

Обобщающий урок по  
теме

**Формулы  
сокращенно**

**20**

**УМНОЖЕНИЯ**

# Историческая страница

**Число** – арифмос (греч.)

**Геометрия** –  
гео – земля (греч.), метрео –  
меряю (греч.)

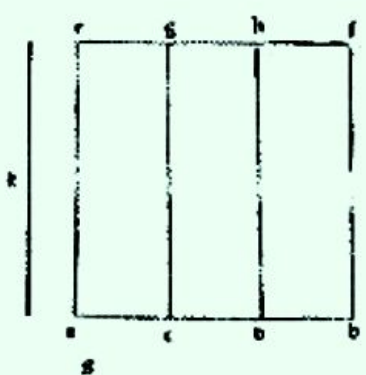
**Аль джебр** –  
восстановление (арабск.)

# Евклид. «Начала». Издание 1482 г.



**Propositio .2.**

**S**i fuerit linea i ptes diuisa illud qd ex ductu totius linee in seipſa fiet equu erit bis q ex ductu cuiusde i oes suas ptes. ¶ Sit linea .a. b. diuisa in .a. c. e. d. b. dico qd illud qd fit ex ductu totius .a. b. in se qd fit .a. c. b. f. equu est bis que sunt ex ipſo tota in vnanquodqz dictarum partium qd palam patet. ductis .e. g. e. d. b. equidistantibus .a. c. e. b. f. ¶ Altera lineator .k. equis .a. b. cuiusqz p. part. illam qd fit ex ductu .k. in totam .a. b. equu est qd fit ex ductu .k. in omnes ptes .a. b. et qd ex .k. i .a. b. ta. ita fit quatuor ex .a. b. in se. e. ex .k. in omnes ptes .a. b. quatuor ex .a. b. in omnes ptes eiusde. ppter id qd .k. e. a. b. sit equalis pater esse propositum.



**Propositio .3.**

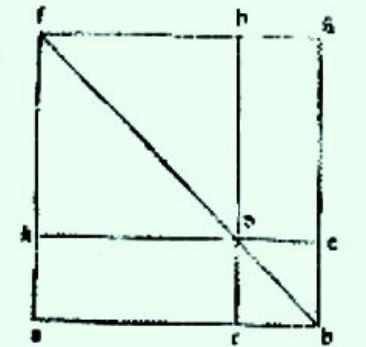
**S**i fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutra parte equu erit bis q ex ductu eiusde parte in se ipsam et alterutra in alteram.



**Propositio .4.**

**S**i fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu totius i seipſa fit equu e bis q ex ductu vtriusqz pte i seipſa et altera i altera bis. Ex hoc manifestu e qd i oi qdrato due suplicies quas diameter secat pmediu sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea .a. b. diuisa in .a. c. e. b. dico qd quadratum totius .a. b. equum est duobus quadratis quorum linearum .a. c. e. b. e. v. p. lo. cuius qd fit ex ductu vnius eaz in alteram describam quadratum alterius part. solum. Itaqz .c. d. b. e. quadratu linee .c. b. cui adtingant p. omne secunda ductu directuſi linee alterius scz .a. c. qd factam hoc modo. in quadrato vterpro protraham diametru .b. d. e. a puncto .a. educam perpe dicularem sup. in cam .a. b. que sit .a. k. qd .a. k. e. diametru .b. d. producam vsqz quo conuertat in puncto .f. e. a puncto .f. producam .f. b. equidistanti linee .a. b. qua .f. b. e. b. e. producam vsqz quo conuertat i puncto .g. e. produca .e. d. vsqz ad .b. e. c. d. vsqz ad .h. Et quia duo latera .d. e. e. c. b. trian. guli .d. e. b. sunt equalia: erit p. 5. p. in duo anguli .e. d. b. e. c. b. d. equalia: et qd angulus .e. est rectus erit p. 32. p. in vtrqz eoz medietas recti. Eade rone vterqz qd duoru anguloru .e. d. b. e. c. b. d. erit medietas recti. quare p. secunda p. om. 29. p. in erit vniuersiqz quatuor angulor qui sunt .b. f. d. e. b. d. f. e. k. f. d. e. k. d. f. hie dicitur recti ergo p. 6. p. in .f. g. e. b. sunt equalia. similiter queqz .f. a. e. a. b. part. rde. f. b. e. b. d. itaqz .f. k. e. k. d. quare vtriusqz duaru supliciu .a. b. g. f. e. k. d. b. f. est quadrato e qd totale quadratum .a. b. f. g. qd est quadratu linee .a. b. constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametru que sunt quadrata quorum linearum .a. c. e. c. b. e. ex duobus sup. plonentis quoz vniuersiqz p. dicitur ex .a. c. in .b. e. patet propositum nostru. ¶ Altera sit linea .a. b. vt p. in diuisa in .a. c. e. c. b.



