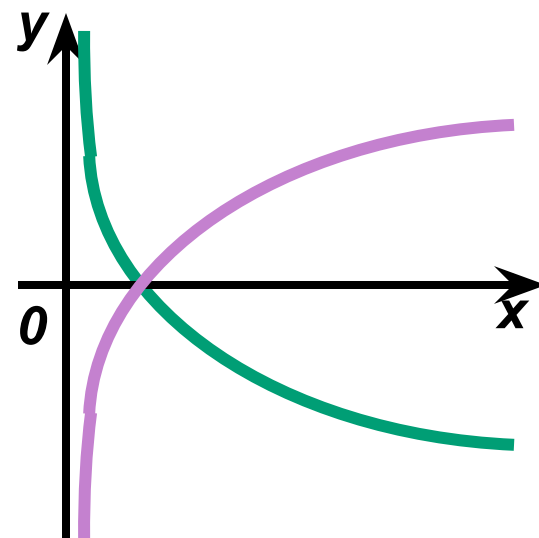
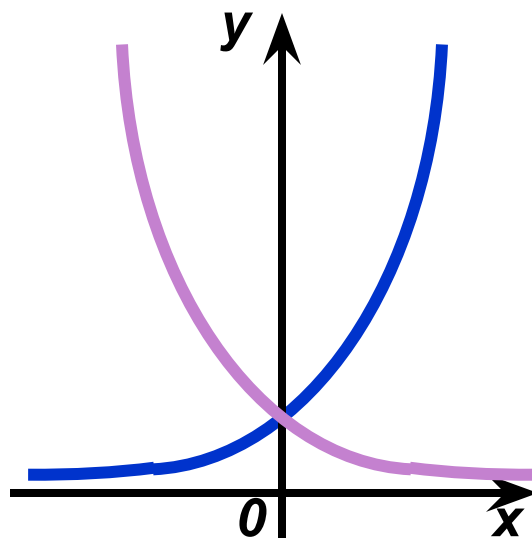
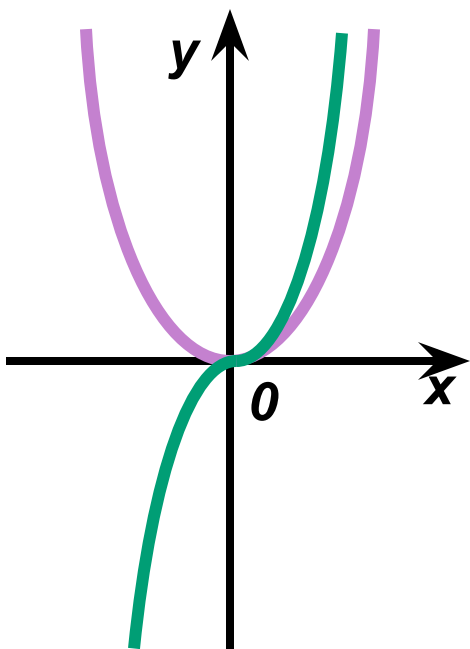


Функции и их графики





Содержание

- Функции и их графики.
- Преобразование графиков функций.
- Свойства функций.



Функции.

- ① Линейная функция
- ② Квадратичная функция
- ③ Степенная функция
- ④ Обратная пропорциональность
- ⑤ Показательная функция
- ⑥ Логарифмическая функция
- ⑦ Тригонометрические функции



