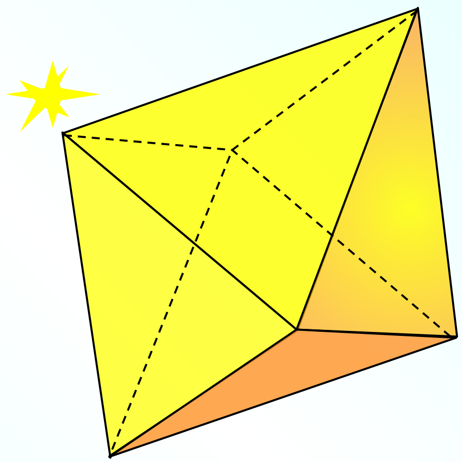


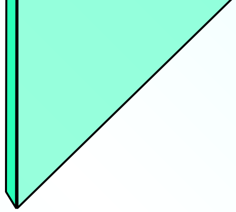
Почти все кристаллы, встречающиеся в природе, имеют ось или плоскость симметрии. В геометрии центр, оси и плоскости симметрии многогранника называются **элементами симметрии** этого многогранника.

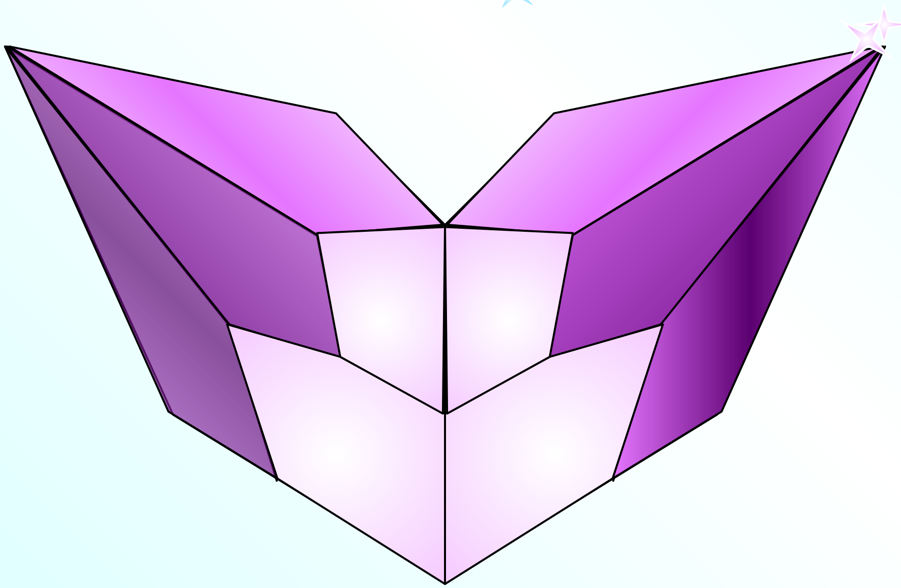


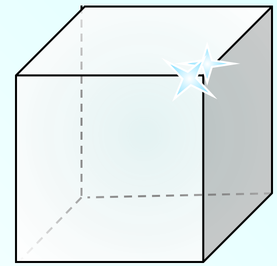
Апатит



Золото

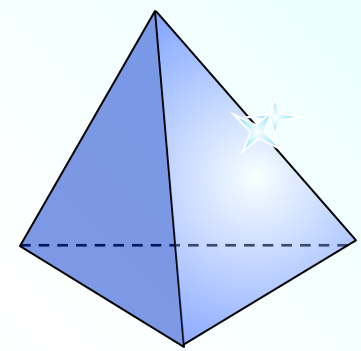




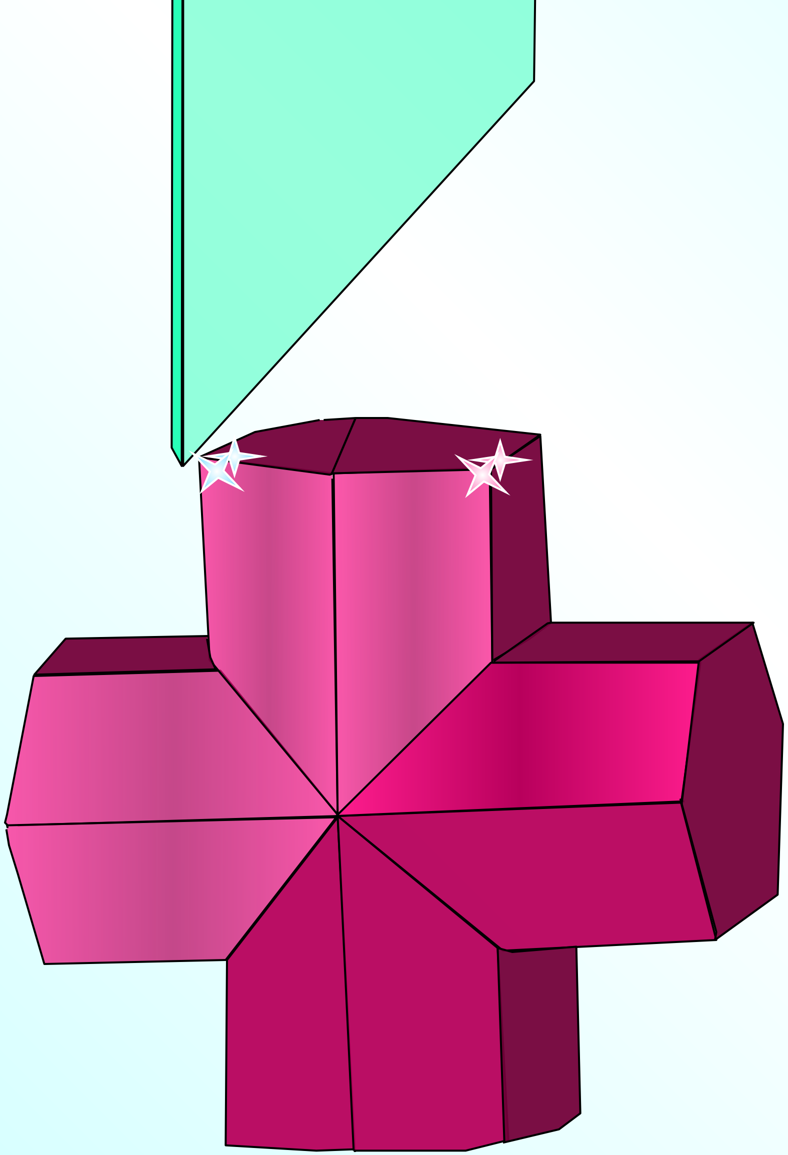


Поваренная соль

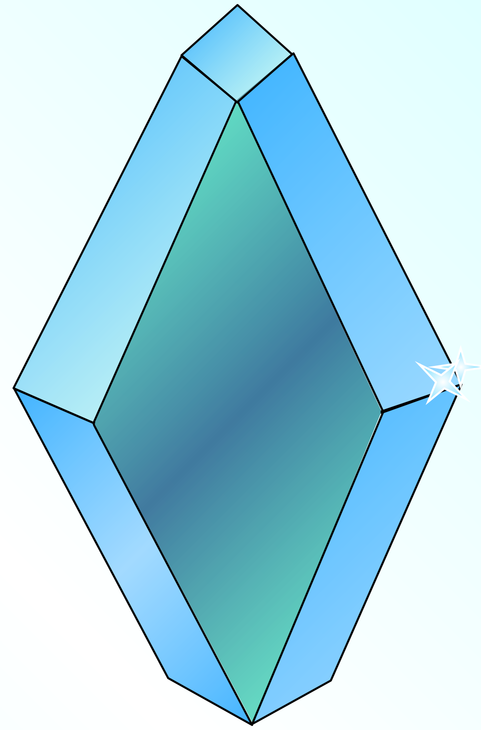
Кальцит (двойник)



Лед



Ставролит (двойник)



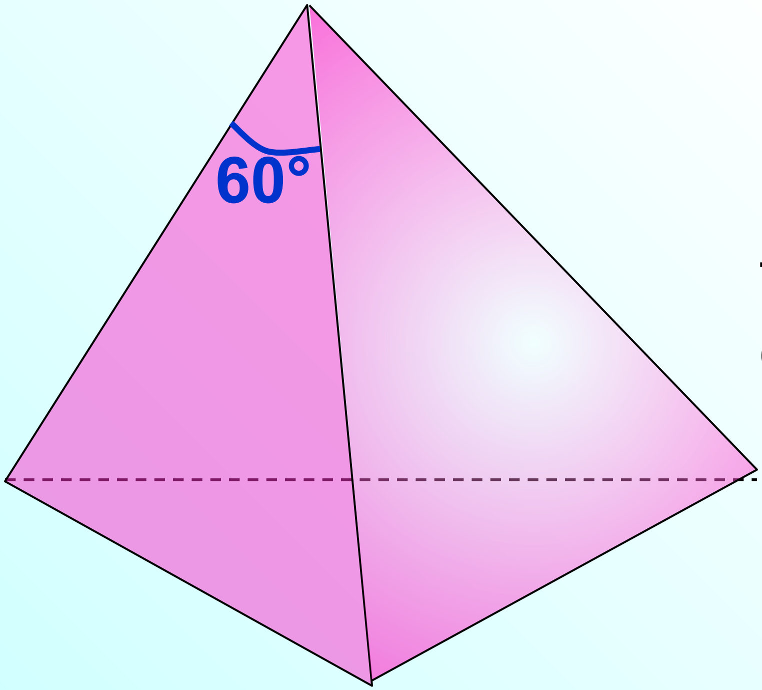
Альмандин

Выпуклый многогранник называется **правильным,** если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится равное число ребер.

