

Формулы двойного аргумента

урок для 10 класса

Автор: Тамбиева Фатима Назировна,
учитель математики,
МКОУ «СОШ №1 им. А.М. Ижаева с.
Учкекен»

На доске эпиграф:

“Единственный путь, ведущий к знанию —
это деятельность”

Бернард Шоу

1. Изучение нового материала

1. Из формулы косинуса суммы двух аргументов, заменив β на α , получить формулу косинуса двойного аргумента.

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

Формула косинуса двойного аргумента

1. Изучение нового материала

2. Из формулы синуса суммы двух аргументов, заменив β на α , получить формулу синуса двойного аргумента.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Формула синуса двойного аргумента

1. Изучение нового материала

3. Из формулы тангенса суммы двух аргументов, заменив β на α , получить формулу тангенса двойного аргумента.

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} \quad \operatorname{tg}(\alpha + \alpha) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\alpha}$$

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$$

Формула тангенса двойного аргумента

2. Закрепление изученного материала

№ 21.1 (а, г)

Упростите выражение:

$$\frac{\sin 2t}{\cos t} - \sin t = \frac{2 \sin t \cos t}{\cos t} - \sin t = 2 \sin t - \sin t = \sin t$$

$$\frac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t = \frac{\cos^2 t - \sin^2 t}{\cos t - \sin t} - \sin t =$$

$$\frac{(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t)}{\cos t - \sin t} - \sin t = \cos t + \sin t - \sin t = \cos t$$

2. Закрепление изученного материала

№ 21.2 (а, г)

Упростите выражение:

$$\frac{\sin 40^{\circ}}{\sin 20^{\circ}} = \frac{\sin 2 \cdot 20^{\circ}}{\sin 20^{\circ}} = \frac{2 \sin 20^{\circ} \cos 20^{\circ}}{\sin 20^{\circ}} = 2 \cos 20^{\circ}$$

$$\frac{\cos 36^{\circ} + \sin^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} = \frac{\cos 2 \cdot 18^{\circ} - \sin^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} =$$

$$\frac{\cos^2 18^{\circ} - \sin^2 18^{\circ} - \sin^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} = \frac{\cos^2 18^{\circ}}{\cos 18^{\circ}} = \cos 18^{\circ}$$

3. Решить на доске и в тетрадях

Вычислите:

№ 21.3(а) $2 \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ}$

№ 21.3(г) $(\cos 15^{\circ} + \sin 15^{\circ})^2$

№ 21.4(а) $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$

№ 21.4(г) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2$

3. Решить на доске и в тетрадях

Вычислите:

№ 21.3(а)

$$2 \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ}$$

Ответ: 0,5

№ 21.3(г)

$$\left(\cos 15^{\circ} + \sin 15^{\circ} \right)^2$$

Ответ: 1.5

№ 21.4(а)

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

№21.4(г)

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2$$

Ответ: -1

3. Решить на доске и в тетрадях

Вычислите:

№ 21.5(а)

$$\frac{2\operatorname{tg}15^{\circ}}{1-\operatorname{tg}^2 15^{\circ}}$$

№ 21.5(г)

$$\frac{2\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6}-1}$$

№ 21.6(а)

$$\sin t = \frac{5}{13},$$

$$\frac{\pi}{2} < t < \pi$$

3. Решить на доске и в тетрадях

Вычислите:

№ 21.5(а)

$$\frac{2\operatorname{tg}15^{\circ}}{1-\operatorname{tg}^215^{\circ}}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

№ 21.5(г)

$$\frac{2\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6}-1}$$

Ответ: $-\sqrt{3}$

№ 21.6(а)

$$\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6}-1$$

$$\sin t = \frac{5}{13},$$

$$\frac{\pi}{2} < t < \pi$$

Ответ:

$$\sin 2t = -\frac{120}{169},$$

$$\cos 2t = \frac{119}{169},$$

$$\operatorname{tg} 2t = -\frac{120}{119},$$

$$\operatorname{ctg} 2t = -\frac{119}{120}.$$

3. Решить на доске и в тетрадях

№ 21.24 (а). Решить уравнение:

$$\sin 2x - 2 \cos x = 0$$

3. Решить на доске и в тетрадях

№ 21.24 (а). Решить уравнение:

$$\sin 2x - 2 \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 0$$

$$2 \cos x (\sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z.$

Домашнее задание

Изучить п. 21;

решить: № 21.3(б, в), 21.4(б, в), 21.6 (б, в), 21.24

Используемая литература:

- 1.Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: - М.: Мнемозина, 2014.