

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ.



Автор: Крячко Н.В.
учитель математики МБОУ «Лицей №3
г.Саров Нижегородской области

СЛОВО « СТАТИСТИКА» ПРОИСХОДИТ ОТ
ЛАТИНСКОГО STATUS (СОСТОЯНИЕ,
ПОЛОЖЕНИЕ ВЕЩЕЙ).

- 1. Статистика – это *научное направление* (комплекс наук), объединяющее принципы и методы работы с числовыми данными, характеризующими массовые явления.

- 2. Статистика – это ***отрасль практической деятельности***, направленной на сбор, обработку, анализ статистических данных.
- 3. Статистика –это ***совокупность статистических данных***, характеризующих какое –нибудь явление или процесс (например, статистика рождаемости и смертности в России, статистика успеваемости учащихся и т.п.).

СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА.

- Одно из самых важных понятий в теории вероятностей – случайная величина.
- *Случайной величиной называется переменная величина, значения которой зависят от случайного исхода некоторого испытания.*

- Статистическая информация о результатах наблюдений или экспериментов может быть представлена в различных формах.
- Простейшей из них является запись в порядке их появления – запись в ряд:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

называемый простым статистическим рядом или выборкой.

- Отдельные значения X_i , составляющие этот ряд, называют *вариантами* или просто данными.
- Количество вариантов в ряду n называют *объемом ряда*, или *объемом выборки*.
- Варианты в ряду могут иметь как различные, так и одинаковые значения.

ИГРАЛЬНЫЙ КУБИК БРОСИЛИ 12 РАЗ И ЗАПИСАЛИ
ВЫПАВШИЕ ЧИСЛА В ПОРЯДКЕ ИХ ПОЯВЛЕНИЯ

3,4,5,6,6,6,5,1,4,6,1,4 ($n = 12$).

- Вариантами в ряду являются

$$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 5 \text{ и т.д.}$$

- Варианты x_4, x_5, x_6, x_{10} имеют
одинаковые значения.

- Представим ряд данных
3,4,5,6,6,6,5,1,4,6,1,4 в виде таблицы

| X | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| M | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 |

- В первой строке – значение случайной величины X , во второй – частота значений варианты M .

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА.

- **Относительной частотой** события A в данной серии испытаний называют отношение **частоты M** события A к числу всех проведенных испытаний N .

$$W(A) = \frac{M}{N}$$

РОСТ КАЖДОЙ ИЗ 50 ГИМНАСТОК ОДНОГО КЛУБА ЗАНЕСЕН В ТАБЛИЦУ

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 148 | 148 | 148 | 149 | 149 | 149 | 149 | 149 | 149 | 149 |
| 149 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 |
| 150 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 151 | 152 |
| 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 152 | 153 | 153 |
| 153 | 153 | 153 | 153 | 153 | 154 | 154 | 154 | 154 | 154 |

По имеющимся данным составить таблицу распределения значений роста гимнасток
1) по частотам M ; 2) по относительным частотам W .

| X | 148 | 149 | 150 | 151 | 152 | 153 | 154 |
|---|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| M | 3 | 8 | 10 | 8 | 9 | 7 | 5 |
| W | $\frac{3}{50}$ 6% | $\frac{4}{25}$ 16% | $\frac{1}{5}$ 20% | $\frac{4}{25}$ 16% | $\frac{9}{50}$ 18% | $\frac{7}{50}$ 14% | $\frac{1}{10}$ 10% |

Полигоны частот

Распределение случайных величин можно задавать и демонстрировать графически.

Рассмотрим пример.