В каждом правильном многограннике сумма числа и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2.

грани вершины ребра

**Г + В = Р + 2**



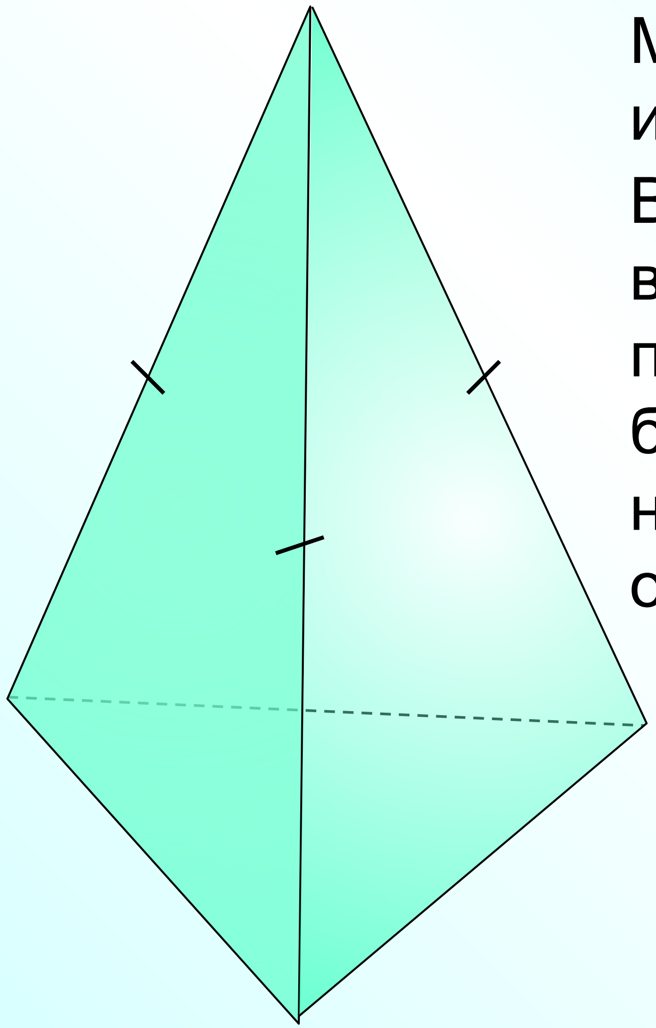

**Правильный тетраэдр** составлен их четырех равносторонних треугольников и в каждой вершине сходятся 3 ребра.

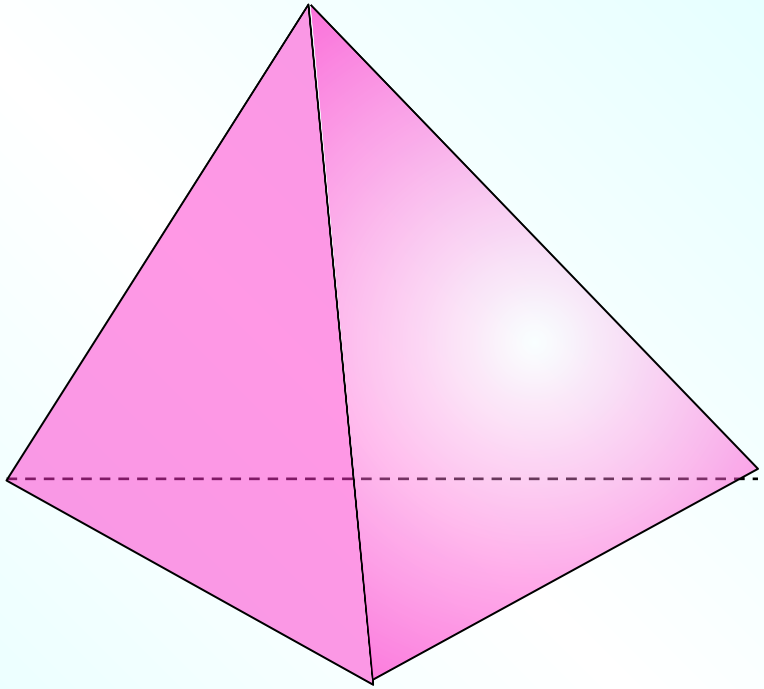
4 грани, 4 вершины и 6 ребер. Сумма плоских углов при каждой вершине равна $180^0$

**60°+ 60° + 60° < 360°**

Мы различаем **правильный тетраэдр** и правильную пирамиду.

В отличие от правильного тетраэдра, все ребра которого равны, в правильной треугольной пирамиде боковые ребра равны друг другу, но они могут быть не равны ребрам основания пирамиды.



