

Формулы сокращенного умножения

Знание - самое превосходное из владений. Все стремятся к нему, само оно не приходит.

Здравствуйте!

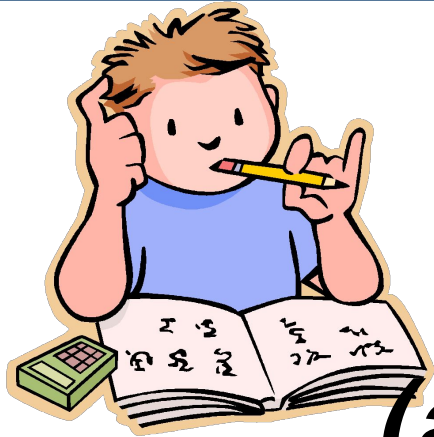


Мальчики и девочки! Я - ваш помощник, сегодня мы познакомимся с формулами сокращенного умножения, которые позволяют не умножать каждый раз один многочлен на другой, а пользоваться готовым результатом.

Мы рассмотрим два способа доказательства формул и примеры их применения, а также вам будут предложены задания для самопроверки.

Желаю удачи!

Квадрат суммы



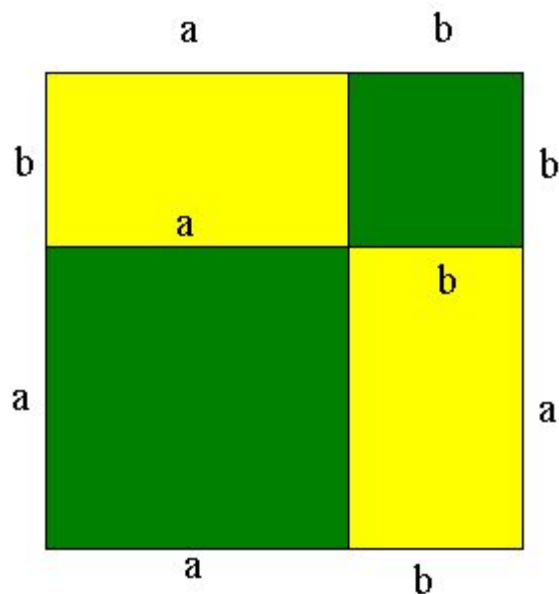
*КВАДРАТ СУММЫ ДВУХ
ВЫРАЖЕНИЙ РАВЕН СУММЕ ИХ
КВАДРАТОВ ПЛЮС ИХ
УДВОЕННОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ*

$$(a+b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)$$

Доказательство:

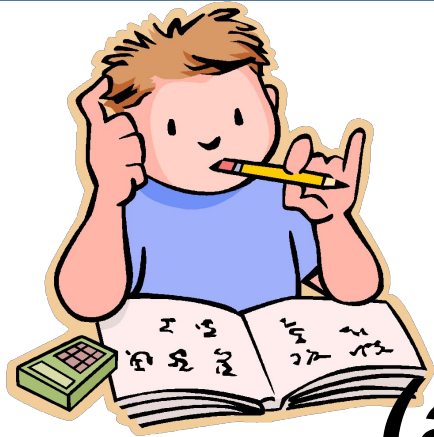
$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b) (a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b \\ &= a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



- Пусть a и b — положительные числа. Рассмотрим квадрат со стороной $a+b$ и вырежем в двух его углах квадраты со сторонами a и b . Площадь квадрата со стороной $a+b$ равна $(a+b)^2$
- Этот квадрат мы разрезали на 4 части: квадрат со стороной a (его площадь a^2), квадрат со стороной b (его площадь b^2), 2 прямоугольника со сторонами a и b (площадь каждого прямоугольника равна ab)
- Значит, $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

Квадрат разности



*Квадрат разности двух
выражений равен сумме
их квадратов минус их
удвоенное произведение*

$$(a-b)^2 = (a^2 - 2ab + b^2)$$

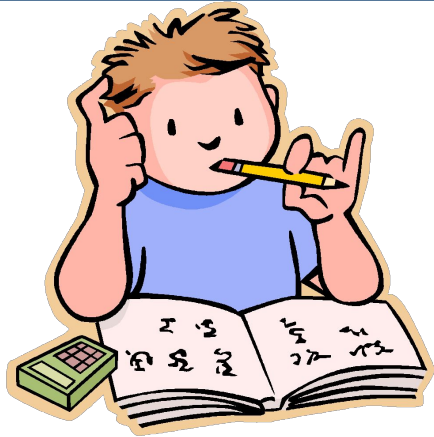
Доказательство:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