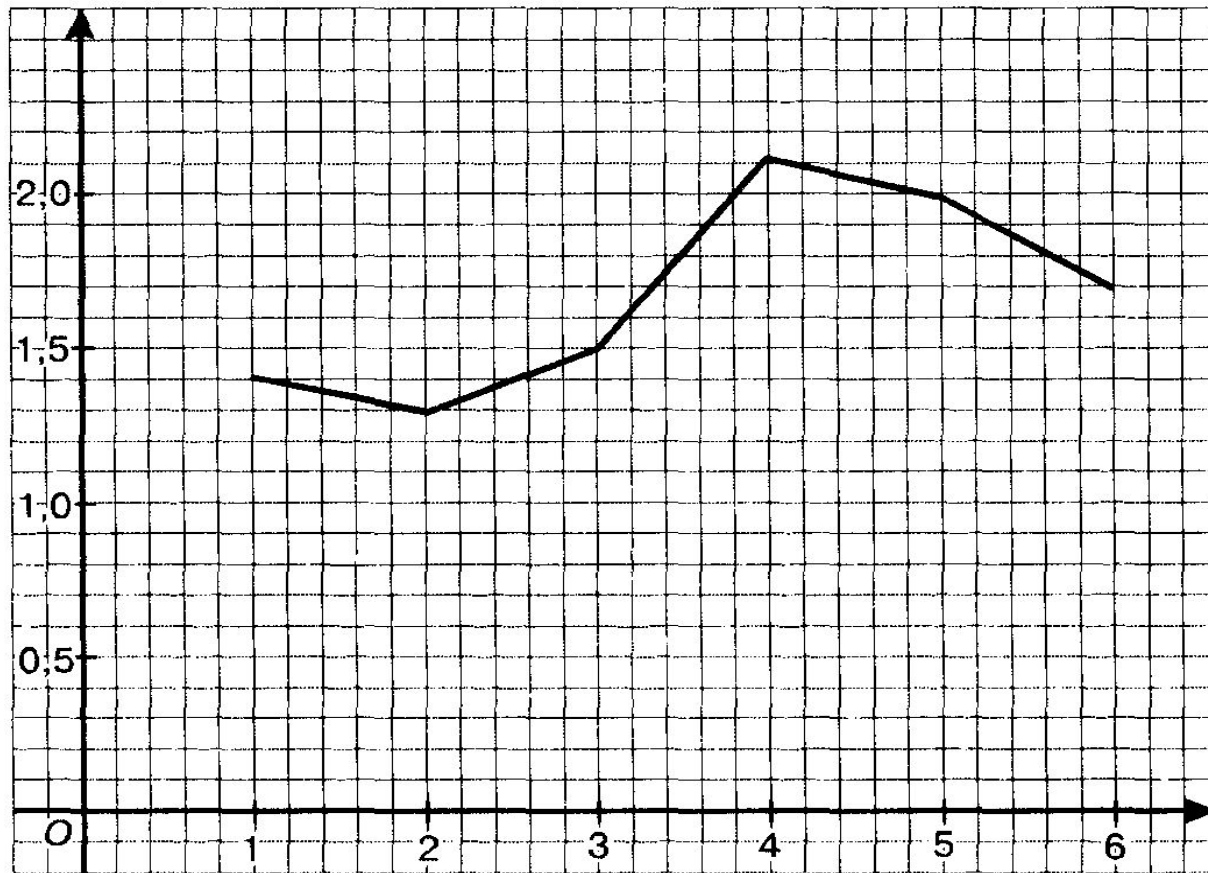
В первом полугодии 2011 года завод получил прибыль в 10 млн. рублей.

Распределение прибыли по месяцам показано в таблице

| Месяц | Январь | Февраль | Март | Апрель | Май | Июнь |
|---------------------|--------|---------|------|--------|-----|------|
| Прибыль (млн р.) | 1,4 | 1,3 | 1,5 | 2,1 | 2,0 | 1,7 |

- В координатной плоскости на оси абсцисс будем отмечать номер месяца (январ. – 1, февр. – 2 и т.д.). На оси ординат будем отмечать прибыль завода (в млн. руб.).
- Отметим точки $(1;1,4)$, $(2;1,3)$, $(3;1,5)$, $(4;2,1)$, $(5;2)$, $(6;1,7)$ и соединим их последовательно отрезками

Полученную ломаную линию
называют **полигоном частот**



РАЗМАХ, МОДА, МЕДИАНА.

- **Размах (R)** – разность между наибольшим и наименьшим значениями варианты.
- **Мода (Mo)** – наиболее часто встречающееся значение варианты в ряду.
- **Медиана (Me)** – это срединное значение упорядоченного ряда значений случайной величины.

Даны таблицы:

- 1) распределения случайной величины X – числа прочитанных за каникулы книг 10 девочками по частотам M ,
- 2) распределения по частотам случайной величины Y – числа прочитанных книг 9 мальчиками.

| X | 3 | 4 | 5 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|----|
| M | 3 | 2 | 3 | 1 | 1 |

| y | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| M | 2 | 4 | 1 | 1 | 1 |

- Заданные таблицами распределения величин X и Y могут быть записаны в виде следующих рядов:

3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 8, 12; (1)

3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7 . (2)

- Для совокупности (1) $R = 12 - 3 = 9$,
- Для совокупности (2) $R = 7 - 3 = 4$.
- В ряду (1) две моды: $Mo_1 = 3$, $Mo_2 = 5$.
- В ряду (2) : $Mo = 4$.

Рассмотрим ряд (1) 3,3,3,4,4,5,5,5,8,12.

- В ряду (1) 10 членов – четное число. Для него медиана равна среднему арифметическому двух центральных значений пятого и шестого:

$$\frac{N}{2} = \frac{10}{2} = 5; \quad \frac{N}{2} + 1 = 6.$$

$$Me = (4+5):2=4,5.$$

Рассмотрим ряд (2) 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7.

- В ряду (2) – нечетное число элементов.

Его медиана равна значению
центрального пятого члена ряда:

$$\frac{N+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$Me=4.$$

НАЙТИ РАЗМАХ, МОДУ И МЕДИАНУ

совокупности: -2, 3, 4, -3, 0, 1, 3, -2, -1, 2, -2, 1.