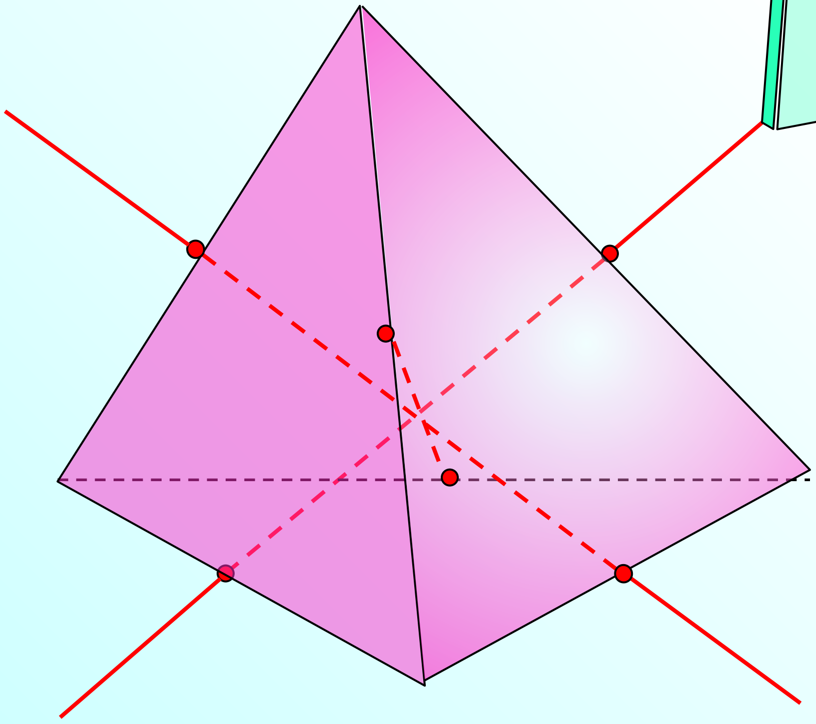


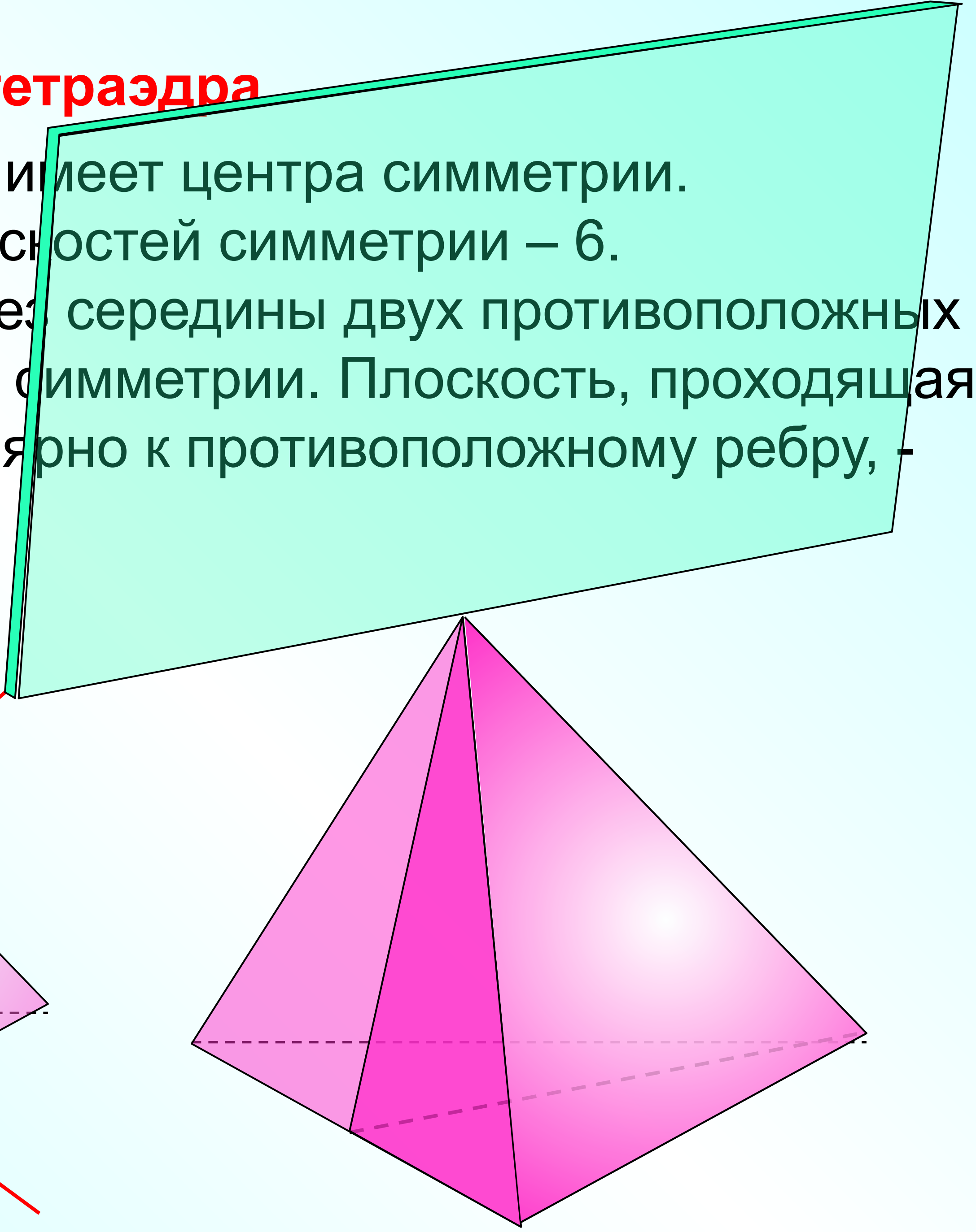
Названия многогранников пришли из Древней Греции и в них указывается число граней.

**«тетра» - 4**

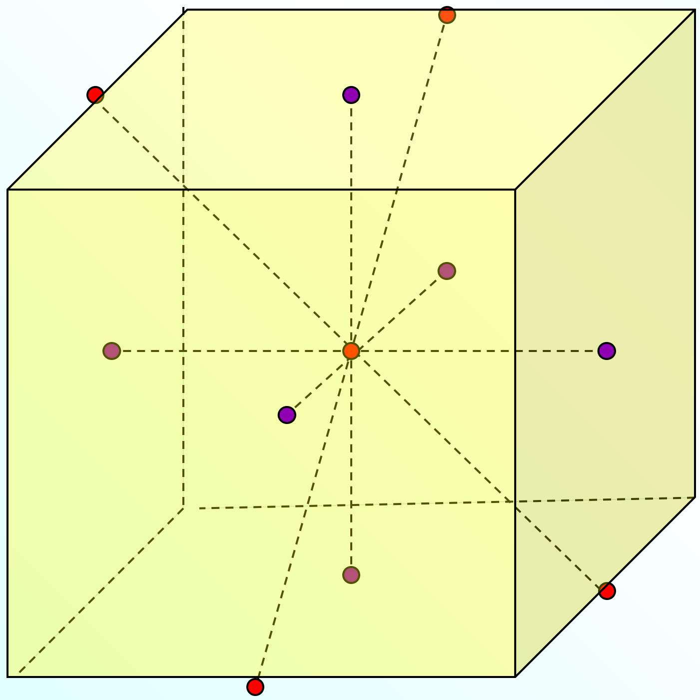
## Элементы симметрии тетраэдра

Правильный тетраэдр не имеет центра симметрии.
Осей симметрии – 3. Плоскостей симметрии – 6.
Прямая, проходящая через середины двух противоположных ребер, является его осью симметрии. Плоскость, проходящая через ребро перпендикулярно к противоположному ребру, - ось симметрии.





# Куб, гексаэдр.



**Куб** составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трех квадратов. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна $270^0$. **< 360°**

6 граней, 8 вершин и 12 ребер

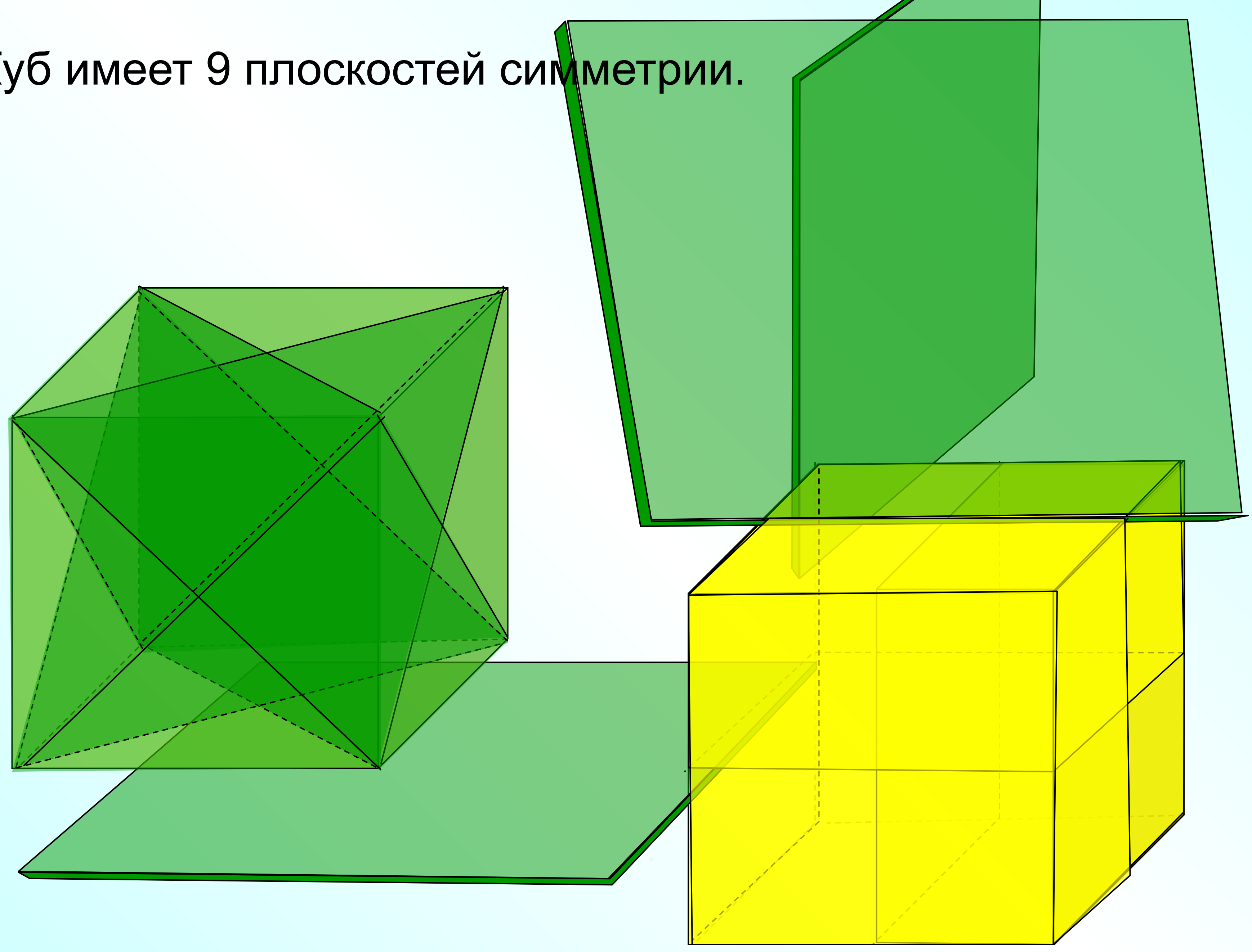
**Элементы симметрии куба.**

Куб имеет только один центр симметрии – точку пересечения его диагоналей.

