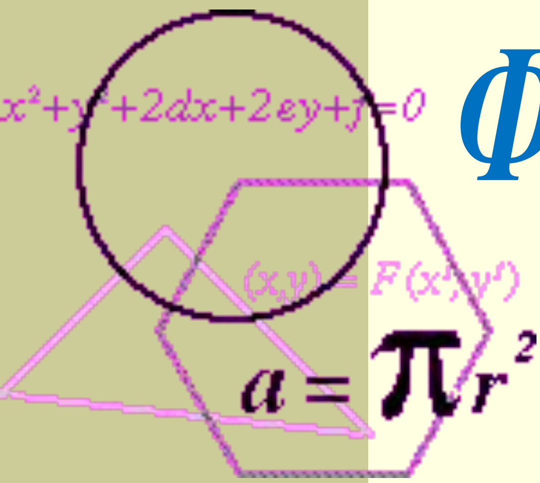
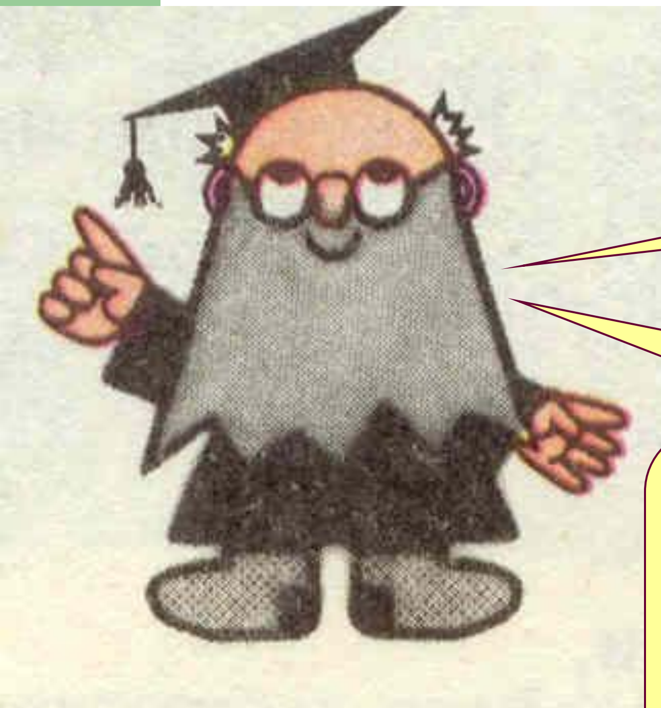


Формулы сокращённого умножения

Знание - самое превосходное из владений. Все стремятся к нему, само оно не приходит.

Здравствуйте!

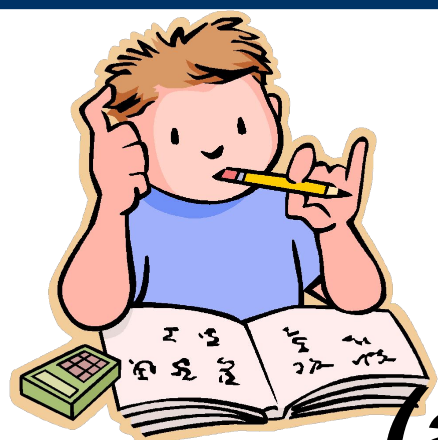
Мальчики и девочки! Я - ваш помощник, сегодня мы познакомимся с формулами сокращенного умножения, которые позволяют не умножать каждый раз один многочлен на другой, а пользоваться готовым результатом.



Мы рассмотрим два способа доказательства формул и примеры их применения, а также вам будут предложены задания для самопроверки.

Желаю удачи!

