Формула Кардано.

Выполнила ученица 7 "б" класса МОУ "СОШ п.Эркин - Шахар"

Амельченко Ивета

Итальянский математик Никколо Тарталья (1499-1557)

Итальянский математик Джероламо Кардано (1501-1576)

$$X^3 + pX = q \qquad (1)$$

Будем искать корень уравнения в виде:

$$X = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u},$$

где t и u - неизвестные , которые надо определить по данным p и q. Далее новое оригинальное предположение:

$$p = 3\sqrt[3]{tu}, \qquad (2)$$

Подставим выражения для X и p в левую часть данного уравнения:

$$(\sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u})^3 + 3\sqrt[3]{tu}(\sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u}) = q;$$

$$t - 3\sqrt[3]{t^2u} + 3\sqrt[3]{tu^2} - u + 3\sqrt[3]{t^2u} - 3\sqrt[3]{tu^2} = q;$$

$$t - u = q. \qquad (3)$$

равенства (2) и (3) дадут систему:

$$\begin{cases} t \ -u = q, \\ 3\sqrt[3]{tu} = p. \end{cases}$$

решив которую, получим выражения t и u через p и q:

$$u = 1/t(p/3)^3,$$

$$t - 1/t\,(p/3)^3 = q, \quad \text{или}$$

$$t^2 - qt - (p/3)^3 = 0; \quad \text{отсюда}$$

$$t = q/2 + \sqrt{(q/2)^2 + (p/3)^3} \quad \text{и}$$

$$u = -q/2 + \sqrt{(q/2)^2 + (p/3)^3}.$$

Подставляя значения t и u в равенство $x= \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u}$, мы получим формулу Тартальи :

$$X = \sqrt[3]{\sqrt{(q/2)^2 + (p/3)^3} + q/2} \ -$$

$$- \sqrt[3]{\sqrt{(q/2)^2 + (p/3)^3} - q/2}.$$

Огромная заслуга Кардано заключается в том, что овладев решением уравнения

$$x^3 + px = q ,$$

он пошёл дальше и нашёл способ решать полное кубическое уравнение:

$$x^3 + ax^2 + bx = c .$$

Оказалось, что стоит только положить:

$$x = z - a/3 ,$$

в полном уравнении уничтожается член со 2-ой степенью неизвестного и уравнение принимает вид уравнения Тартальи:

$$z^3 + pz = q .$$

Пытаясь решить кубическое уравнение $x^3+px+q=0$,

потребуем, что бы выражение $(q/2)^2 + (p/3)^3$,стоящее под квадратным корнем в формуле Тартальи - Кардано , было больше нуля или равнялось нулю.

При $(q/2)^2+(p/3)^3 > 0$ формула позволит определить действительный корень уравнения; два других будут мнимыми.

Решим уравнение $x^3 + 6x = 2.$

В этом случае $(q/2)^2+(p/3)^3=1 +8=9;$

И формула Тартальи-Кардано даст :

$$x = \sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2} \approx 1{,}588-1{,}26 \approx 0{,}328$$

Найдите этим способом действительные корни уравнений

$$X^3+6X+20=0,\ X^3-3X+5=0.$$

Если $\underline{(q/2)^2 + (p/3)^3=0}$,то все 3 корня будут действительные и 2 из них равные. Корень , неравный двум другим , можно определить при помощи формулы Тартальи-Кардано.

Сделайте это для уравнения

$$X^3-12X - 16=0$$

Остальные 2 корня определите, разделив левую часть уравнения на разность между X и найденным корнем , частное приравняйте к нулю решите полученное уравнение.

Если $\underline{(q/2)^2 + (p/3)^3 < 0,}$ то все 3 корня действительные, Но сам процесс их нахождения связан с теорией комплексных чисел и пока нам не доступен.

Попробуйте решить две задачи практического характера при помощи

составления уравнений.

Задача 1 . В одном сосуде находится *a л* p-процентного раствора кислоты, в другом *b л* q-процентного раствора той же кислоты. Из каждого сосуда отлили одно и то же количество литров, и взятое из первого перелили во второй , а взятое из второго –в первый. Какое количество литров нужно отлить, чтобы в обоих сосудах оказался раствор кислоты одной и той же крепости?

Задача 2 . Два куска различных металлов одинакового веса сплавили

вместе. Найти удельные веса этих металлов, если один из них на 3 г/см3

больше другого, а удельный вес получившегося сплава равен 8,75 г/см3.