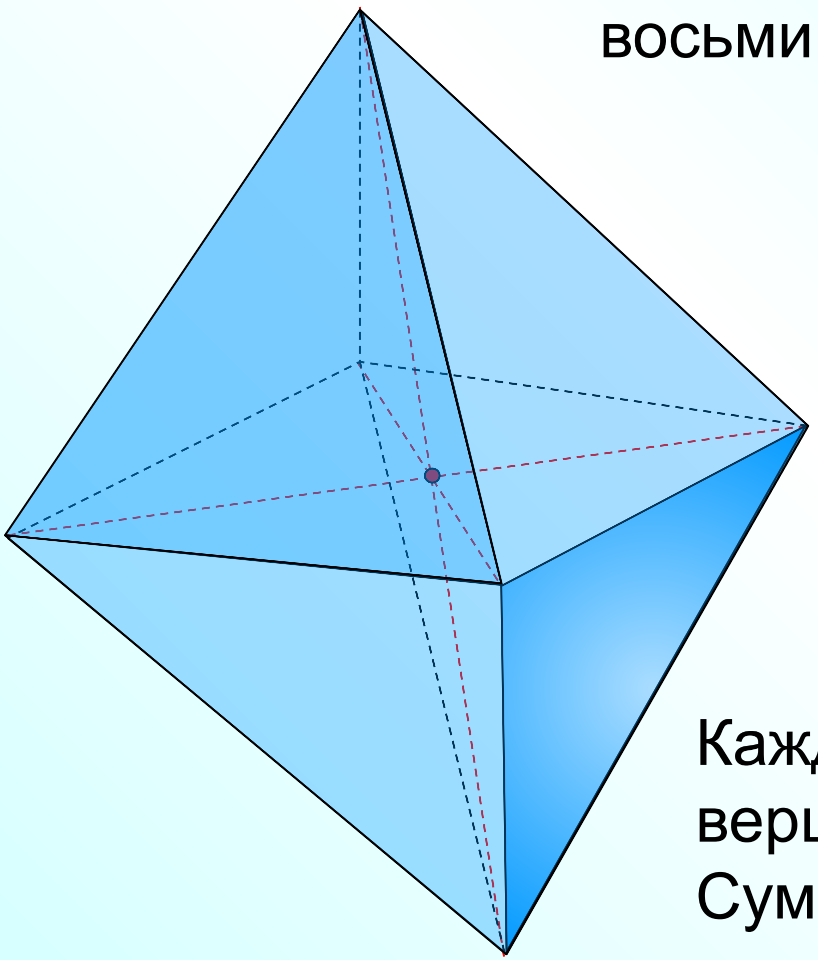
Осей симметрии – 9.

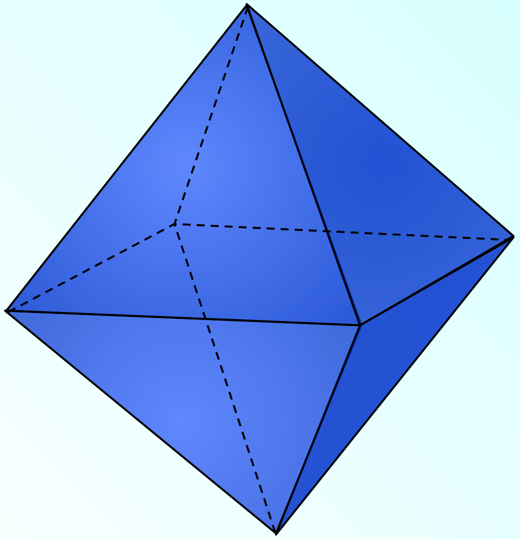
**«гекса» - 6**

Куб имеет 9 плоскостей симметрии.



**Правильный октаэдр** составлен из восьми равносторонних треугольников.

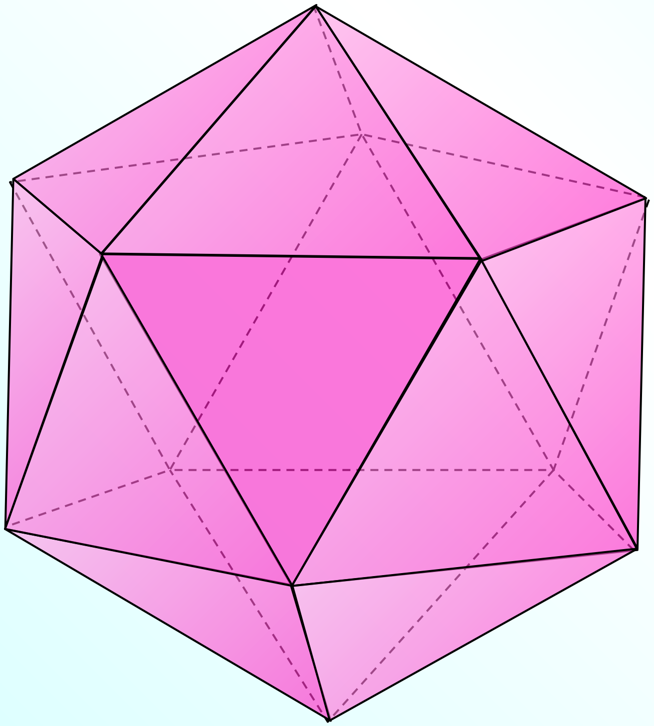




Каждая вершина октаэдра является вершиной четырех треугольников. Сумма плоских углов при каждой вершине равна $240^0$. **< 360°**

Октаэдр имеет 8 граней, 6 вершин и 12 ребер

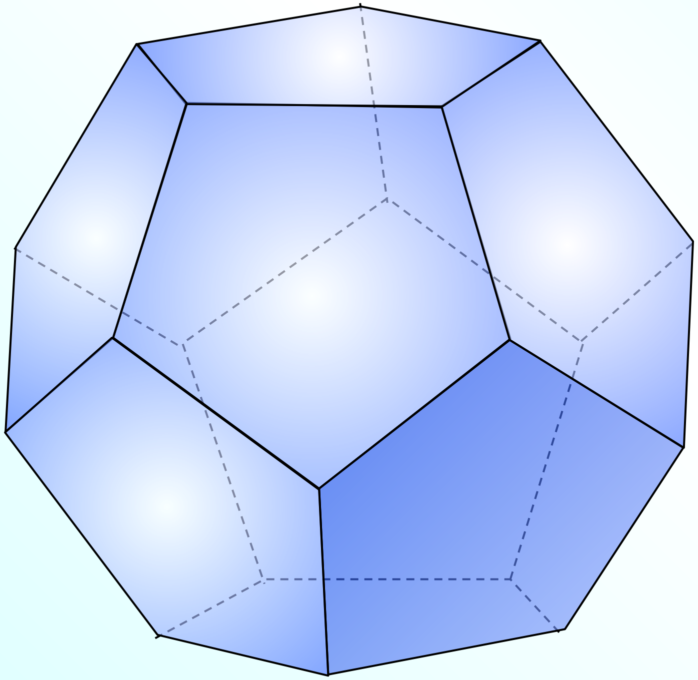
**«окта» - 8**



**Правильный икосаэдр** составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти правильных треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна $300^0$. **< 360°**

Икосаэдр имеет 20 граней, 12 вершин и 30 ребер

**«икоса» - 20**

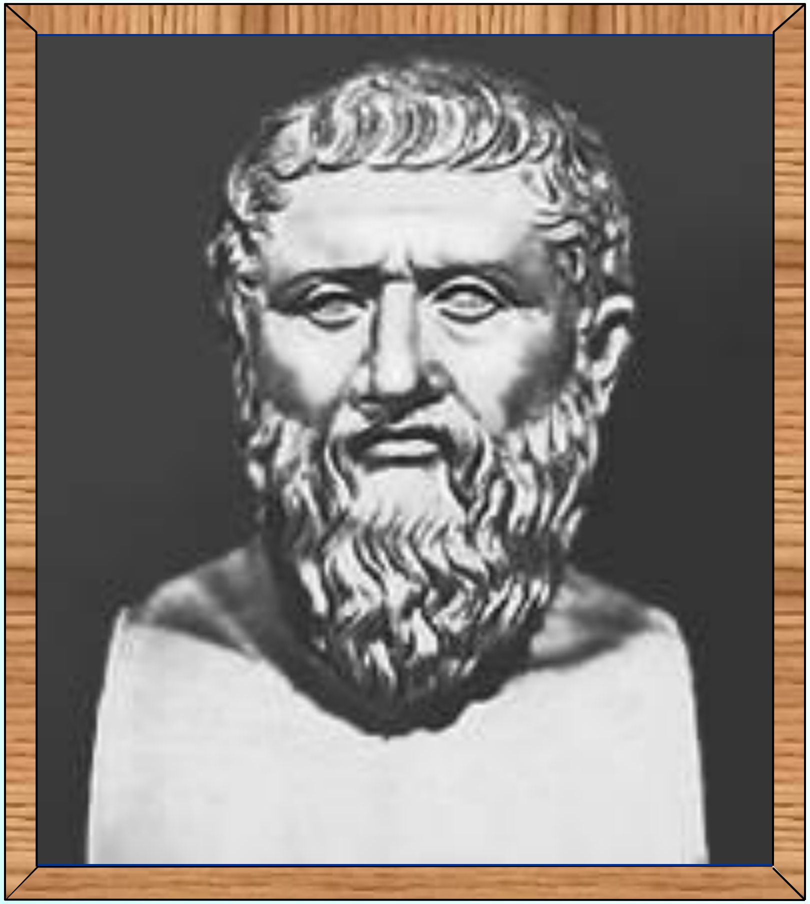


**Правильный додекаэдр** составлен из двенадцати правильных шестиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна $324^0$. **< 360°**

Додекаэдр имеет 12 граней, 20 вершин и 30 ребер.

