

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ.



Автор: Крячко Н.В.
учитель математики МБОУ «Лицей №3
г.Саров Нижегородской области

СЛОВО « СТАТИСТИКА» ПРОИСХОДИТ ОТ
ЛАТИНСКОГО STATUS (СОСТОЯНИЕ,
ПОЛОЖЕНИЕ ВЕЩЕЙ).

- 1. Статистика – это *научное направление* (комплекс наук), объединяющее принципы и методы работы с числовыми данными, характеризующими массовые явления.

- 2. Статистика – это ***отрасль практической деятельности***, направленной на сбор, обработку, анализ статистических данных.
- 3. Статистика –это ***совокупность статистических данных***, характеризующих какое –нибудь явление или процесс (например, статистика рождаемости и смертности в России, статистика успеваемости учащихся и т.п.).

СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА.

- Одно из самых важных понятий в теории вероятностей – случайная величина.
- *Случайной величиной называется переменная величина, значения которой зависят от случайного исхода некоторого испытания.*

- Статистическая информация о результатах наблюдений или экспериментов может быть представлена в различных формах.
- Простейшей из них является запись в порядке их появления – запись в ряд:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

называемый простым статистическим рядом или выборкой.

- Отдельные значения X_i , составляющие этот ряд, называют *вариантами* или просто данными.
- Количество вариантов в ряду n называют *объемом ряда*, или *объемом выборки*.
- Варианты в ряду могут иметь как различные, так и одинаковые значения.

ИГРАЛЬНЫЙ КУБИК БРОСИЛИ 12 РАЗ И ЗАПИСАЛИ
ВЫПАВШИЕ ЧИСЛА В ПОРЯДКЕ ИХ ПОЯВЛЕНИЯ

3,4,5,6,6,6,5,1,4,6,1,4 ($n = 12$).

- Вариантами в ряду являются

$$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 5 \text{ и т.д.}$$

- Варианты x_4, x_5, x_6, x_{10} имеют
одинаковые значения.

- Представим ряд данных
3,4,5,6,6,6,5,1,4,6,1,4 в виде таблицы

X	1	3	4	5	6
M	2	1	3	2	4

- В первой строке – значение случайной величины X , во второй – частота значений варианты M .

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА.

- **Относительной частотой** события A в данной серии испытаний называют отношение **частоты M** события A к числу всех проведенных испытаний N .

$$W(A) = \frac{M}{N}$$

РОСТ КАЖДОЙ ИЗ 50 ГИМНАСТОК ОДНОГО КЛУБА ЗАНЕСЕН В ТАБЛИЦУ

148	148	148	149	149	149	149	149	149	149
149	150	150	150	150	150	150	150	150	150
150	151	151	151	151	151	151	151	151	152
152	152	152	152	152	152	152	152	153	153
153	153	153	153	153	154	154	154	154	154

По имеющимся данным составить таблицу распределения значений роста гимнасток
1) по частотам M ; 2) по относительным частотам W .

X	148	149	150	151	152	153	154
M	3	8	10	8	9	7	5
W	$\frac{3}{50}$ 6%	$\frac{4}{25}$ 16%	$\frac{1}{5}$ 20%	$\frac{4}{25}$ 16%	$\frac{9}{50}$ 18%	$\frac{7}{50}$ 14%	$\frac{1}{10}$ 10%

Полигоны частот

Распределение случайных величин можно задавать и демонстрировать графически.

Рассмотрим пример.

