10 класс

Производная функции

Определение производной

Пусть x - произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности точки X_0 (окрестность точки X_0 - это интервал (a; b), $X_0 \in (a; b)$).

Разность $x - X_0$ называется приращением аргумента:

$\Delta x = x - X_0$. Отсюда $x = X_0 + \Delta x$.

Разность $f(x) - f(X_0)$ называется приращением функции:

$\Delta f = f(x) - f(x_0)$ или

$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

Отсюда

$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta f$.

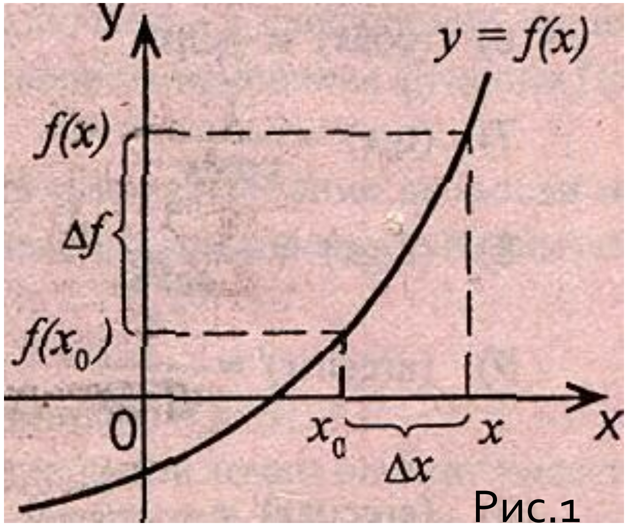

Рис.1

Геометрический смысл приращений Δx и Δf показан на рис.1.

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции Δf к приращению аргумента Δx, стремящегося к "нулю".

Обозначается $f'(x_0)$.

Итак,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} (\Delta f / \Delta x)$$

Если функция у $=f(x)$ имеет производную в точке x_0, то говорят, что она дифференцируема в точке x_0.

Нахождение производной данной функции называется <u>дифференцированием</u>.

Правила дифференцирования

Правило №1

Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0, то их сумма также дифференцируема в точке x_0, причем производная суммы равна сумме производных, т.е.

$$(u + v)' = u' + v'$$

Правило №2

Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0, то их произведение также дифференцируемо в точке x_0, причем

$$(u \cdot v)' = u'v + uv'$$

Правило №3

Если функции u и v дифференцируемы в точке x_0 и $v(x_0) \neq 0$, то их частное также дифференцируемо в точке x_0, причем

$$(u/v)' = (u'v - uv') / v^2$$

Правило №4

Если функция u дифференцируема в точке x_0 и $c = const$, то их произведение также дифференцируемо в точке x_0, причем

$$(cu)' = cu'.$$

Правило №5

Если $f(g(x))$ - сложная функция, то ее производная равна произведению производных внешней и внутренней функций, т.е.

$$[f(g(x))]' = f'(g) \circ g'(x)$$


THANK'S!!!!!!
www.VETTON.ru