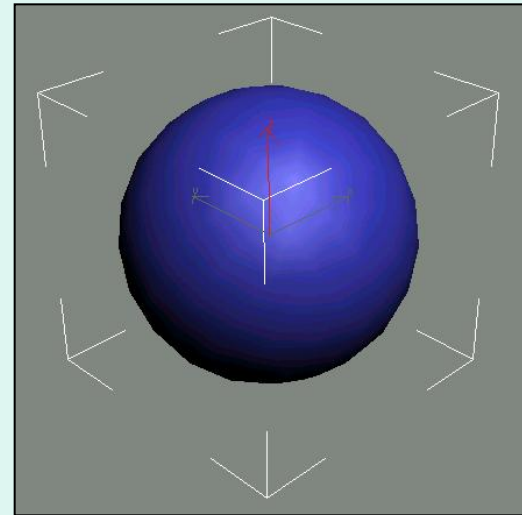
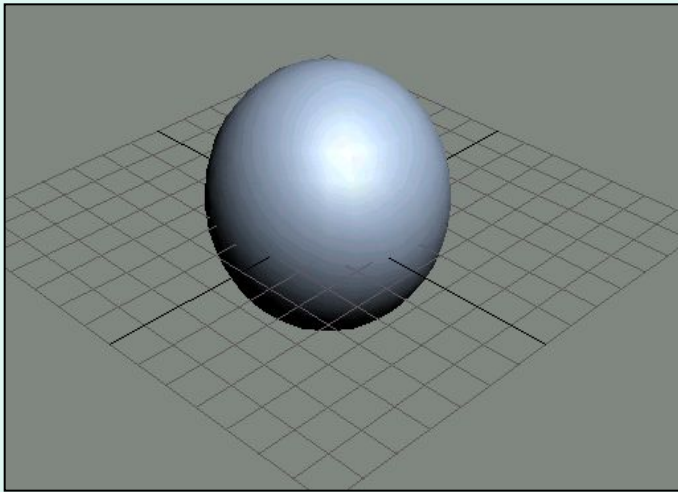


# Урок по теме: «Объем шара».

## 11-й класс



*Махмутова Фануза Фаиковна, учитель математики  
высшей категории.*

МБОУ «Новошешминская гимназия Новошешминского  
муниципального района РТ»

## **Цель урока:**

*вывести формулу объема шара; обобщить и систематизировать знания по теме «Тела вращения»*

## **Ход урока:**

### **I. Организационный момент.**

### **II. Актуализация опорных знаний.**

- 1) Устная работа
- 2) Презентации решений задач с ЕГЭ

### **III. Изучение новой темы**

- 1) Теорема

### **IV. Формирование умений и навыков учащихся.**

- 1) Проблемная задача
- 2) Задача Архимеда
- 3) Задачи из ЕГЭ(В9)

### **V. Итог урока. Домашнее задание.**

Соотнесите название фигуры и формулу  
объема и площади поверхности тел.

1. Цилиндр 2. Конус 3. Усеченный конус 4. Шар

$$a) V = \frac{1}{3} \pi R^2 H \quad б) V = \pi R^2 H \quad в) V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$г) V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + R_1^2 + RR_1) \quad д) S = 4\pi R^2$$