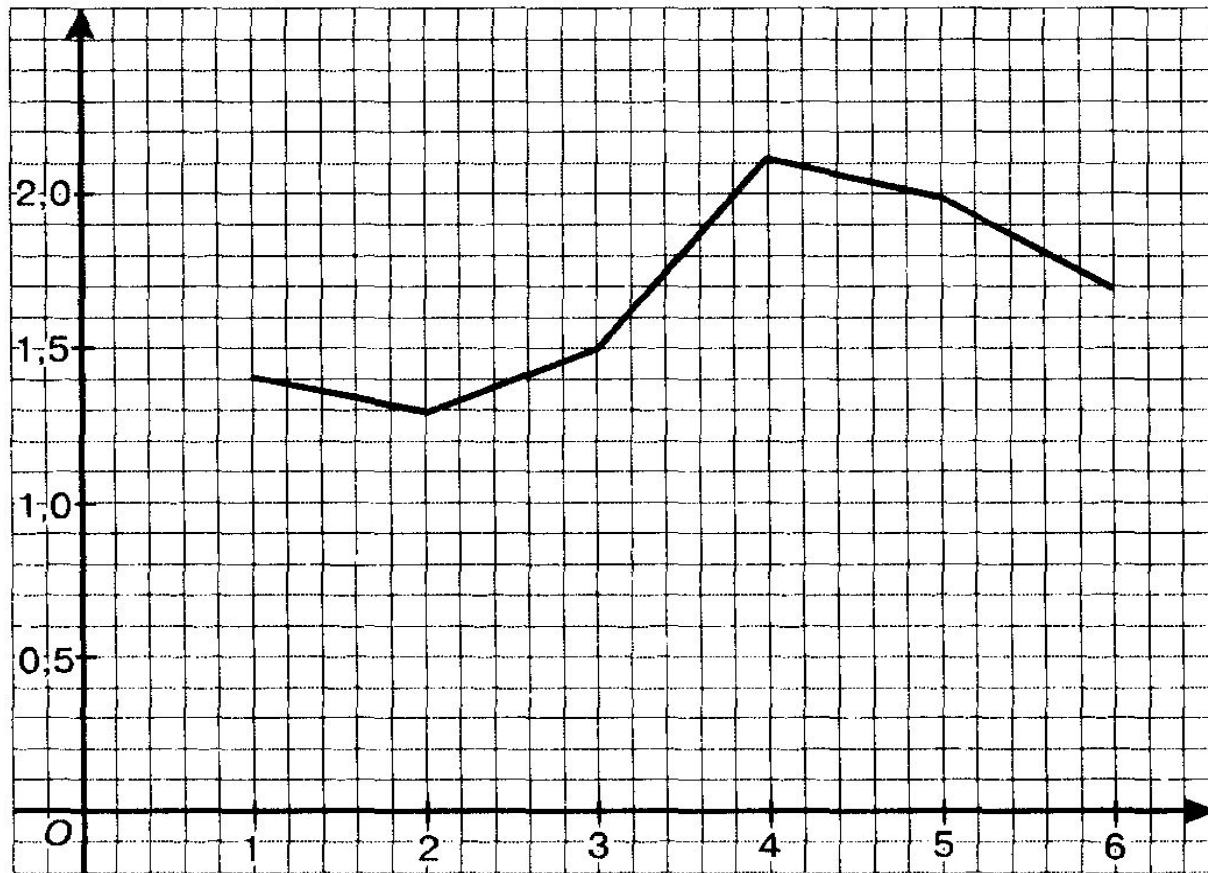
В первом полугодии 2011 года завод получил прибыль в 10 млн. рублей.

Распределение прибыли по месяцам показано в таблице

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Прибыль (млн р.)	1,4	1,3	1,5	2,1	2,0	1,7

- В координатной плоскости на оси абсцисс будем отмечать номер месяца (январ. – 1, февр. – 2 и т.д.). На оси ординат будем отмечать прибыль завода (в млн. руб.).
- Отметим точки $(1;1,4)$, $(2;1,3)$, $(3;1,5)$, $(4;2,1)$, $(5;2)$, $(6;1,7)$ и соединим их последовательно отрезками

Полученную ломаную линию
называют **полигоном частот**



РАЗМАХ, МОДА, МЕДИАНА.

- **Размах (R)** – разность между наибольшим и наименьшим значениями варианты.
- **Мода (Mo)** – наиболее часто встречающееся значение варианты в ряду.
- **Медиана (Me)** – это срединное значение упорядоченного ряда значений случайной величины.

Даны таблицы:

- 1) распределения случайной величины X – числа прочитанных за каникулы книг 10 девочками по частотам M ,
- 2) распределения по частотам случайной величины Y – числа прочитанных книг 9 мальчиками.

X	3	4	5	8	12
M	3	2	3	1	1

y	3	4	5	6	7
M	2	4	1	1	1

- Заданные таблицами распределения величин X и Y могут быть записаны в виде следующих рядов:

3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 8, 12; (1)

3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7 . (2)

- Для совокупности (1) $R = 12 - 3 = 9$,
- Для совокупности (2) $R = 7 - 3 = 4$.
- В ряду (1) две моды: $Mo_1 = 3$, $Mo_2 = 5$.
- В ряду (2) : $Mo = 4$.

Рассмотрим ряд (1) 3,3,3,4,4,5,5,5,8,12.

- В ряду (1) 10 членов – четное число. Для него медиана равна среднему арифметическому двух центральных значений пятого и шестого:

$$\frac{N}{2} = \frac{10}{2} = 5; \quad \frac{N}{2} + 1 = 6.$$

$$Me = (4+5):2=4,5.$$

Рассмотрим ряд (2) 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7.

- В ряду (2) – нечетное число элементов.

Его медиана равна значению
центрального пятого члена ряда:

$$\frac{N+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$Me=4.$$

НАЙТИ РАЗМАХ, МОДУ И МЕДИАНУ

совокупности: -2, 3, 4, -3, 0, 1, 3, -2, -1, 2, -2, 1.