Линейная функция

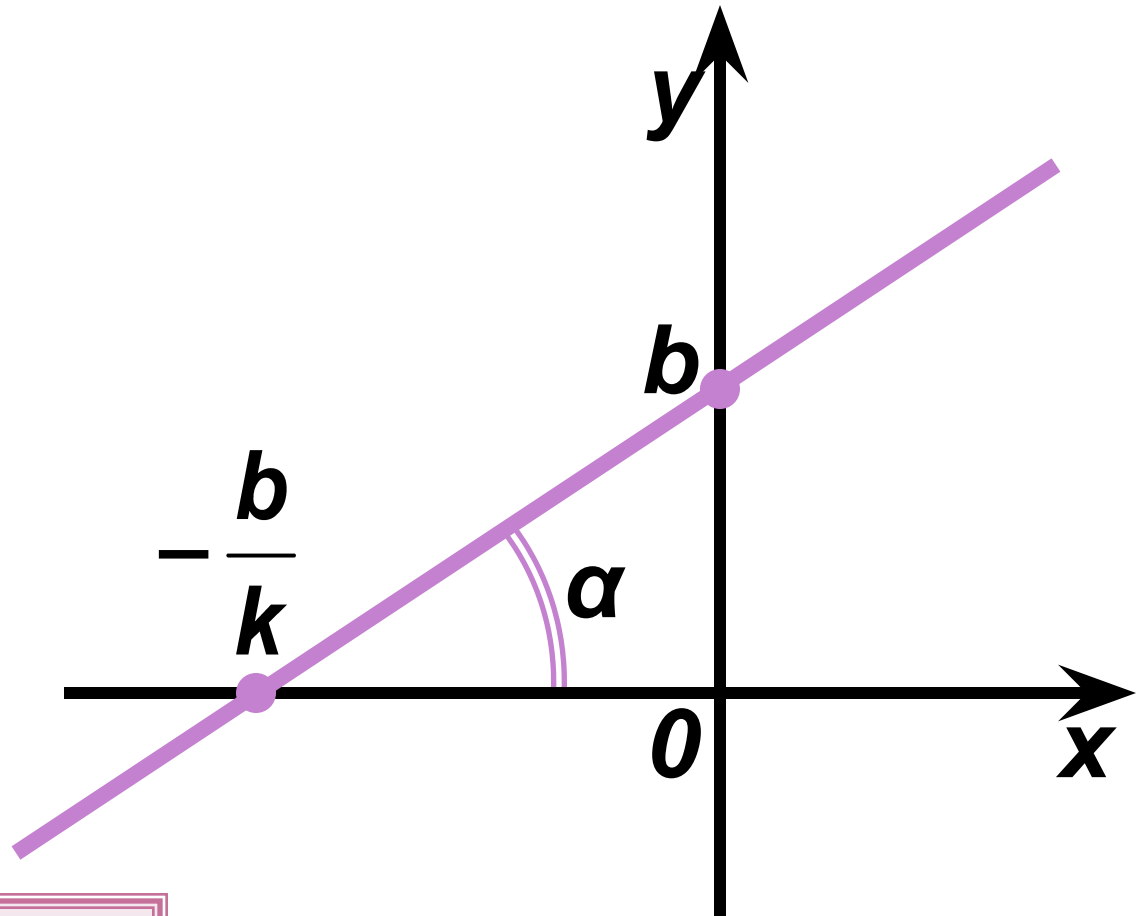
$$y = kx + b$$

b – свободный коэффициент

k – угловой коэффициент

$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

Свойства линейной функции