**«додека» - 12**

Первым свойства правильных многогранников описал древнегреческий ученый Платон. Именно поэтому правильные многогранники называют также телами Платона.

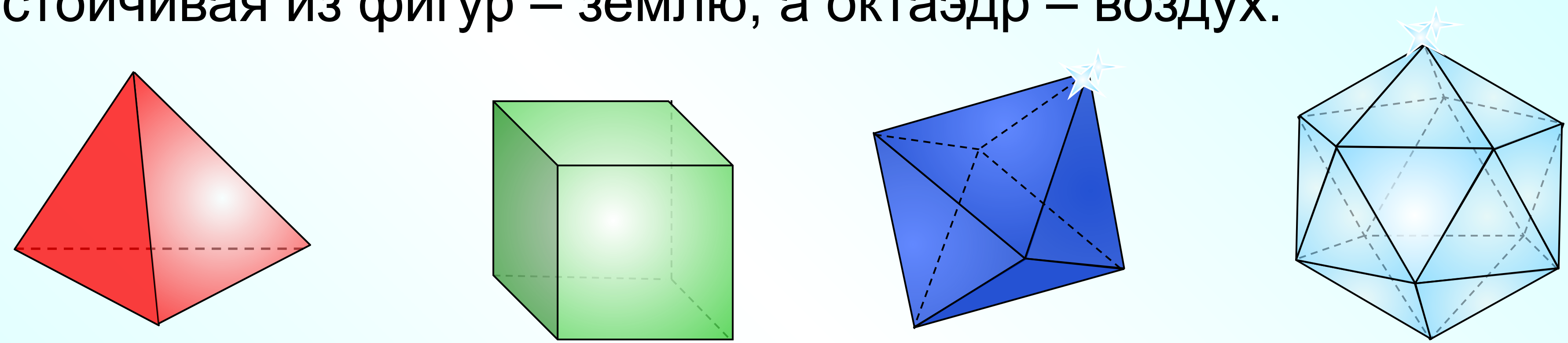


Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» - огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.

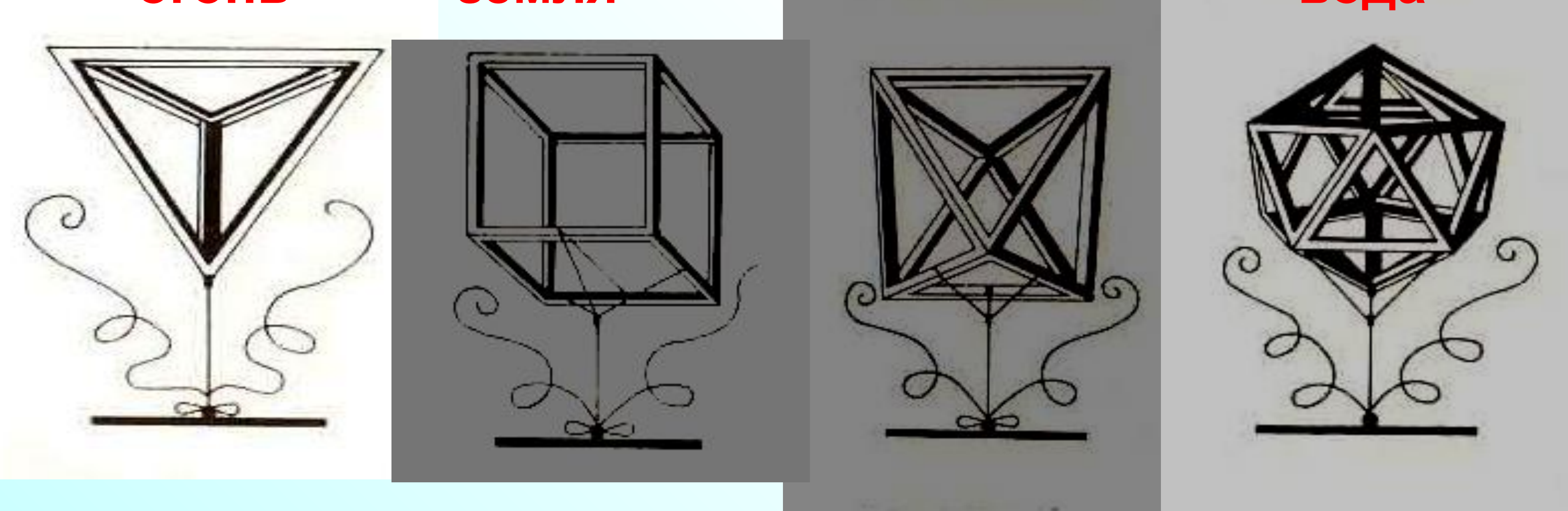
**Платон**

**428 – 348 г. до н.э.**

**Правильные многогранники в философской картине мира Платона.** Тетраэдр олицетворял огонь, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени; икосаэдр – как самый обтекаемый – воду; куб – самая устойчивая из фигур – землю, а октаэдр – воздух.

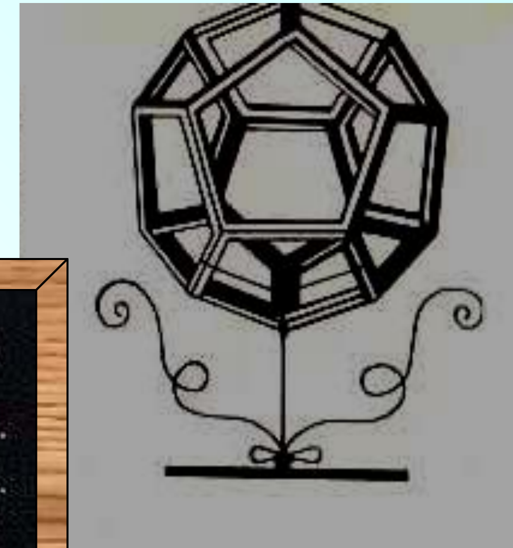


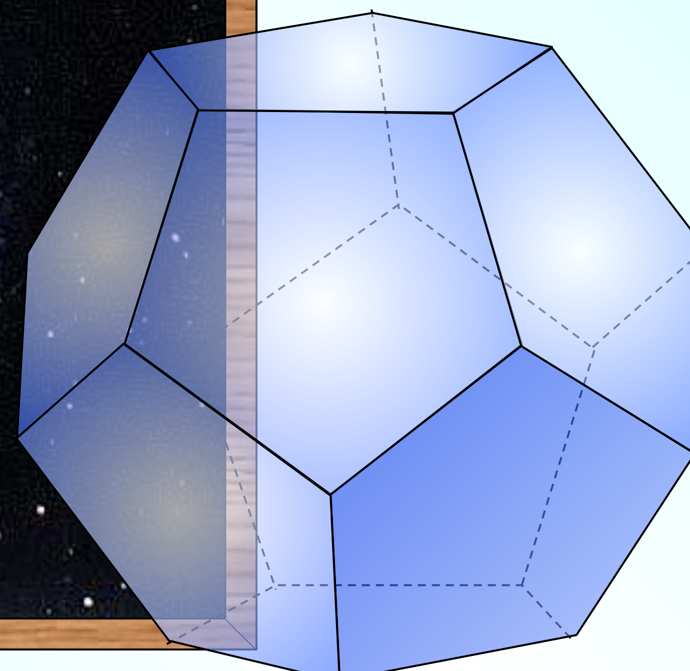
огонь   земля   воздух   вода



вселенная

Пятый многогранник – додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим.





Большой интерес к формам правильных многогранников проявляли скульпторы, архитекторы, художники. Их поражало совершенство, гармония многогранников. Леонардо да Винчи (1452 – 1519) увлекался теорией многогранников и часто изображал их на своих полотнах. Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.