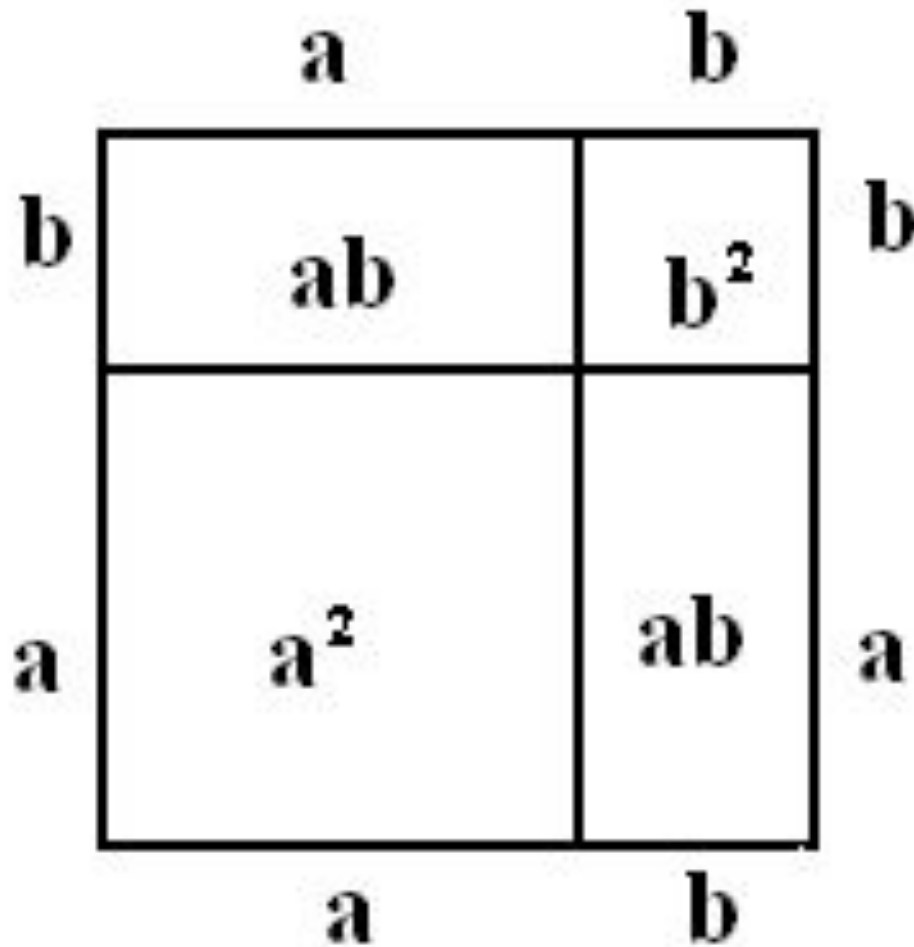
# Евклид. «Начала».

«Если отрезок как-либо разбит на два отрезка, то площадь квадрата, построенного на всем отрезке, равна сумме площадей квадратов, построенных на каждом из двух отрезков, и удвоенный площади прямоугольника, сторонами которого служат эти два отрезка.»

Суть этой фразы в формуле

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Изобразить эту формулу  
геометрически можно так:



# Три способа формулировки математических утверждений:

- 1) **Словесный** – понятный, но длинный, неудобный;
- 2) **Геометрический** – наглядный, но не всегда удобный для вычисления;
- 3) **Символьный** – краткий, легко запоминающийся.

Аль джебр — восстановление  
(арабск.)

algebra





# Тренировочн ые упражнения

# Составьте по описанию алгебраические выражения:

1. Сумма квадратов чисел  $a$  и  $b$ .
2. Разность между числом  $m$  и удвоенной суммой чисел  $a$  и  $b$ .
3. Квадрат разности чисел  $b$  и  $a$ .
4. Разность квадратов чисел  $a$  и  $b$ , умноженная на сумму этих чисел.