- При использовании формул квадрата суммы или квадрата разности учитывайте, что
- $(-a - b)^2 = (a + b)^2$;
- $(b - a)^2 = (a - b)^2$.
- Это следует из того, что $(-a)^2 = a^2$

Разность квадратов

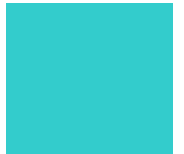


□ разность квадратов
равна произведению
суммы одночленов на их
разность

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

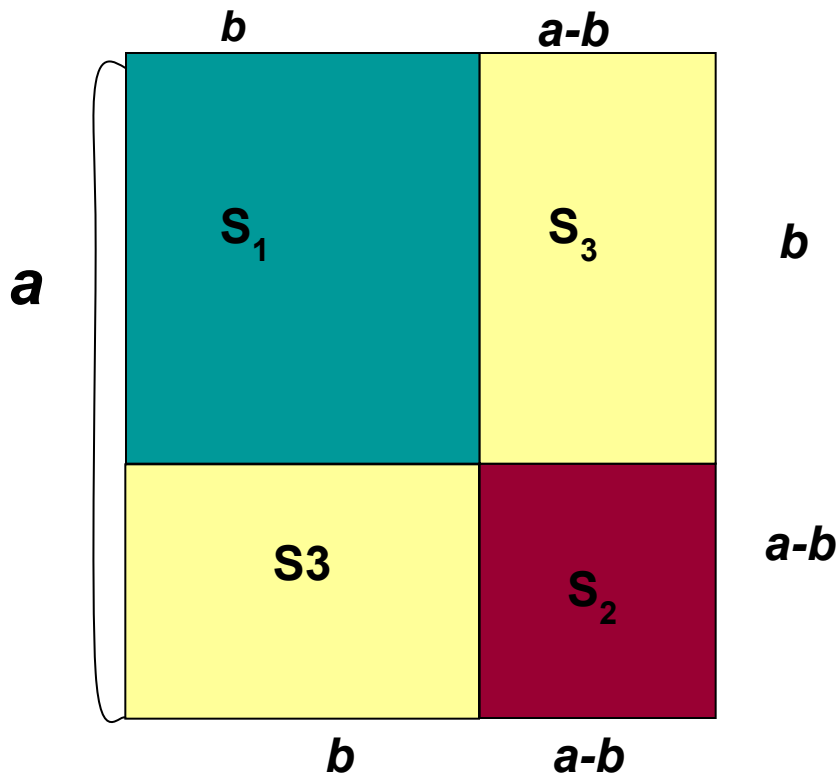
Доказательство:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \underline{ab} + \underline{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$



Разность квадратов

Доказательство:



S – площадь квадрата со стороной a .

По рисунку получаем

$$S = S_1 + S_2 + 2S_3$$

таким образом, получаем

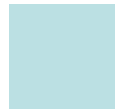
$$a^2 = b^2 + (a-b)^2 + 2(a-b)b$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a-b + 2b)$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Доказано