Архимед описал

**полуправильные многогранники**

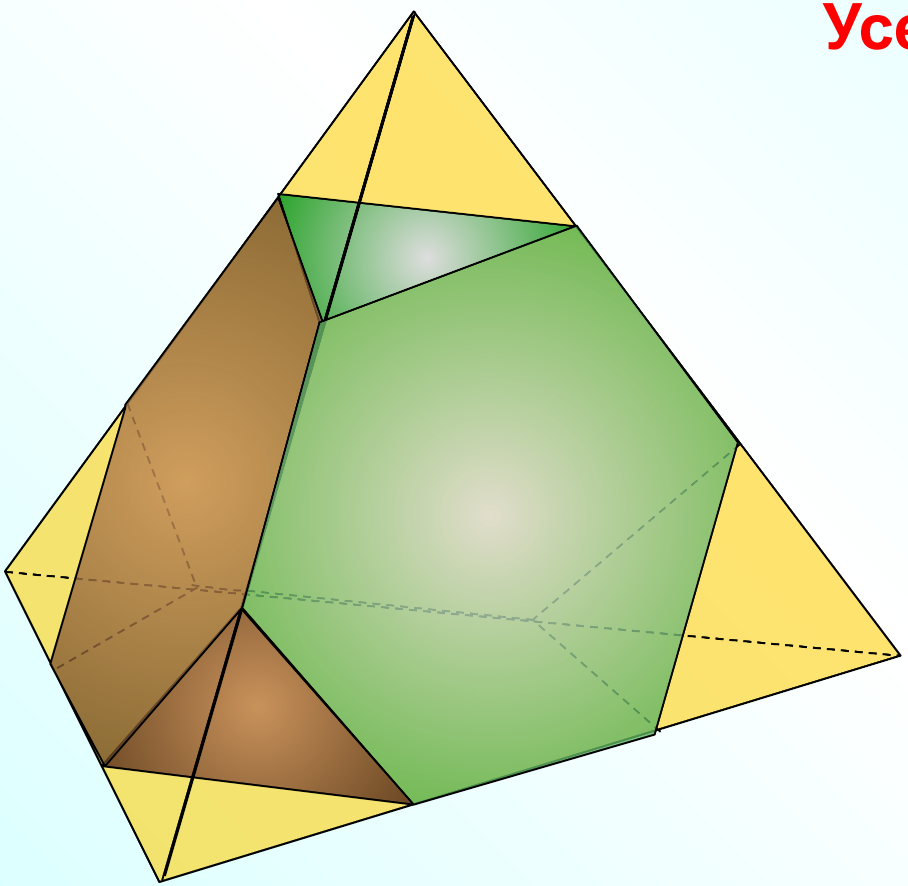
**Архимед**

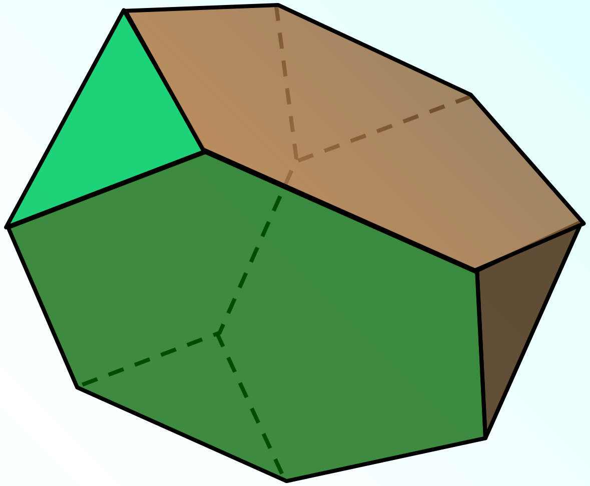
**287 – 212 гг. до н.э.**

Это многогранники, которые получаются из платоновых тел в результате их усечения.

-  усечённый тетраэдр,
-  усечённый гексаэдр (куб),
-  усечённый октаэдр,
-  усечённый додекаэдр,
-  усечённый икосаэдр.

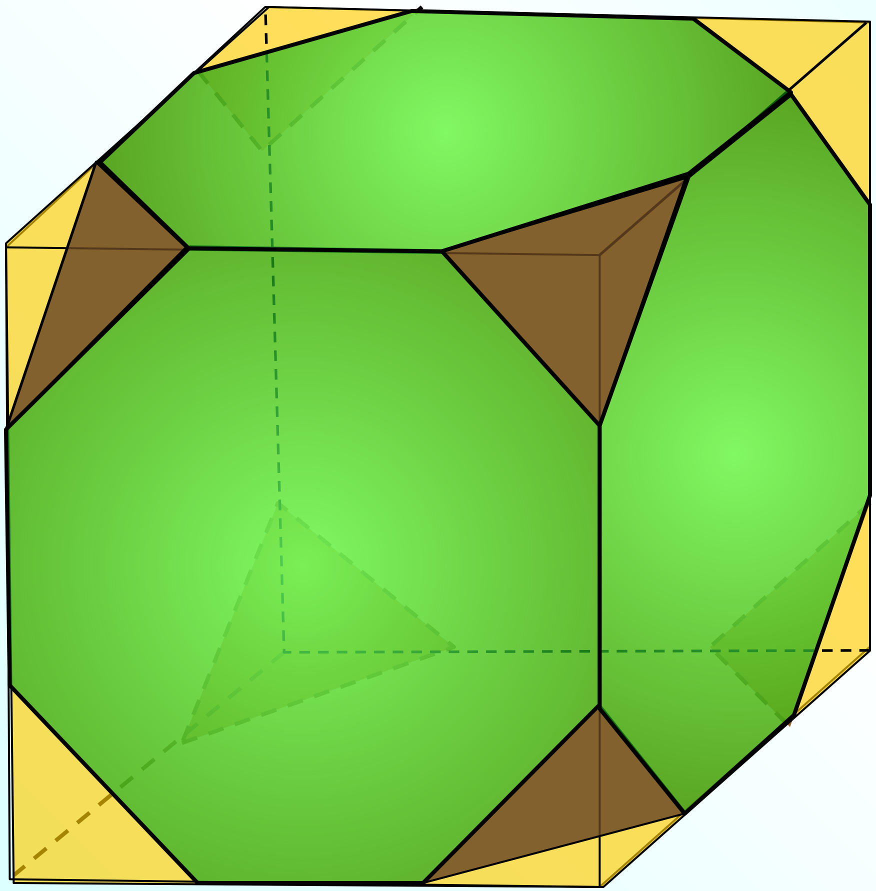
# Усеченный тетраэдр



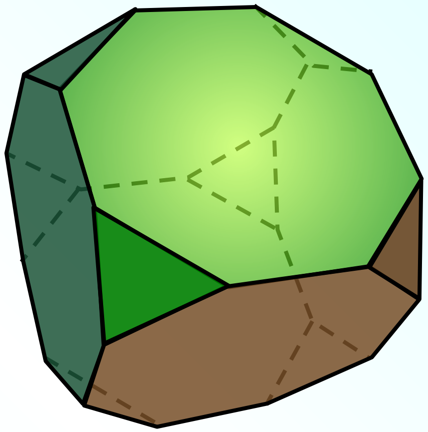


Выполняя простейшие сечения, мы можем получить необычные многогранники. Усеченный тетраэдр получится, если у тетраэдра срезать его четыре вершины.

# Усеченный куб

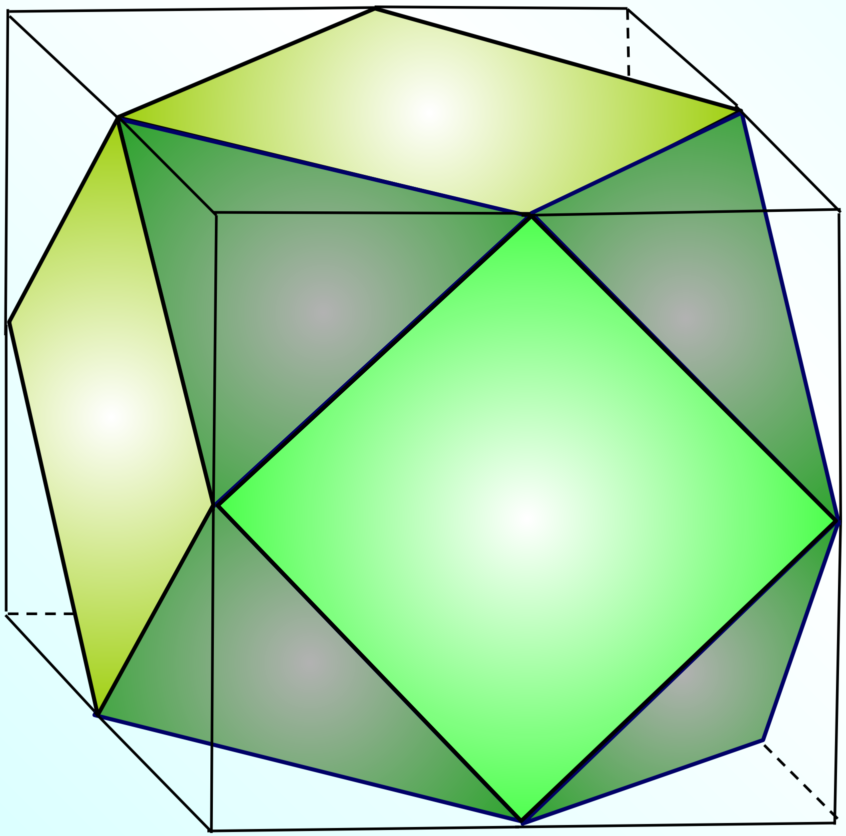


Усеченный куб получится, если у куба срезать все его восемь вершин.