$$е) S = 2\pi R(H + R) \quad ж) S = \pi R(L + R)$$

$$з) S = \pi(R + R_1)L + \pi R^2 + \pi R_1^2$$

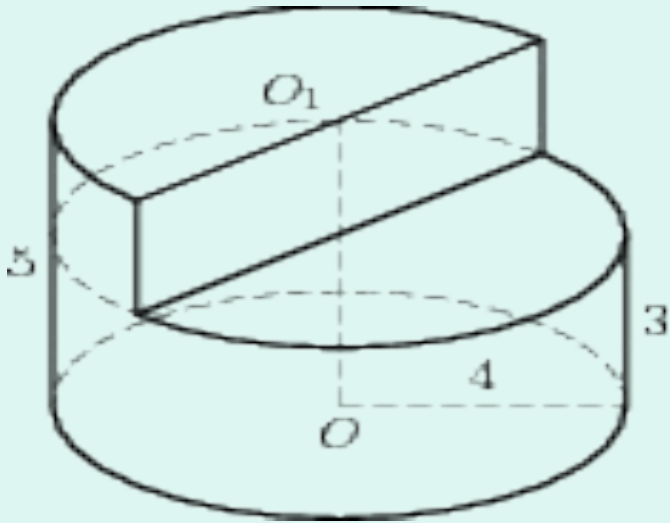
# ТАБЛИЦА ФОРМУЛ ОБЪЕМОМ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Название фигуры	Формула	
Цилиндр	$V = \pi R^2 H$	$S = 2\pi R(H + R)$
Конус	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$	$S = \pi R(L + R)$
Усеченный конус	$V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + R_1^2 + RR_1)$	$S = \pi(R + R_1)L + \pi R^2 + \pi R_1^2$
Шар	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$	$S = 4\pi R^2$

# Задачи В 11 (ЕГЭ)

## B11(№ 25775)

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$

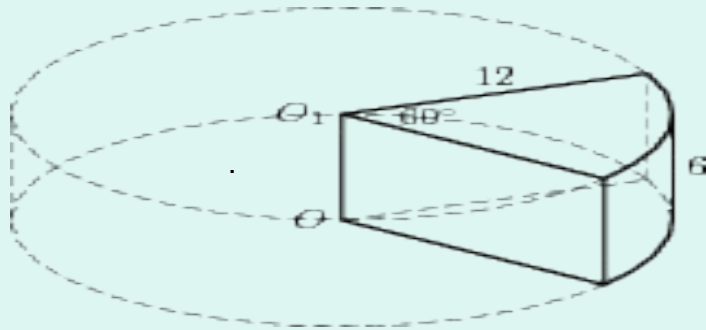


- Решение:
  - 1) Находим объём нижнего цилиндра:  
 $H=3\text{см}$   $R=4\text{см}$
  - $V_1=\pi R^2 H=\pi*16*3=48\pi$
  - 2) Верхнюю часть дополняем до цилиндра и находим ее объем:  
 $H=2\text{см}$   $R=4\text{см}$   
 $V_2=\pi R^2 H=\pi*16*2=32\pi$
  - 3) Так как верхний цилиндр, изображенный на рисунке, составляет  $\frac{1}{2}$  часть верхнего цилиндра, значит  
 $V_3=\frac{1}{2}V_2=32\pi/2=16\pi$
  - 4) Итак, объём части цилиндра, изображенной на рисунке равен:  
 $V_{\text{общ}}=48\pi+16\pi=64\pi$
  - $V/\pi=64\pi/\pi=64$

**ОТВЕТ: 64**

- Выполнила: Гафиятова Т.Р.

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке.  
В ответе укажите  $V/\pi$



**Решение:**

$$V_{\text{цил}} = \pi R^2 H$$

Объем искомой фигуры занимает  $1/6$  часть объема цилиндра

$$V = 1/6 * V_{\text{цил}}$$

$$V_{\text{цил}} = 12^2 * 6 * \pi = 864\pi$$

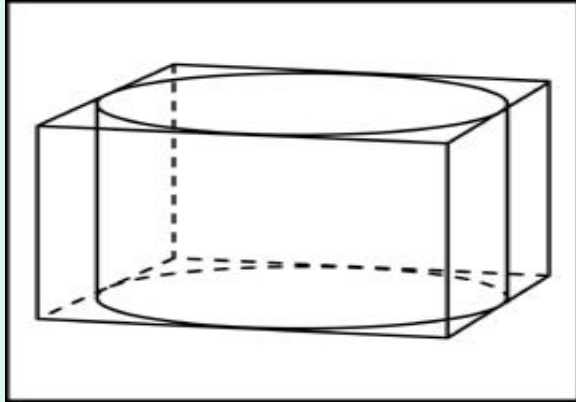
$$V = 864\pi / 6 = 144\pi$$

$$V/\pi = 144\pi / \pi = 144$$

**Ответ: 144**

Выполнила: Валиуллина Л.В.(11А кл.)

*Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.*



**Дано:**

$$r = 1$$

$$H = 1$$

**Найти  $V$ .**

**Решение:**

$$V = a b c \quad a = 2r = 2 \quad b = 2r = 2 \quad c = H = 1$$

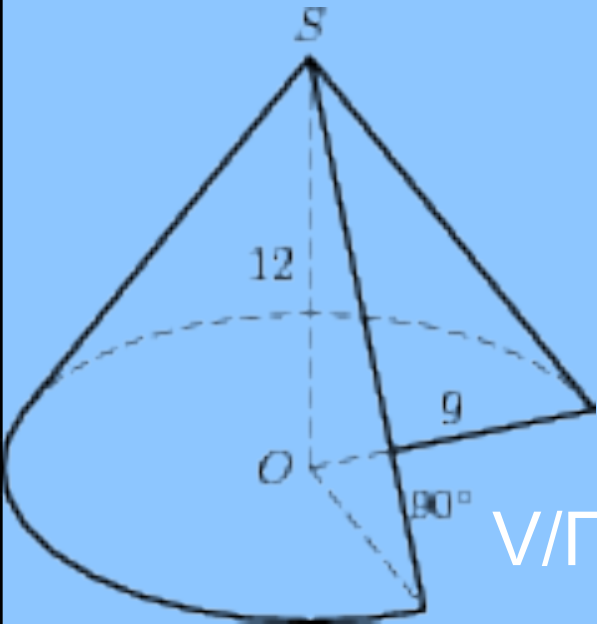
$$V = a b c = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

**Ответ : 4**

**Выполнил : Замалдинов И. А. ( 11 А кл. )**



Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\Pi$



Дано:  $H=12R=9$   
 $\angle O=90^\circ$

Решение:

$$V/\Pi = \frac{1}{3}\Pi R^2 H$$

$\Pi$

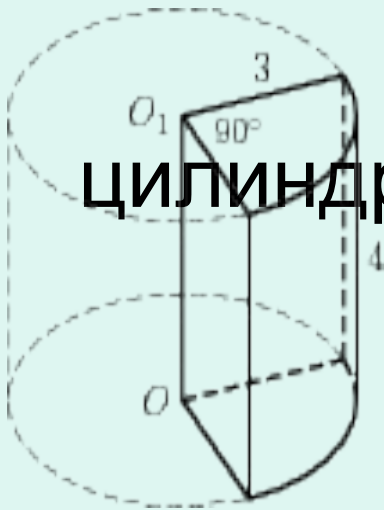
$$V/\Pi = \frac{1}{3} \times \Pi \times 9^2 \times 12 = \frac{1}{3} \times 81 \times 12 = 324$$

$\Pi$

$$324 \times \frac{3}{4} = 243$$

ОТВЕТ: 243

**1/4**



$$V/\pi$$

Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите

$$R=3; H=4.$$

Решение:

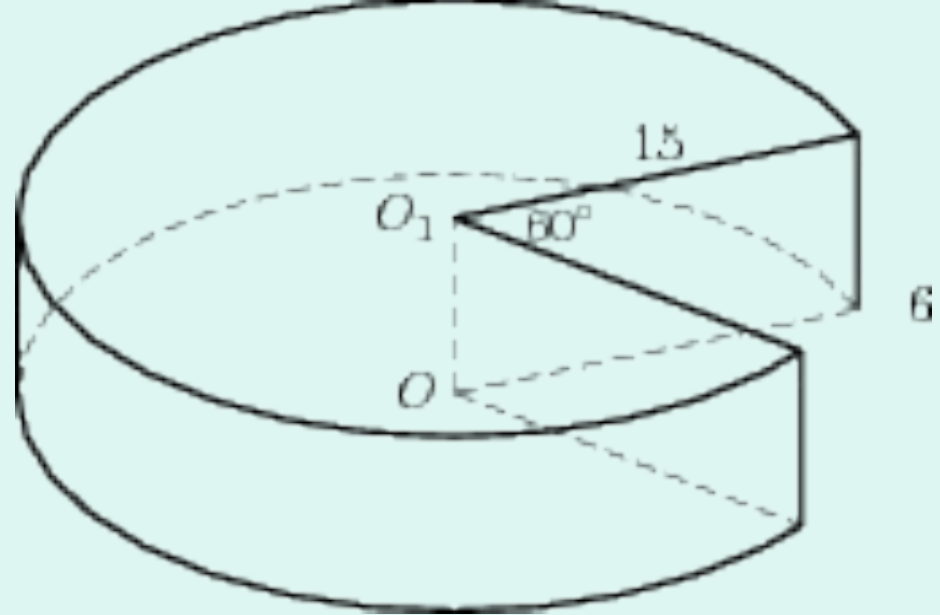
$$V_{\text{ц}} = \pi R^2 H = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi.$$

Так как объем искомой фигуры занимает  $\frac{1}{4}$  часть целого цилиндра, ее объем будет равен:

$$36\pi/4=9\pi$$

По условию задачи объем искомой

НАЙДИТЕ ОБЪЕМ  $V$  ЧАСТИ  
ЦИЛИНДРА, ИЗОБРАЖЕННОЙ  
НА РИСУНКЕ.  
В ОТВЕТЕ УКАЖИТЕ  $V/\pi$



**Решение:**

Находим полный  $V$  цилиндра.

$$V = \pi R^2 H$$

$$V = \pi 15 * 15 * 6 = 1350\pi$$

Находим выделенную часть.

Это  $5/6$  цилиндра.

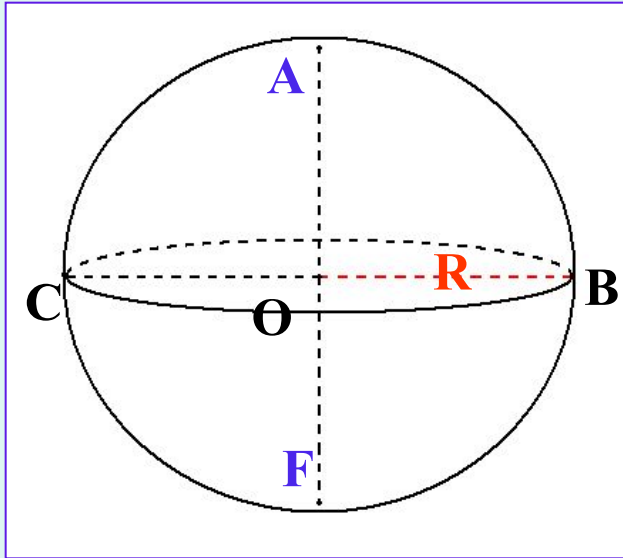
Получается, что

$$V = 1350\pi / 5/6 = 1125\pi$$

**Ответ: 1125**

# Шар и его части

## Сфера (шар)



**Шар** – множество точек пространства, находящихся на расстоянии не большем **R** от данной точки.

Фигура, полученная в результате вращения полукруга вокруг диаметра, называется **шаром**.