Квадрат суммы



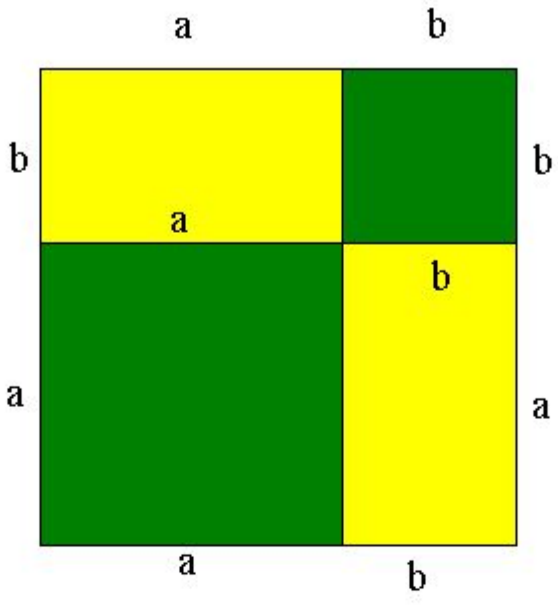
КВАДРАТ СУММЫ ДВУХ ВЫРАЖЕНИЙ РАВЕН СУММЕ ИХ КВАДРАТОВ ПЛЮС ИХ УДВОЕННОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

$$(a+b)^2=(a^{2}+2ab+b^{2})$$

Доказательство:

$$(a+b)^2 = (a+b)\,(a+b) = a\cdot a + a\cdot b + b\cdot a + b\cdot b$$
$$= a^2+\underline{ab}+\underline{ab}+b^2= a^2 + 2ab +b^2$$

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО



- Пусть a и b — положительные числа. Рассмотрим квадрат со стороной a+b и вырежем в двух его углах квадраты со сторонами a и b. Площадь квадрата со стороной a+b равна $(a+b)^2$
- Этот квадрат мы разрезали на 4 части: квадрат со стороной a (его площадь a^2), квадрат со стороной b (его площадь b^2), 2 прямоугольника со сторонами a и b (площадь каждого прямоугольника равна ab)
- Значит, $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

Квадрат разности

Квадрат разности двух выражений равен сумме их квадратов минус их удвоенное произведение

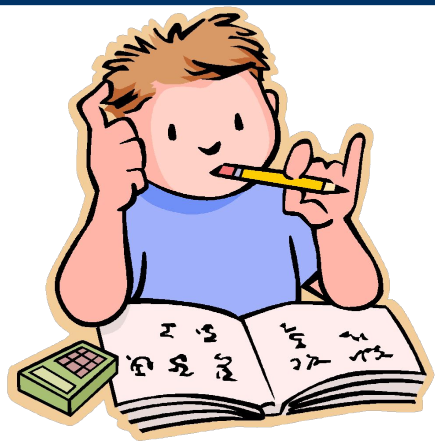
$$(a-b)^2=(a^{2} - 2ab + b^{2})$$

Доказательство:

$$(a-b)^2 = (a-b)\ (a-b) = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b =$$
$$a^2-\underline{ab}-\underline{ab}+b^2= a^2 -2ab +b^2$$

- При использовании формул квадрата суммы или квадрата разности учитывайте, что
- **$(-a - b)^2 = (a + b)^2$;**
- **$(b - a)^2 = (a - b)^2$.**
- Это следует из того, что $(-a)^2 = a^2$