Квадратичная функция

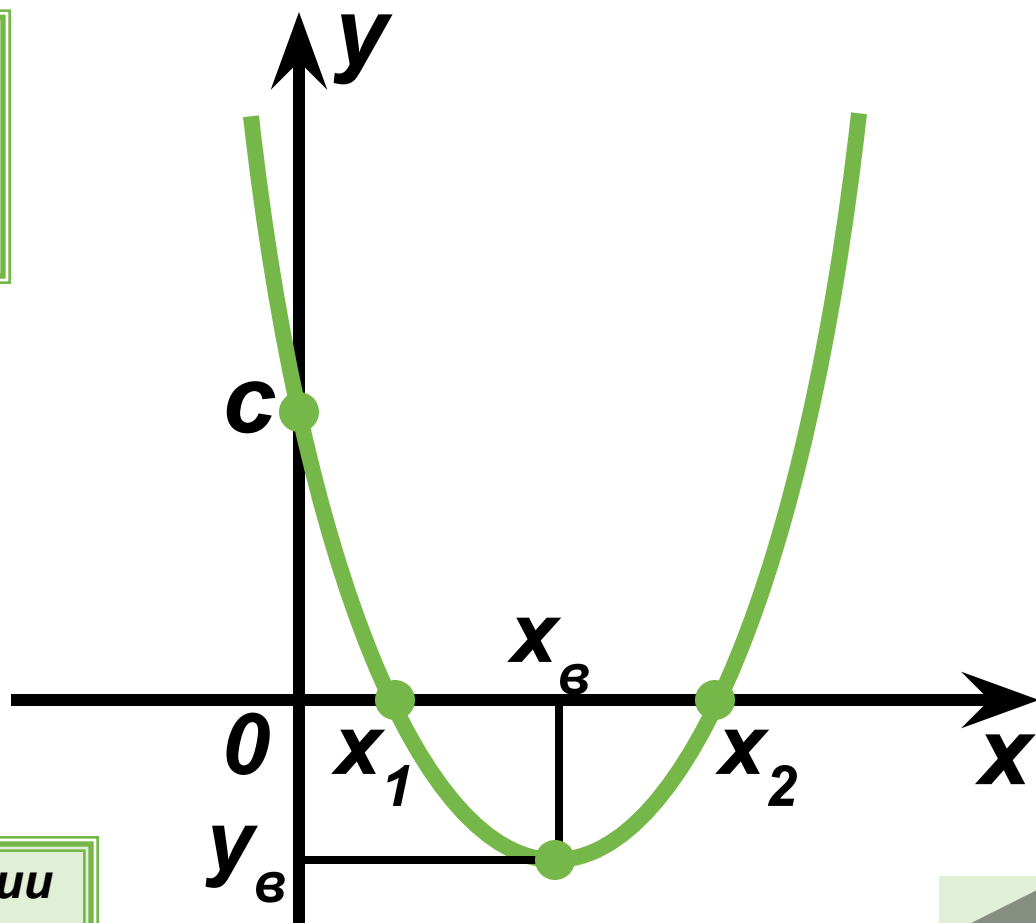
$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_B = -\frac{b}{2a}$$

$$y_B = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Свойства квадратичной функции