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

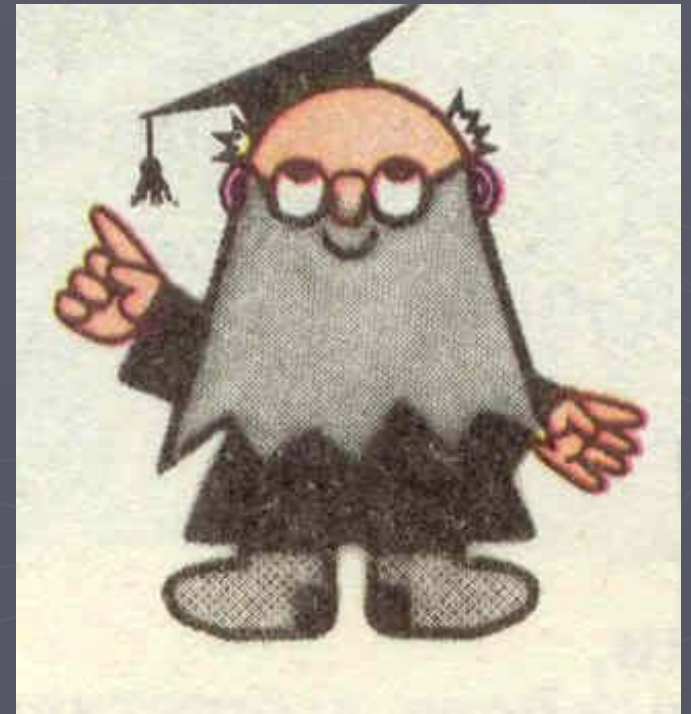


Некоторые математические фокусы

- Отметим, что на формулах квадрата суммы и квадрата разности основаны некоторые математические фокусы, позволяющие производить вычисления в уме. Например, можно практически устно возводить в квадрат числа, оканчивающиеся на 1, 2, 8 и 9.
- $71^2 = (70 + 1)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 = 4900 + 140 + 1 = 5041$
- Но самый элегантный фокус связан с возведением в квадрат чисел, оканчивающихся цифрой 5:
- $85^2 = (80 + 5)^2 = 80^2 + 2 \cdot 80 \cdot 5 + 5^2 = 80 \cdot (80 + 10) + 25 = 80 \cdot 90 + 25 = 7200 + 25 = 7225$

Мы рассмотрели два вида доказательства формул сокращенного умножения. Вы увидели, что формулы можно доказать и геометрически.

Перейдём к практической работе. Сейчас я вам покажу как применяются эти формулы при решении задач.



Решай вместе со мной.

• Решаем примеры:

I. Представить в виде многочлена:

a) $(x+4)(x-4)=x^2-16$

b) $(3-m)(3+m)=9-m^2$

c) $(8+y)(y-8)=y^2-64$

II. Разложить на множители:

a) $c^2-25=(c-5)(c+5)$

b) $81-p^2=(9+p)(9-p)$

c) $0,36-y^2=(0,6-y)(0,6+y)$



Предлагаю вам примеры для самостоятельного решения:



$$(3x+4)(3x-4)= 9x^2-16$$

$$(2-5n)(5n+2)= 4-25n^2$$

$$(7c^2+4x)(4x-7c^2)= 16x^2-49c^4$$

$$81p^2-16a^2= (9p+4a)(9p-4a)$$

$$25-36b^4d^2= (5-6b^2d)(5+6b^2d)$$

$$0,49a^6-1= (0,7a^3-1)(0,7a^3+1)$$

Нажми любую клавишу и появятся ответы для самопроверки.

Быстрый счёт

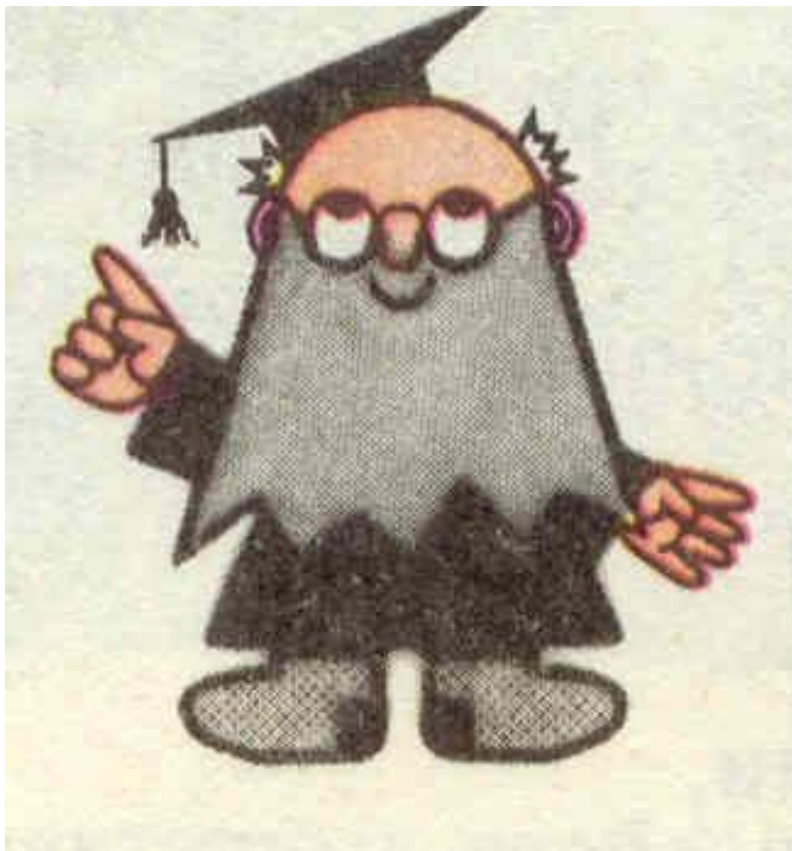
А я догадался, как можно использовать эту формулу для быстрых вычислений. Смотри и учись.