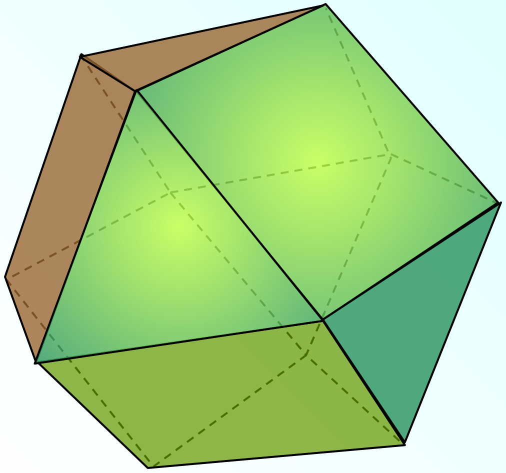


Срезав вершины получим новые грани – треугольники. А из граней куба получатся грани – восьмиугольники.

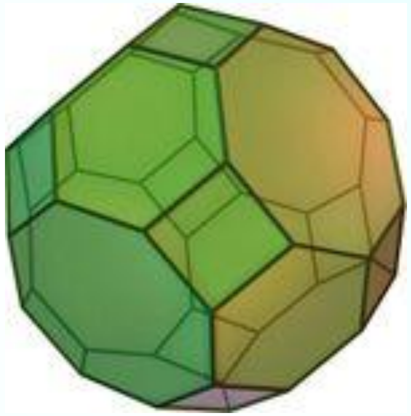
# Кубооктаэдр



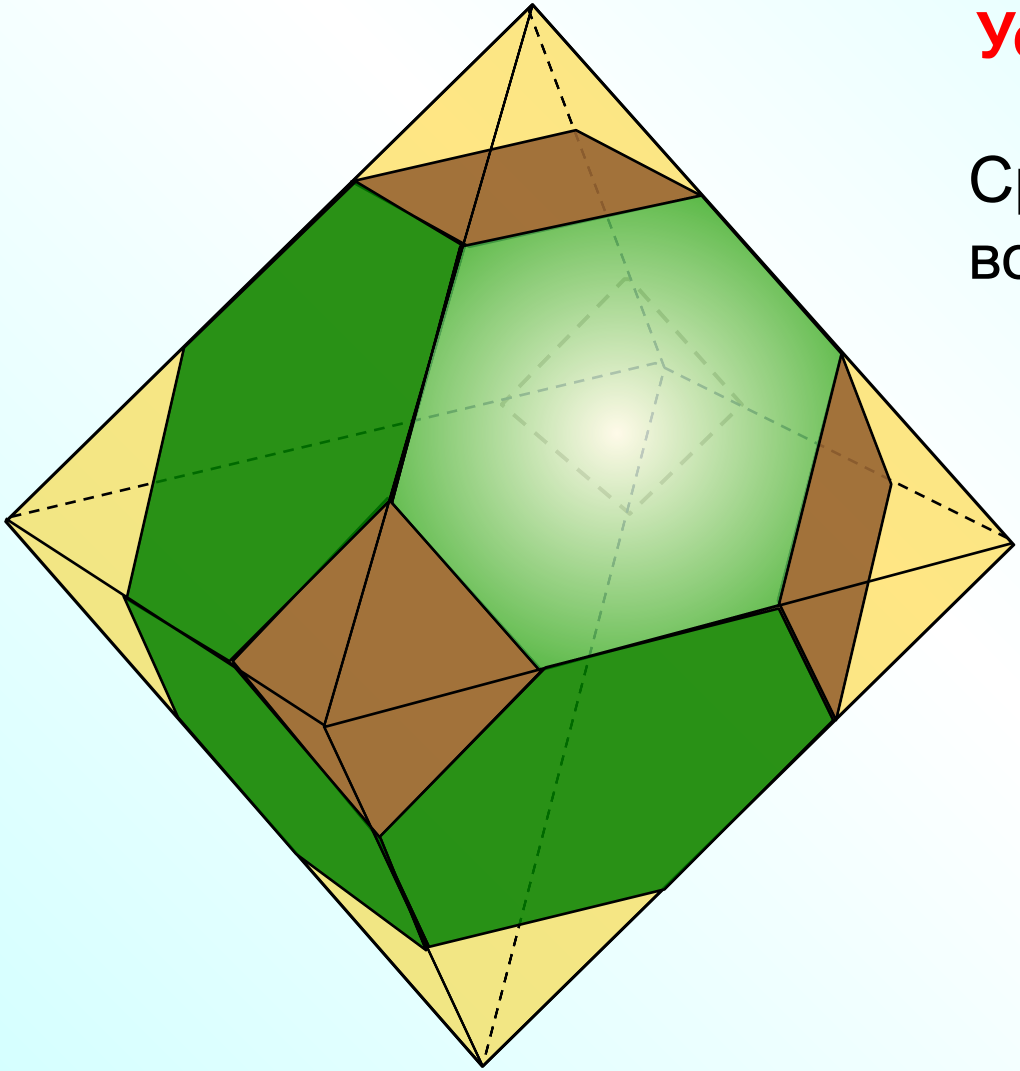
Можно срезать вершины иначе. Получим кубооктаэдр.



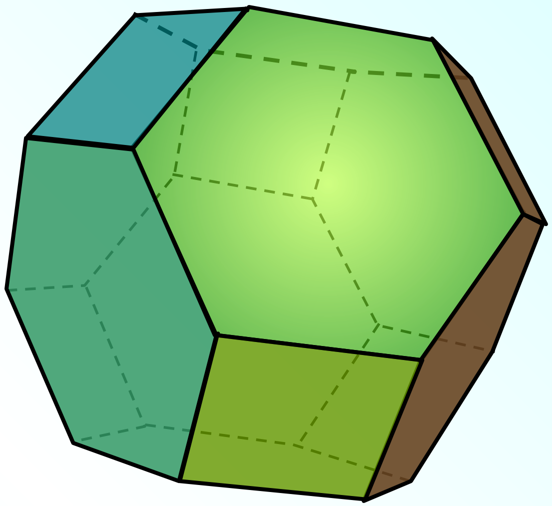
У кубооктаэдра можно снова срезать все его вершины получим **усеченный кубооктаэдр.**