Разность квадратов



- разность квадратов равна произведению суммы одночленов на их разность

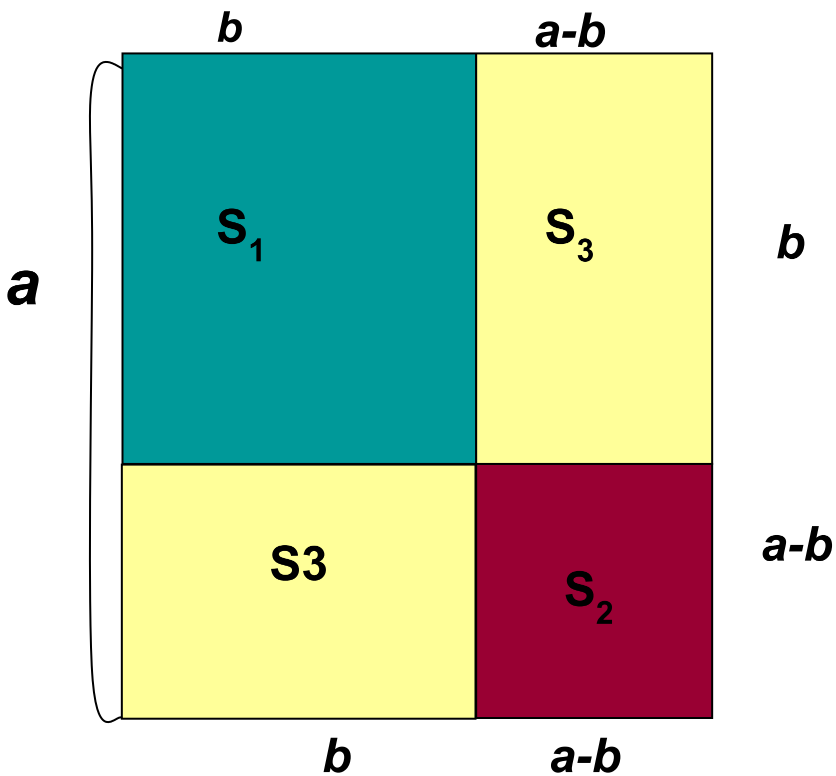
$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

Доказательство:

$$(a+b)(a-b)= a^2-\underline{ab}+\underline{ab}-b^2= a^2-b^2$$

Разность квадратов

Доказательство:



S-**площадь квадрата со стороной** a.

По рисунку получаем

$$S=S_1+S_2+2S_3$$

таким образом, получаем

$$a^2=b^2+(a-b)^2+2(a-b)b$$

$$a^2-b^2=(a-b)(a-b+2b)$$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

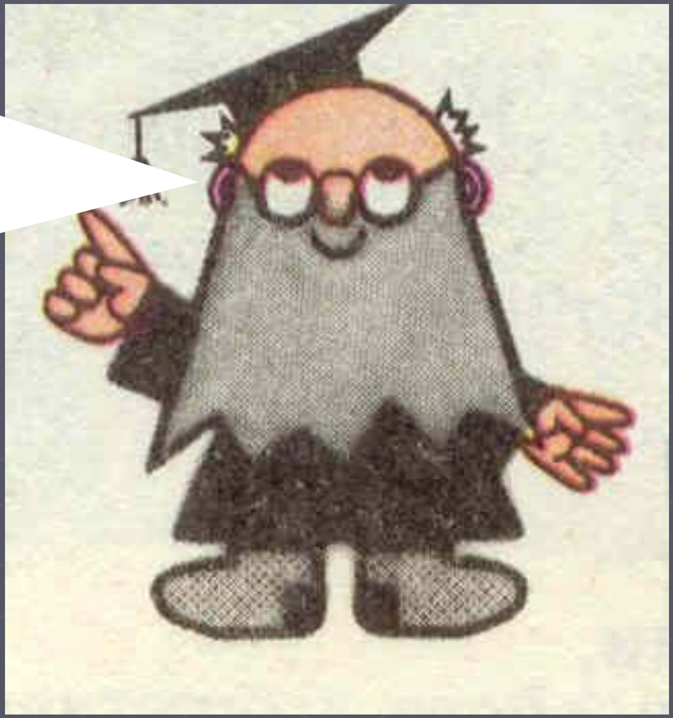
Доказано $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

Некоторые математические фокусы

- Отметим, что на формулах квадрата суммы и квадрата разности основаны некоторые математические фокусы, позволяющие производить вычисления в уме. Например, можно практически устно возводить в квадрат числа, оканчивающиеся на 1, 2, 8 и 9.
- **$71^2 = (70 + 1)^2 = 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 = 4900 + 140 + 1 = 5041$**
- Но самый элегантный фокус связан с возведением в квадрат чисел, оканчивающихся цифрой 5:
- **$85^2 = (80 + 5)^2 = 80^2 + 2 \cdot 80 \cdot 5 + 5^2 = 80 \cdot (80 + 10) + 25 =$**
  $= 80 \cdot 90 + 25 = 7200 + 25 = 7225$

Мы рассмотрели два вида доказательства формул сокращенного умножения. Вы увидели, что формулы можно доказать и геометрически.