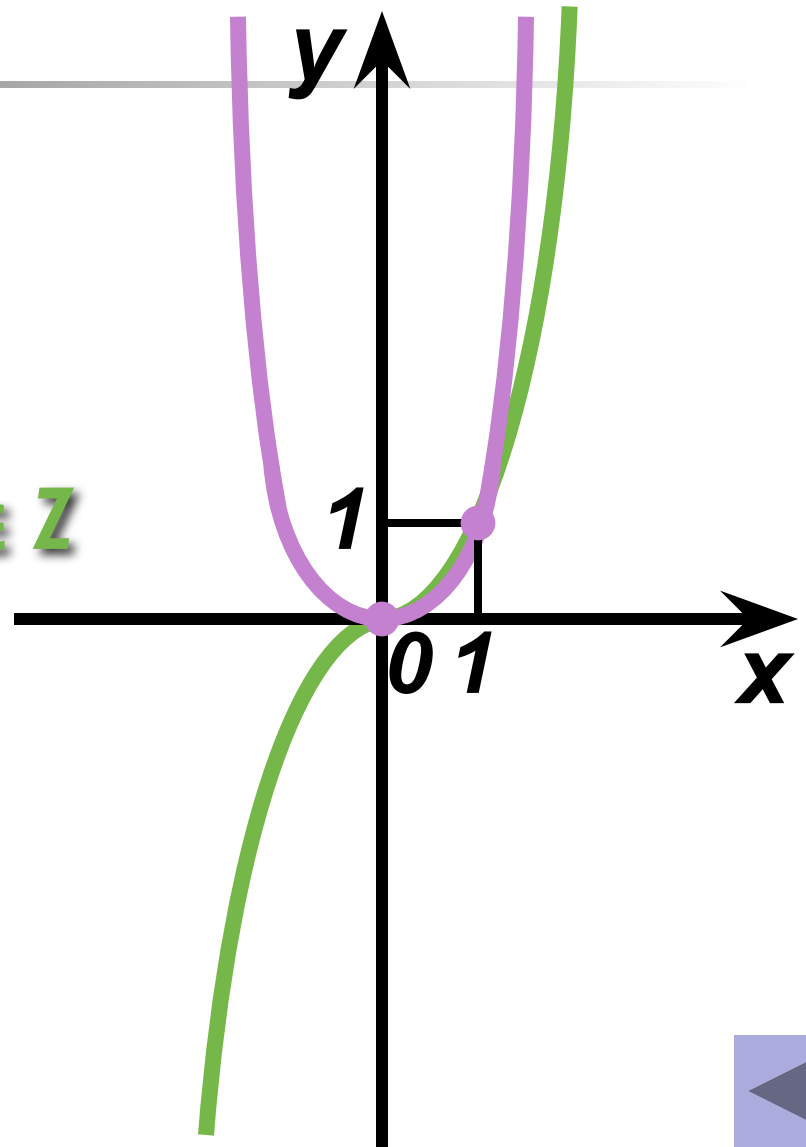


Степенная функция

$$y = x^n$$

$$y = x^n, \text{ где } n = 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = x^n, \text{ где } n = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$$