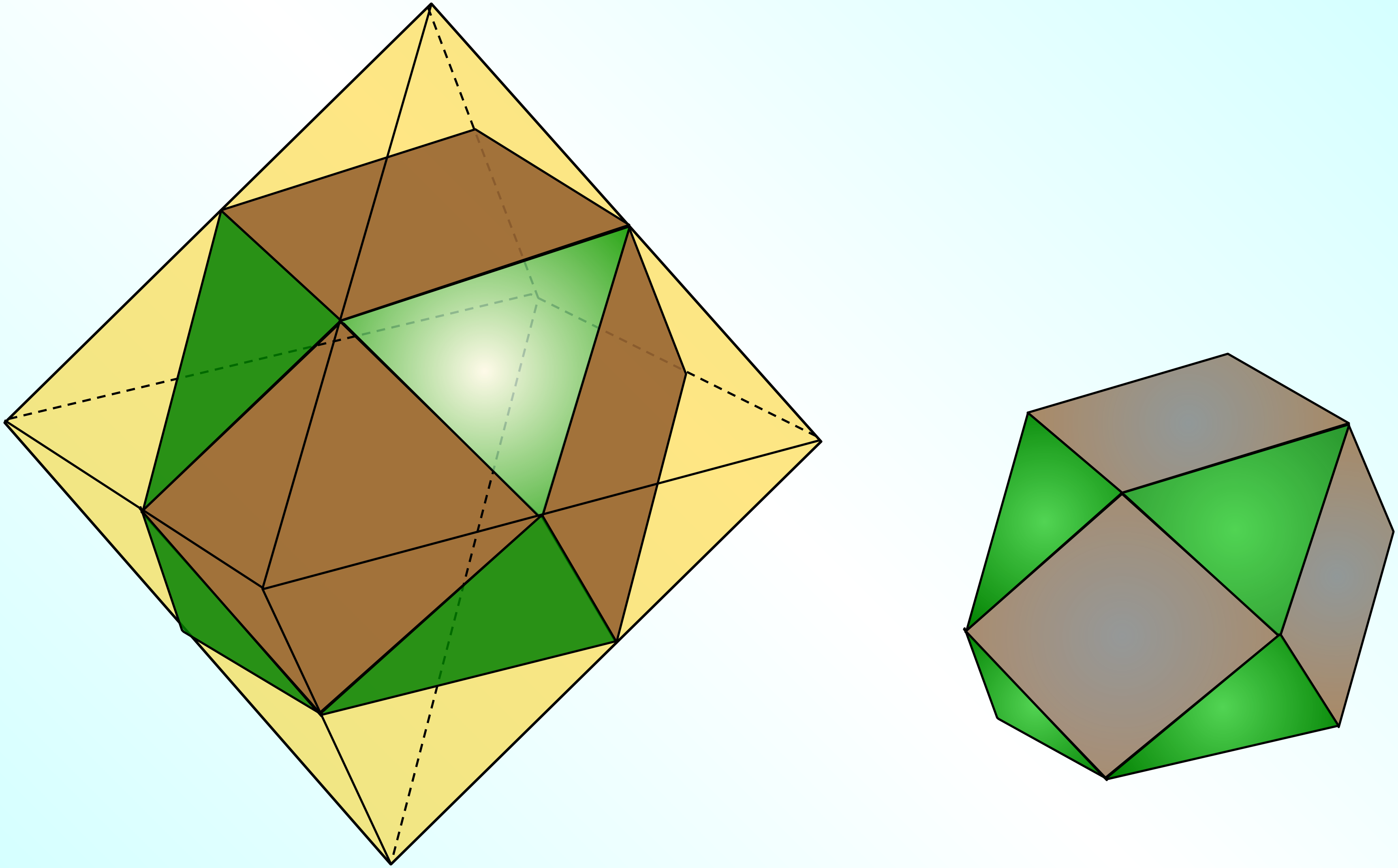
## Усеченный октаэдр



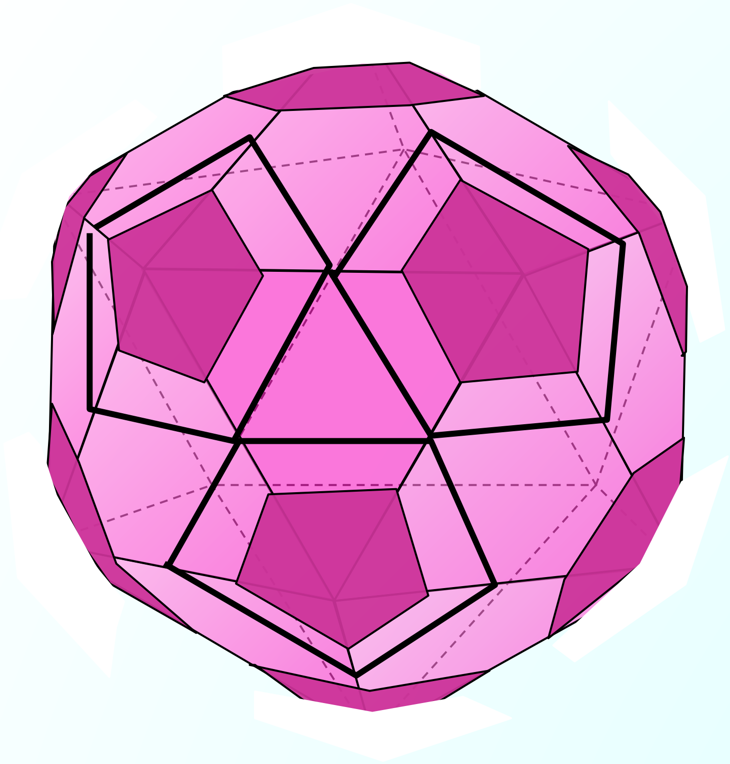
Срежем у октаэдра все его восемь вершин.

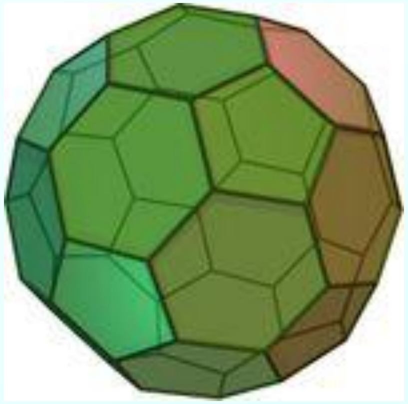


Срезав вершины получим новые грани – квадраты. А из граней октаэдра получатся грани – шестиугольники.



Можно срезать вершины иначе и получим новый полуправильный многогранник.



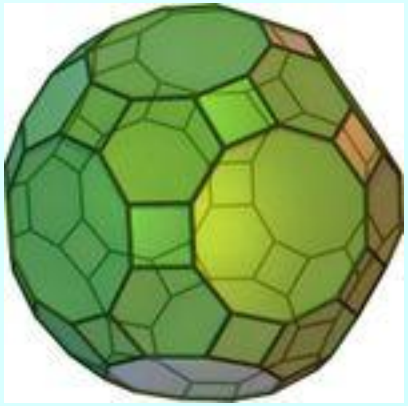


Усеченный икосаэдр (футбольный мяч)

Икосододекаэд р

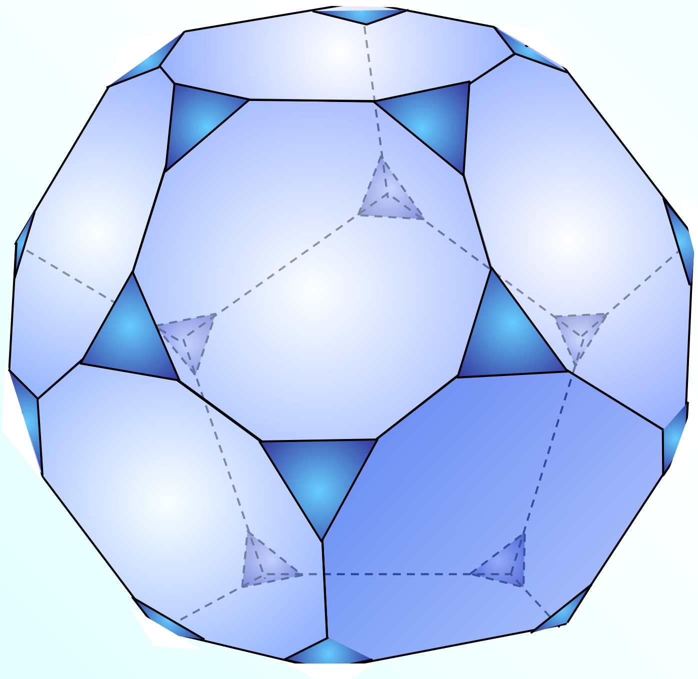
Срезав вершины икосаэдра, получим новые грани пятиугольники, а грани икосаэдра превратятся в шестиугольники.

Срезав вершины иначе получим другой многогранник, грани которого – пятиугольники и треугольники.

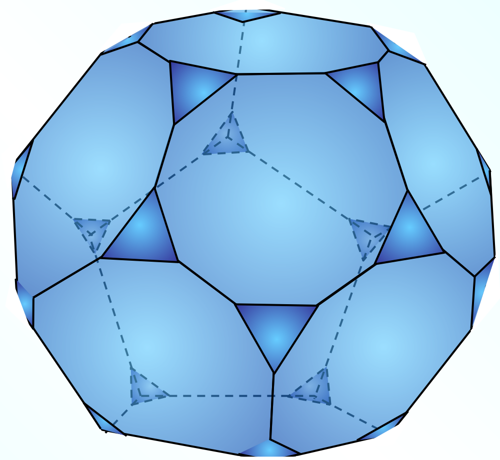


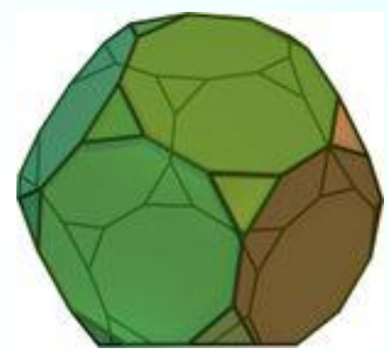
Ромбоусеченны й икосододекаэдр

# Усеченный додекаэдр



С додекаэдром работы больше. Надо срезать двадцать вершин.

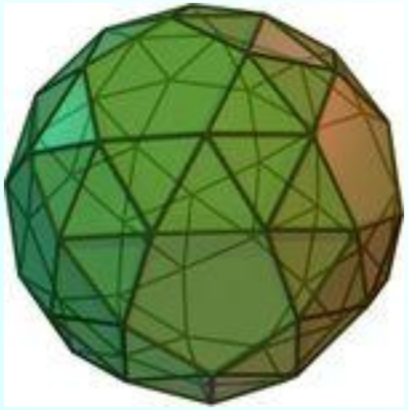




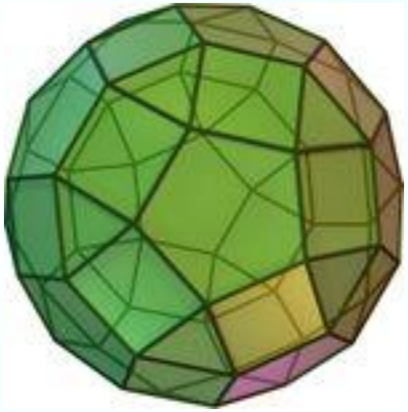
Грани усеченного додекаэдра – треугольники и десятиугольники.

Курносый куб

Ромбокубооктаэдр



Курносый додекаэдр



Ромбоикосододекаэдр

# Литература.


- «Геометрия 10-11» Л.С. Атанасян и др.
- «Детская энциклопедия», том 2. Издательство «Просвещение», Москва 1965.


Хотите узнать больше? Посетите сайты.

http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%BE

http://sharovaeva.narod.ru/

http://pirog13.narod.ru/new_page_5.htm

http://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/077/253.htm

http://mathworld.wolfram.com/topics/PolyhedronNets.html