Элементы теории алгоритмов

Важные математические проблемы имеют вид задачи распознавания:

для некоторого данного множества X найти эффективную процедуру (т.е. алгоритм), с помощью которой можно для каждого элемента x этого множества X определить за конечное число шагов, будет этот элемент обладать некоторым данным свойством P или нет (т.е. $x \in P^+$ или $x \notin P^+$).

Решением такой проблемы является построение и обоснование искомого алгоритма.

Массовые задачи – задачи распознавания и оптимизации.

Примеры массовых задач:

- СУМ – задача сложения целых чисел.
- НОД – задача нахождения наибольшего общего делителя двух целых чисел.
- ВЫП (SAT) – задача выполнимости формулы алгебры высказываний.
- THEOREM – задача распознавания теорем логики предикатов.

Под *алгоритмом* понимается совокупность инструкций о том, как решить некоторую массовую задачу.

Общие свойства алгоритма:

1)*дискретность алгоритма*;

2)*детерминированность алгоритма*;

3)*элементарность шагов алгоритма*;

4)*массовость алгоритма*.

Понятие алгоритма имеет смысл лишь в том случае, если множество его возможных исходных данных является потенциально обозримым множеством, которое состоит из последовательно конструируемых объектов.

Примеры: N и Σ^* .

Так как конструктивные объекты можно кодировать словами конечного алфавита Σ (например, состоящего из двоичных символов 0 и 1), то алгоритм моделируется устройством, перерабатывающим слова алфавита Σ.

Тезис Черча:

класс задач, решаемых в любой формальной модели алгоритма, совпадает с классом задач, которые могут быть решены интуитивно эффективными вычислениями, т.е. алгоритмическими методами.

Математические модели алгоритма:

1) *рекурсивная функция* – понятие введено Клини в 1936 г.,

2) *машина Тьюринга* – понятие введено Постом и Тьюрингом в 1936 г.,

3) *нормальный алгоритм* – понятие введено Марковым в 1954 г.,

4) *формальная грамматика* – понятие введено Хомским в 1957 г.

Машины Тьюринга