Перейдём к практической работе. Сейчас я вам покажу как применяются эти формулы при решении задач.



Решай вместе со мной.

- **Решаем примеры:**

I. **Представить в виде многочлена:**

a) $(x+4)(x-4)=x^2-16$

b) $(3-m)(3+m)=9-m^2$

c) $(8+y)(y-8)=y^2-64$

II. **Разложить на множители:**

a) $c^2-25=(c-5)(c+5)$

b) $81-p^2=(9+p)(9-p)$

c) $0{,}36-y^2=(0{,}6-y)(0{,}6+y)$

Предлагаю вам примеры для самостоятельного решения:

$(3x+4)(3x-4)=$	$9x^2-16$
$(2-5n)(5n+2)=$	$4-25n^2$
$(7c^2+4x)(4x-7c^2)=$	$16x^2-49c^4$
$81p^2-16a^2=$	$(9p+4a)(9p-4a)$
$25-36b^4d^2=$	$(5-6b^2d)(5+6b^2d)$
$0{,}49a^6-1=$	$(0{,}7a^3-1)(0{,}7a^3+1)$

Нажми любую клавишу и появятся ответы для самопроверки.

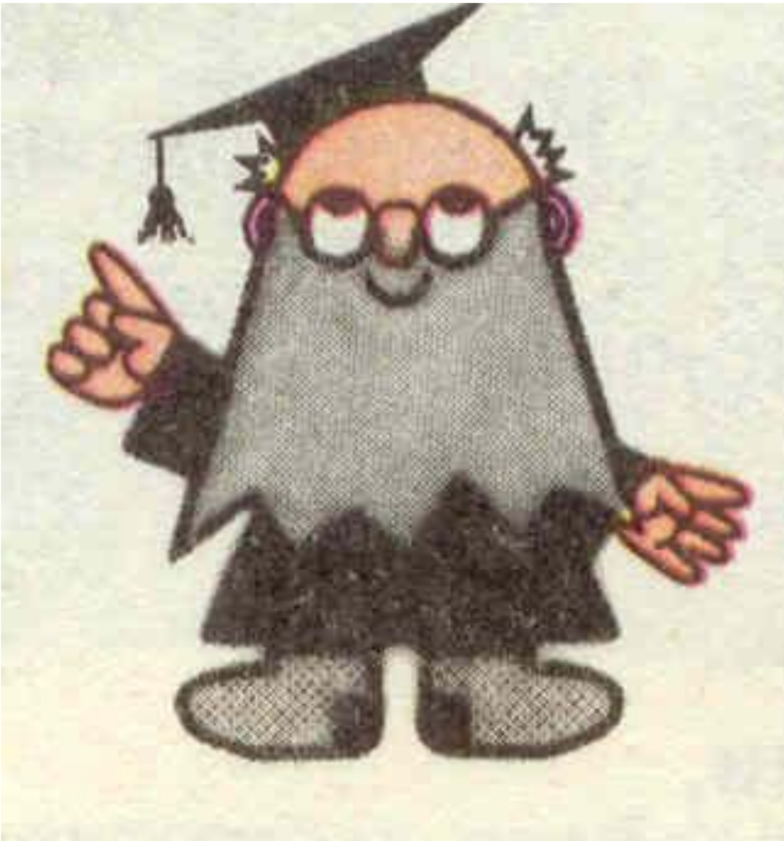
Быстрый счёт

А я догадался, как можно использовать эту формулу для быстрых вычислений. Смотри и учись.