$$S = 4\pi R^2$$

**O** – центр сферы (шара)

**A;F** – полюсы сферы (шара)

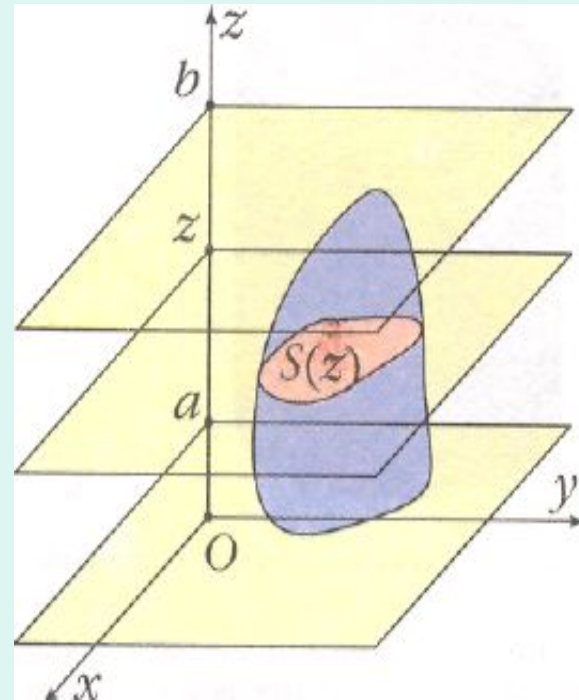
**OB** – радиус сферы (шара)

**BC** – диаметр сферы (шара)

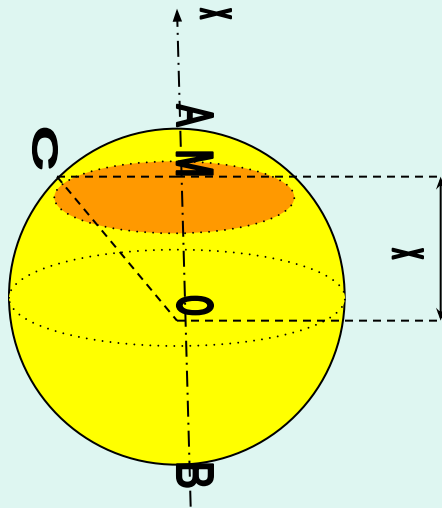
# Определение объема произвольного тела вращения

Интегральное исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем:

$$V = \int_a^b S(z) dz$$



**Теорема: Объем шара равен**  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$



$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$S(x) = \pi r^2$$

$$S(x) = \pi(R^2 - x^2).$$

$$-R < x \leq R.$$

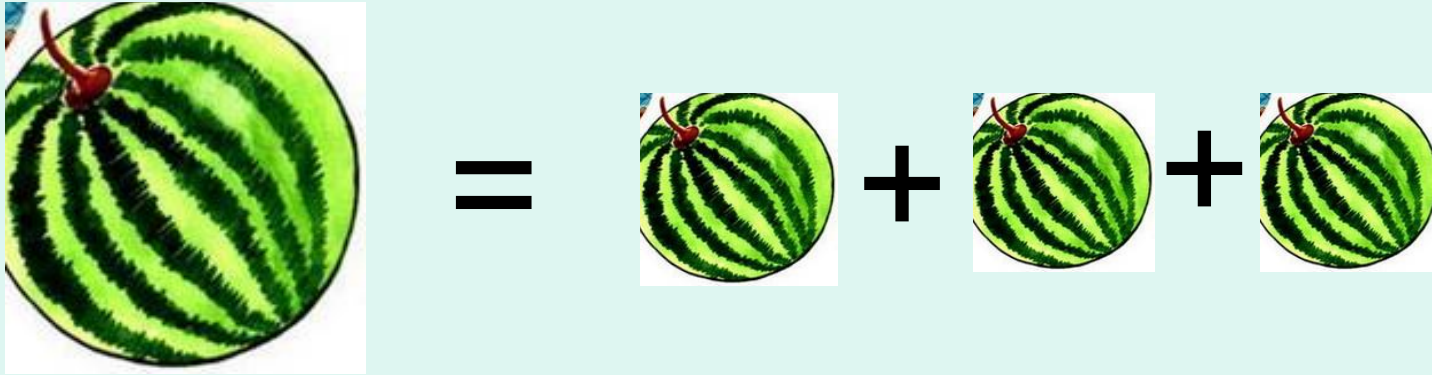
$$V = \pi \int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx =$$

$$= \pi \left( R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-R}^R = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

Итак, *объем шара равен*  $\frac{4}{3} \pi R^3$ .