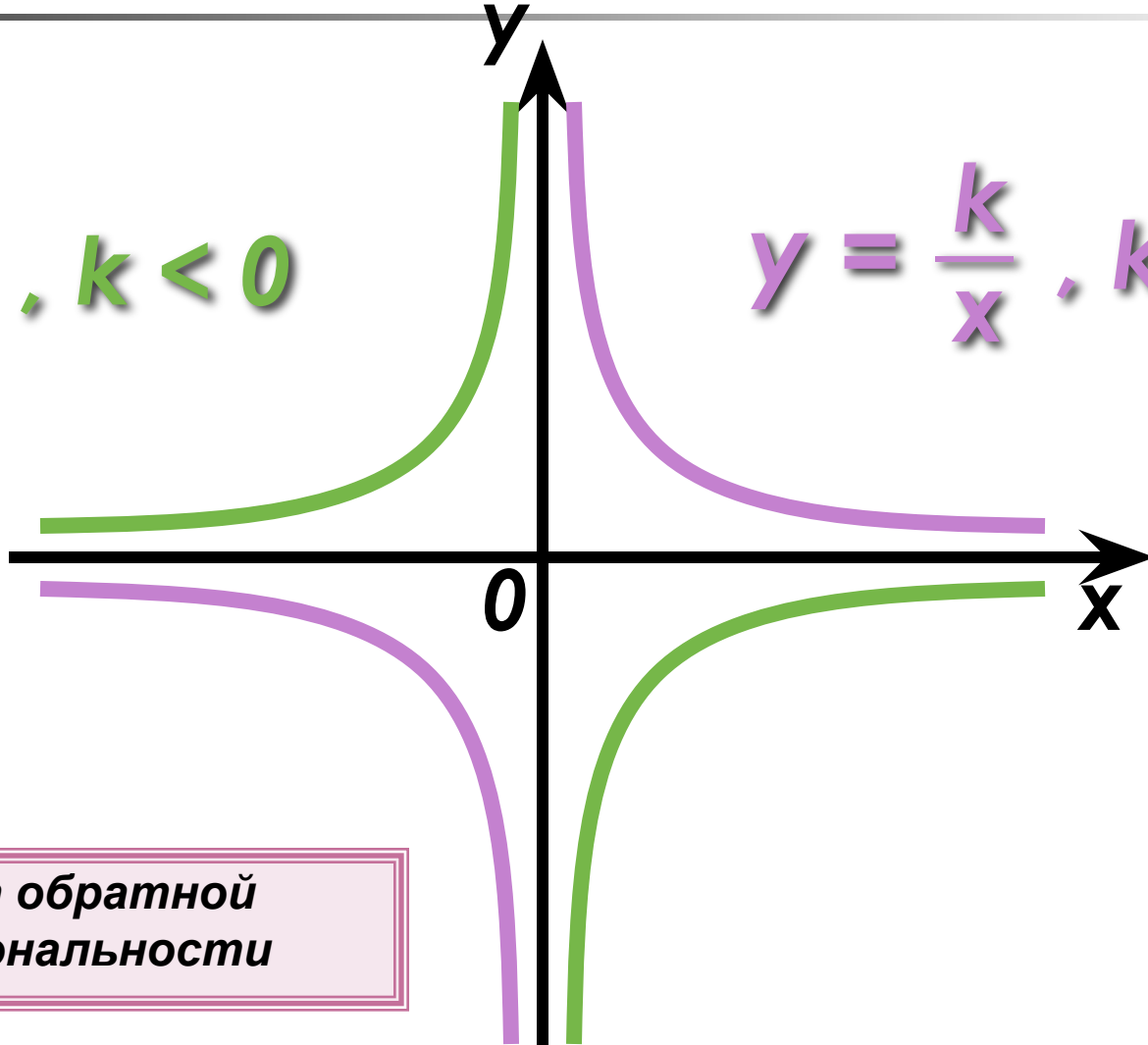


Свойства степенной функции

Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x}, k < 0$$

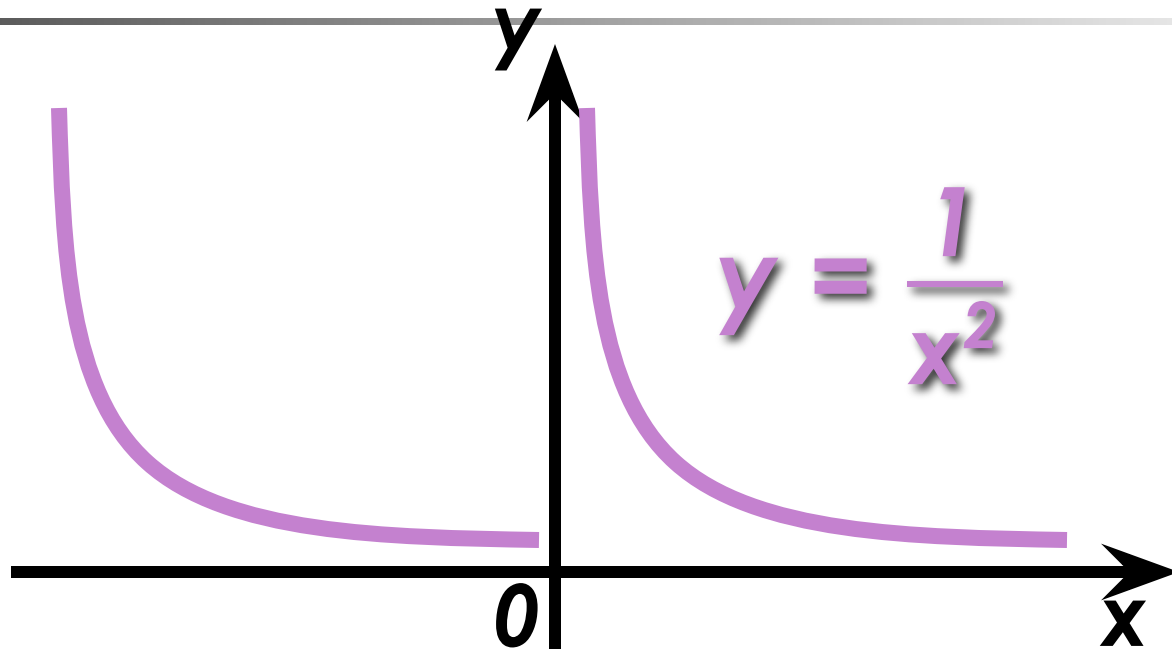
$$y = \frac{k}{x}, k > 0$$