$29^2-28^2=(29-28)(29+28)=1\cdot 57=57$

$73^2-63^2=(73+63)(73-63)=136\cdot 10=1360$

$133^2-134^2=(133-134)(133+134)= -1\cdot 267= -267$



А сейчас я предлагаю вам познакомиться с задачей Пифагора.

Задача Пифагора

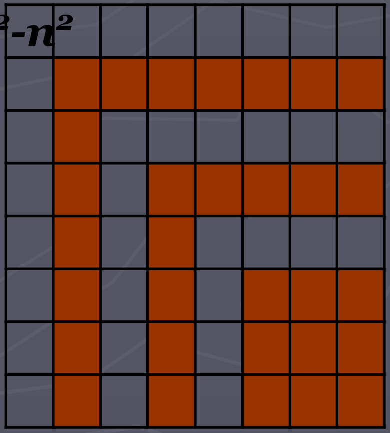
«Всякое нечётное число, кроме единицы, есть разность двух квадратов.»

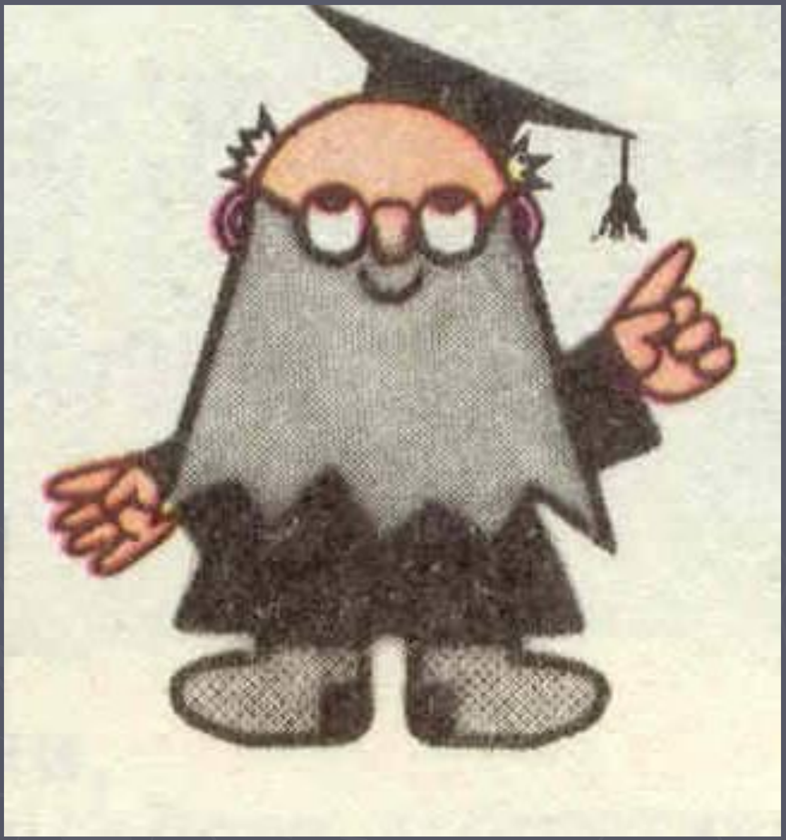
<u>Решение задачи:</u>

$(n+1)^2-n^2=(n+1-n)(n+1+n)=2n+1$- получили нечётное число

В школе Пифагора эта задача решалась геометрически. Действительно, если от квадрата отнять гномон, представляющий нечётное число элементарных квадратов, составляющих полный законченный ряд (на рис. выделено цветом), то в остатке получится квадрат, т.е.

$2n+1=(n+1)^2-n^2$





Вот и завершается наш урок.

На этом уроке вы, ребята, познакомились с формулами сокращенного умножения, рассмотрели два способа доказательства этих формул, а также примеры их применения.

Вам были предложены упражнения для решения и вы могли проверить себя.

Я только хочу вам напомнить, что при решении задач, упражнений на применение формул нужно искать различные подходы, разнообразные способы.

До свидания.