**Запишите в виде степени  
выражения:**

$$a^2 b^2 c^2; \quad 25a^2 b^2;$$

$$\frac{1}{125} x^3 y^3; \quad \frac{a^2 b^2}{c^2}.$$

Найдите неизвестное  $x$ :

1.  $(2^4)^x = 2^{12};$

2.  $10^x = 10000;$

3.  $5^3 \cdot 5^4 = 5^{2+x};$

4.  $0,1^x = 0,01.$

# Заполните пропуски в формулах:

$$(a + \dots)^2 = \dots + 2ab + \dots ;$$

$$(a \dots b) \dots = a^2 - 2ab + \dots ;$$

$$a^3 - \dots = (a - b)(\dots + ab + \dots);$$

$$a^3 + b^3 = (\dots \dots)(a^2 \dots + b^2);$$

$$a^2 - b^2 = (\dots b)(a - \dots).$$

# Расширение знаний по формулам сокращенного умножения

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Геометрическое доказательство

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
<b>a</b>	<b>a<sup>2</sup></b>	<b>ab</b>	<b>ac</b>
<b>b</b>	<b>ab</b>	<b>b<sup>2</sup></b>	<b>bc</b>
<b>c</b>	<b>ac</b>	<b>bc</b>	<b>c<sup>2</sup></b>

**Найдите квадрат выражения:**

**а)  $(a - x + y)^2$**

**б)  $(a - b - c)^2$**



# Треугольник Паскаля

# Блез Паскаль (1623 – 1662)

---



# Рассмотрим двучлены:

---

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

**Составим таблицу из их коэффициентов:**

---

**1**

**1 1**

**1 2 1**

**1 3 3 1**



# Закон образования коэффициентов

$$1 - 2^0$$

$$1 \ 1 - 2^1$$

$$1 \ 2 \ 1 - 2^2$$

$$1 \ 3 \ 3 \ 1 - 2^3$$

Вариации числа **100**

# Рассмотрим комбинации числа 100:

$$100 = 50 + 50;$$

$$100 = 38 + 62;$$

$$100 = 99 + \frac{99}{99};$$

$$100 = 101 - \frac{101}{101};$$

$$100 = (1 + 2 + 3 + 4)^2;$$

$$100 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3.$$

Изменив положение  
одной цифры, добейтесь,  
чтобы равенство **102 =**  
**100** было верным.





# Примеры вариантов некоторых формул:

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$a^2 = (a - b)(a + b) + b^2$$

The background of the slide is a solid orange color with a pattern of faint, stylized autumn leaves in various shades of brown and orange. The leaves are scattered across the page, creating a seasonal theme.

# Вычисление квадрата числа

$$a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a - b)(a + b) + b^2,$$

где  $b$  – дополнение числа  $a$  до круглого числа.

**Пример.**

**Вычислите  $986^2$**

**1. Круглое число 1000.**

$$a = 986, b = 14, a + b = 1000, a - b = 972.$$

$$2. 986^2 = 972 \cdot 1000 + 14^2 = 972000 + 196 = 972196.$$

Вычислите:

1)  $195^2$

2)  $488^2$

# Математический софизм



# Докажем, что $4 = 5$ .

1. Рассмотрим две разности:  $16 - 36$  и  $25 - 45$ .

2. Добавим число  $\frac{81}{4}$ . Имеем:  $16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$ .

3. Представим эти выражения так:

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2.$$

4. Используем формулу:  $\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$ .

5. Получаем:  $4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$ ,  $4 = 5$ .

# Домашнее задание



1. Обратите внимание на пирамиды чисел:

а)  $1 \cdot 8 + 1 = 9$ ,  $12 \cdot 8 + 2 = 98$ ,  $123 \cdot 8 + 3 = 987$ .

А как дальше?

б)  $1^2 = 1$ ,  $11^2 = 121$ ,  $111^2 = ?$

2. Возведите в степень:

а)  $(2a - b + c)^2$ ; б)  $(a + b)^4$ .

3. Вычислите: а)  $976^2$ ; б)  $295^2$ .

...Мне мудрость не чужда была  
земная, Разгадки тайн ища, не  
ведал сна я.            За семьдесят  
перевалило мне,            Что ж я  
узнал! -                            Что  
ничего не знаю.

Омар Хайям





Обобщающий урок по

теме

**Формулы**

**сокращенн**

**ого**

**умножения**