Решение:

Запишем данные в виде упорядоченного ряда: -3, -2, -2, -2, -1, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 4.

$$R = 4 - (-3) = 7.$$

$$M_o = -2.$$

$$M_e = (0+1):2=0,5.$$

СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

Средним значением случайной величины X (X) называют среднее арифметическое всех ее значений.

Задача

- На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки:

5,2 5,4 5,5 5,4 5,1 5,1 5,4 5,5 5,3

Для полученного ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах, медиану и моду.

Что характеризует каждый из этих показателей?

Решение:

- Среднее арифметическое $\bar{X} \sim 5,32$ характеризует средний уровень оценок.
- Размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 5,5 - 5,1 = 0,4$ характеризует разброс оценок.
- Мода $M_o = 5,4$ показывает оценку, которая встречается чаще других.
- Медиана $M_e = 5,4$ показывает, что половина членов ряда не превосходит по величине 5,4.

Выборочная дисперсия $D(X)$

есть среднее значение квадратов отклонений всех вариантов от среднего значения ряда.

$$D(X) = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

Сравнить дисперсии выборок 4,6,8,9,8 и 6,8,10,12,9

- 1) $n=5$; $\bar{X} = \frac{4+6+8+9+8}{5} = 7$ $D(X) = \frac{3^2+1^2+1^2+2^2+1^2}{5} = 3,2$
- 2) $n=5$; $\bar{X} = \frac{6+8+10+12+9}{5} = 9$ $D(X) = \frac{3^2+1^2+1^2+3^2+0}{5} = 4$
- Дисперсия второй выборки больше.

Задача

- Двух футболистов, один из которых участвовал в пяти игровых сезонах, а другой – в шести, сравнить по результативности и стабильности в забивании голов, если количество мячей, забитых первым футболистом по сезонам образует ряд: 17,21,20,16,15,19, а вторым: 17,20,18,21,14.

Решение:

- Находим числовые характеристики двух выборок:

Первый футболист:

$$n_1 = 6; \bar{X} = 18; D(X) \approx 4,67$$

Второй футболист:

$$n_2 = 5; \bar{X} = 18; D(X) = 6$$

Таким образом, оба футболиста показывают одинаковую результативность (среднее число голов за сезон), но первый футболист более стабилен, так как дисперсия первой выборки меньше.

Самостоятельная работа

«Наибольшее и наименьшее значение. Размах».

- 1. Укажите наибольшее и наименьшее значение и размах набора чисел : $0; -2; 19$.
- 2. Даны два набора чисел: $5; 12; 25$ и $3; 6; 12; 26$. В каком из наборов размах больше?
- 3. Дан набор чисел: $3; 5; 7$. Какое число надо к нему добавить, чтобы размах нового набора стал равен 95.
- 4. К набору $3; 4; 5$ добавьте ещё одно число, чтобы его наибольшее значение не изменилось.
 - а) выполните требование задачи так, чтобы размах остался прежним.
 - б) выполните требование задачи так, чтобы размах стал больше.

Самостоятельная работа

«Среднее арифметическое».

- 1. На координатной прямой отметьте точки 2;3;7 и их среднее арифметическое.
- 2. Добавьте к набору чисел 2;3;7 такое число, чтобы среднее арифметическое осталось прежним.
- 3. Добавьте к набору чисел 2;3;7 такое число, чтобы среднее арифметическое стало равным 5.
- 4. Среднее арифметическое чисел 85;25;68;78 равно 64. Найдите:
 - а) среднее арифметическое - 85; - 25; - 68; - 78;
 - б) среднее арифметическое 170;50;136;156;
 - в) среднее арифметическое 80;20;63;73.
- 5. В первенстве школы по футболу команда 7А класса провела 17 матчей и забила 32 гола, пропустив при этом 15 мячей. Сколько мячей в среднем попадало в ворота противников этой команды за каждую игру в школьном первенстве?

Самостоятельная работа «Медиана. Мода».

- 1. Найдите медианы наборов чисел:
686;478;834;706;843;698;549
686;478;834;706;843;698;549;112.
- 2. Дан набор, в котором число 3 встречается 1 раз, число 4 – десять раз, а число 5 – сто раз. Других чисел в наборе нет. Укажите медиану данного набора.
- 3. Измеряя вес семи пришедших на урок учеников, учитель физкультуры получил ряд чисел: 51,53,59,52,55,54,51. Найдите разность между модой и медианой данного ряда.
- 4. В трёх баскетбольных командах измерили рост игроков. В первой команде средний рост составил 195 см, во второй команде медиана ростов равна 197 см, а в третьей команде самый низкий спортсмен имеет рост 192 см. В каждой команде 7 игроков. Из этих команд решено набрать новую команду, рост игроков в которой не меньше 193 см. Сколько человек наверняка попадут в эту команду?