Решение:

Запишем данные в виде упорядоченного ряда: -3, -2, -2, -2, -1, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4.

$$R = 4 - (-3) = 7.$$

$$M_o = -2.$$

$$M_e = (0+1):2=0,5.$$

СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

Средним значением случайной величины X (X) называют среднее арифметическое всех ее значений.

Задача

- На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки:

5,2 5,4 5,5 5,4 5,1 5,1 5,4 5,5 5,3

Для полученного ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах, медиану и моду.

Что характеризует каждый из этих показателей?

Решение:

- Среднее арифметическое $\bar{X} \sim 5,32$ характеризует средний уровень оценок.
- Размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 5,5 - 5,1 = 0,4$ характеризует разброс оценок.
- Мода $M_o = 5,4$ показывает оценку, которая встречается чаще других.
- Медиана $M_e = 5,4$ показывает, что половина членов ряда не превосходит по величине 5,4.

Выборочная дисперсия $D(X)$

есть среднее значение квадратов отклонений всех вариантов от среднего значения ряда.

$$D(X) = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

Сравнить дисперсии выборок 4,6,8,9,8 и 6,8,10,12,9

- 1) $n=5$; $\bar{X} = \frac{4+6+8+9+8}{5} = 7$ $D(X) = \frac{3^2+1^2+1^2+2^2+1^2}{5} = 3,2$
- 2) $n=5$; $\bar{X} = \frac{6+8+10+12+9}{5} = 9$ $D(X) = \frac{3^2+1^2+1^2+3^2+0}{5} = 4$
- Дисперсия второй выборки больше.

Задача

- Двух футболистов, один из которых участвовал в пяти игровых сезонах, а другой – в шести, сравнить по результативности и стабильности в забивании голов, если количество мячей, забитых первым футболистом по сезонам образует ряд: 17,21,20,16,15,19, а вторым: 17,20,18,21,14.

Решение:

- Находим числовые характеристики двух выборок:

Первый футболист:

$$n_1 = 6; \bar{X} = 18; D(X) \approx 4,67$$

Второй футболист:

$$n_2 = 5; \bar{X} = 18; D(X) = 6$$

Таким образом, оба футболиста показывают одинаковую результативность (среднее число голов за сезон), но первый футболист более стабилен, так как дисперсия первой выборки меньше.

Самостоятельная работа

«Наибольшее и наименьшее значение. Размах».

- 1. Укажите наибольшее и наименьшее значение и размах набора чисел : $0; -2; 19$.
- 2. Даны два набора чисел: $5; 12; 25$ и $3; 6; 12; 26$. В каком из наборов размах больше?
- 3. Дан набор чисел: $3; 5; 7$. Какое число надо к нему добавить, чтобы размах нового набора стал равен 95.
- 4. К набору $3; 4; 5$ добавьте ещё одно число, чтобы его наибольшее значение не изменилось.
 - а) выполните требование задачи так, чтобы размах остался прежним.
 - б) выполните требование задачи так, чтобы размах стал больше.

Самостоятельная работа

«Среднее арифметическое».

- 1. На координатной прямой отметьте точки 2;3;7 и их среднее арифметическое.
- 2. Добавьте к набору чисел 2;3;7 такое число, чтобы среднее арифметическое осталось прежним.
- 3. Добавьте к набору чисел 2;3;7 такое число, чтобы среднее арифметическое стало равным 5.
- 4. Среднее арифметическое чисел 85;25;68;78 равно 64. Найдите:
 - а) среднее арифметическое - 85; - 25; - 68; - 78;
 - б) среднее арифметическое 170;50;136;156;
 - в) среднее арифметическое 80;20;63;73.
- 5. В первенстве школы по футболу команда 7А класса провела 17 матчей и забила 32 гола, пропустив при этом 15 мячей. Сколько мячей в среднем попадало в ворота противников этой команды за каждую игру в школьном первенстве?

Самостоятельная работа «Медиана. Мода».

- 1. Найдите медианы наборов чисел:
686;478;834;706;843;698;549
686;478;834;706;843;698;549;112.
- 2. Дан набор, в котором число 3 встречается 1 раз, число 4 – десять раз, а число 5 – сто раз. Других чисел в наборе нет. Укажите медиану данного набора.
- 3. Измеряя вес семи пришедших на урок учеников, учитель физкультуры получил ряд чисел: 51,53,59,52,55,54,51. Найдите разность между модой и медианой данного ряда.
- 4. В трёх баскетбольных командах измерили рост игроков. В первой команде средний рост составил 195 см, во второй команде медиана ростов равна 197 см, а в третьей команде самый низкий спортсмен имеет рост 192 см. В каждой команде 7 игроков. Из этих команд решено набрать новую команду, рост игроков в которой не меньше 193 см. Сколько человек наверняка попадут в эту команду?