# ПРОБЛЕМНАЯ ЗАДАЧА



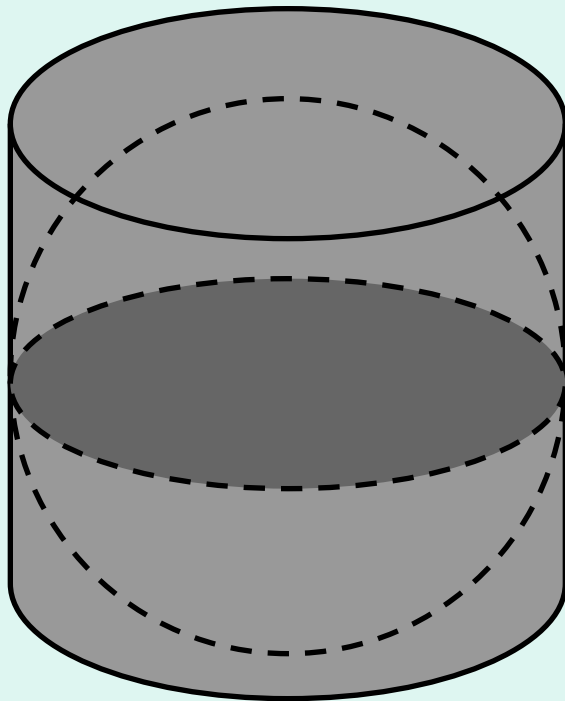
При уличной торговле арбузами  
весы отсутствовали. Однако, выход был  
найден: арбуз диаметром 3 дм  
приравнивали по стоимости к трём  
арбузам диаметром 1 дм.

Что вы возьмете?

Правы ли были продавцы?



# Задача



Дано:

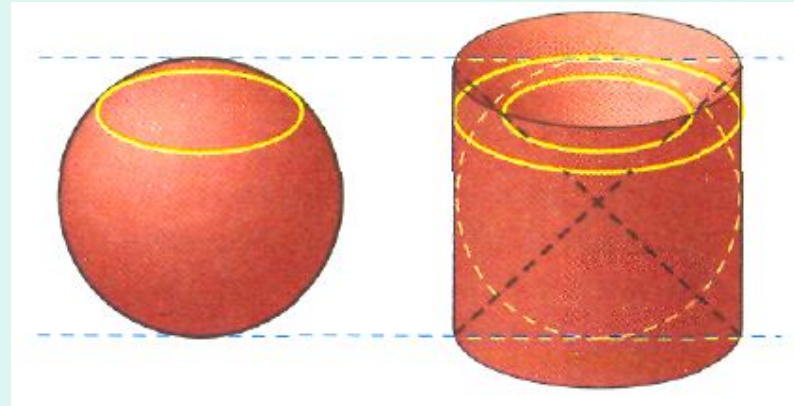
в цилиндр вписан шар

Найти:

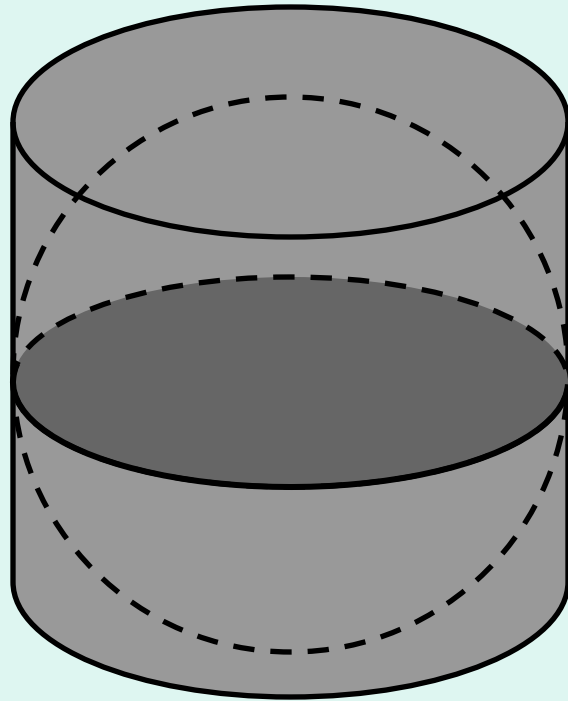
отношение объёмов  
цилиндра и шара

$$V_{\text{цил}} / V_{\text{шар}} = ?$$

**Ответ: 1,5**

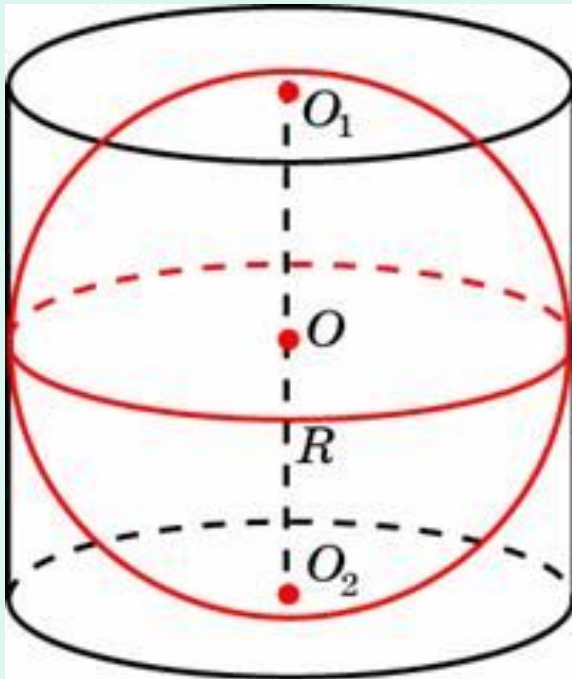


Архимед считал, что объем шара в **1,5** раза меньше объема описанного около него цилиндра и что также относятся поверхности этих тел.



# Задача из ЕГЭ(В11)

Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 18. Найдите площадь поверхности шара.



Решение:

(Опираемся на открытие Архимеда)

**Ответ: 12**

# Задача из ЕГЭ(В11)

Площадь поверхности шара уменьшили 9 раз. Во сколько раз уменьшился объем шара?

Решение:

Пусть радиус первого шара  $R$ , уменьшенного  $r$ .

Поверхность шара  $S_1 = 4\pi R^2$ , стала

$$S_2 = 4\pi R^2/9 = 4\pi (R/3)^2 = 4\pi r^2$$

Видим, что  $r = R/3$ , т.е. радиус уменьшился в 3 раза.

$$\begin{aligned} \text{Объем } V_1 &= \frac{4}{3} \pi R^3, \text{ а объем } V_2 = \frac{4}{3} \pi r^3 = \\ &= \frac{4}{3} \pi (R/3)^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 / 27 = V_1 / 27 \end{aligned}$$

**Ответ:27**

П.71 № 712,  
II уровень: №714  
с презентацией.

# Использованные интернет ресурсы

<http://festival.1september.ru/articles/559546/>

<http://www.proshkolu.ru/org/107-360/file/491954/>

<http://sport.teem.ru/images/shaiba.jpg>

<http://www.alleng.ru/d/math/math394.htm>

<http://alexlarin.narod.ru/ege.html>

[http://www.varson.ru/geometr\\_9.html](http://www.varson.ru/geometr_9.html)