$$29^2 - 28^2 = (29 - 28)(29 + 28) = 1 \cdot 57 = 57$$

$$73^2 - 63^2 = (73 + 63)(73 - 63) = 136 \cdot 10 = 1360$$

$$133^2 - 134^2 = (133 - 134)(133 + 134) = -1 \cdot 267 = -267$$



***А сейчас я
предлагаю
вам
познакомить
ся с задачей
Пифагора.***

Задача Пифагора

«*Всякое нечётное число, кроме единицы, есть разность двух квадратов.*»

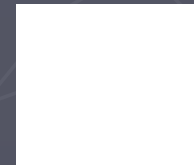
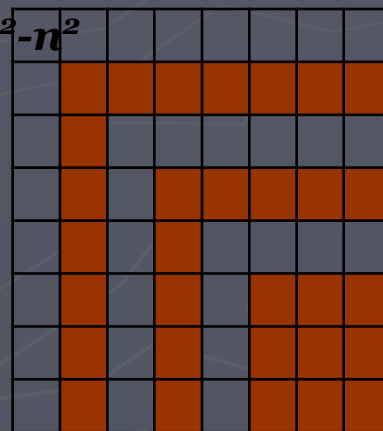
Решение задачи:

$(n+1)^2 - n^2 = (n+1-n)(n+1+n) = 2n+1$ получили нечётное число

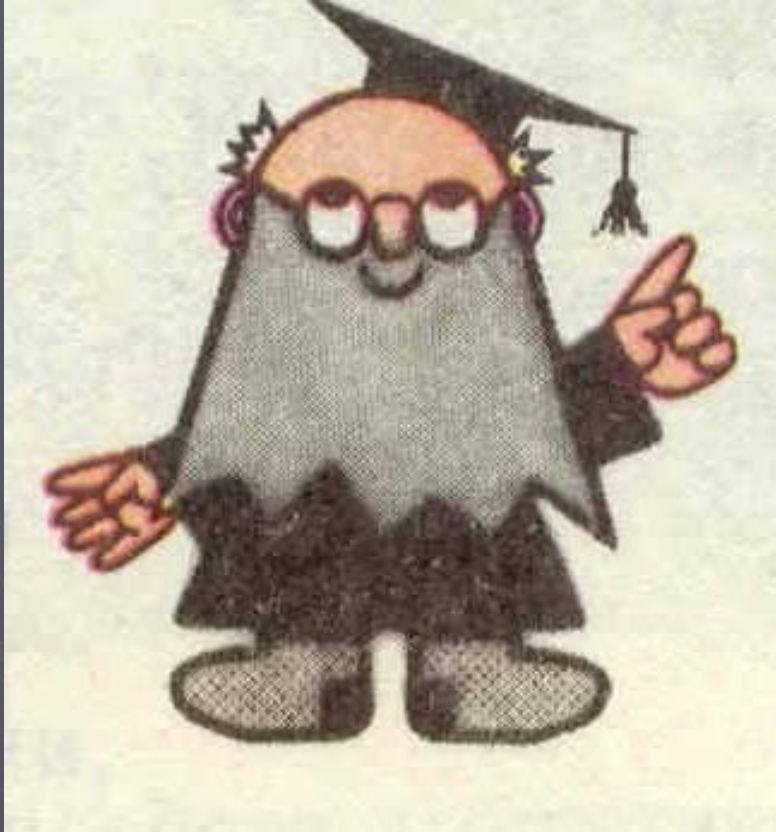


В школе Пифагора эта задача решалась геометрически. Действительно, если от квадрата отнять гномон, представляющий нечётное число элементарных квадратов, составляющих полный законченный ряд (на рис. выделено цветом), то в остатке получится квадрат, т.е.

$$2n+1 = (n+1)^2 - n^2$$



Вот и завершается наш урок.



На этом уроке вы, ребята, познакомились с формулами сокращенного умножения, рассмотрели два способа доказательства этих формул, а также примеры их применения.

Вам были предложены упражнения для решения и вы могли проверить себя.

Я только хочу вам напомнить, что при решении задач, упражнений на применение формул нужно искать различные подходы, разнообразные способы.

До свидания.