Свойства обратной пропорциональности

Степенная функция

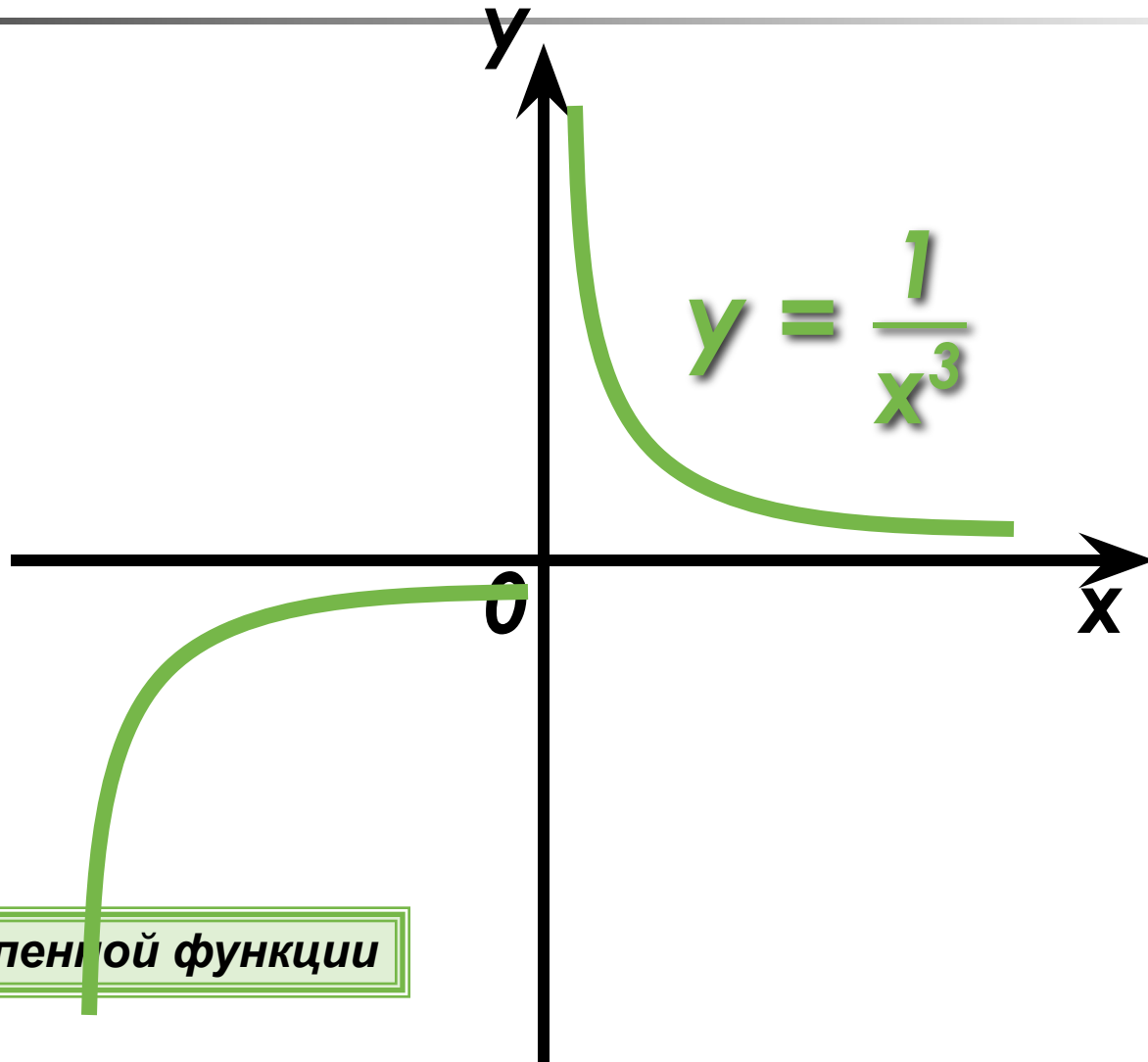
$$y = x^{-n}, n - \text{четное}$$



Свойства степенной функции

Степенная функция

$$y = x^{-n}, n - \text{нечетное}$$



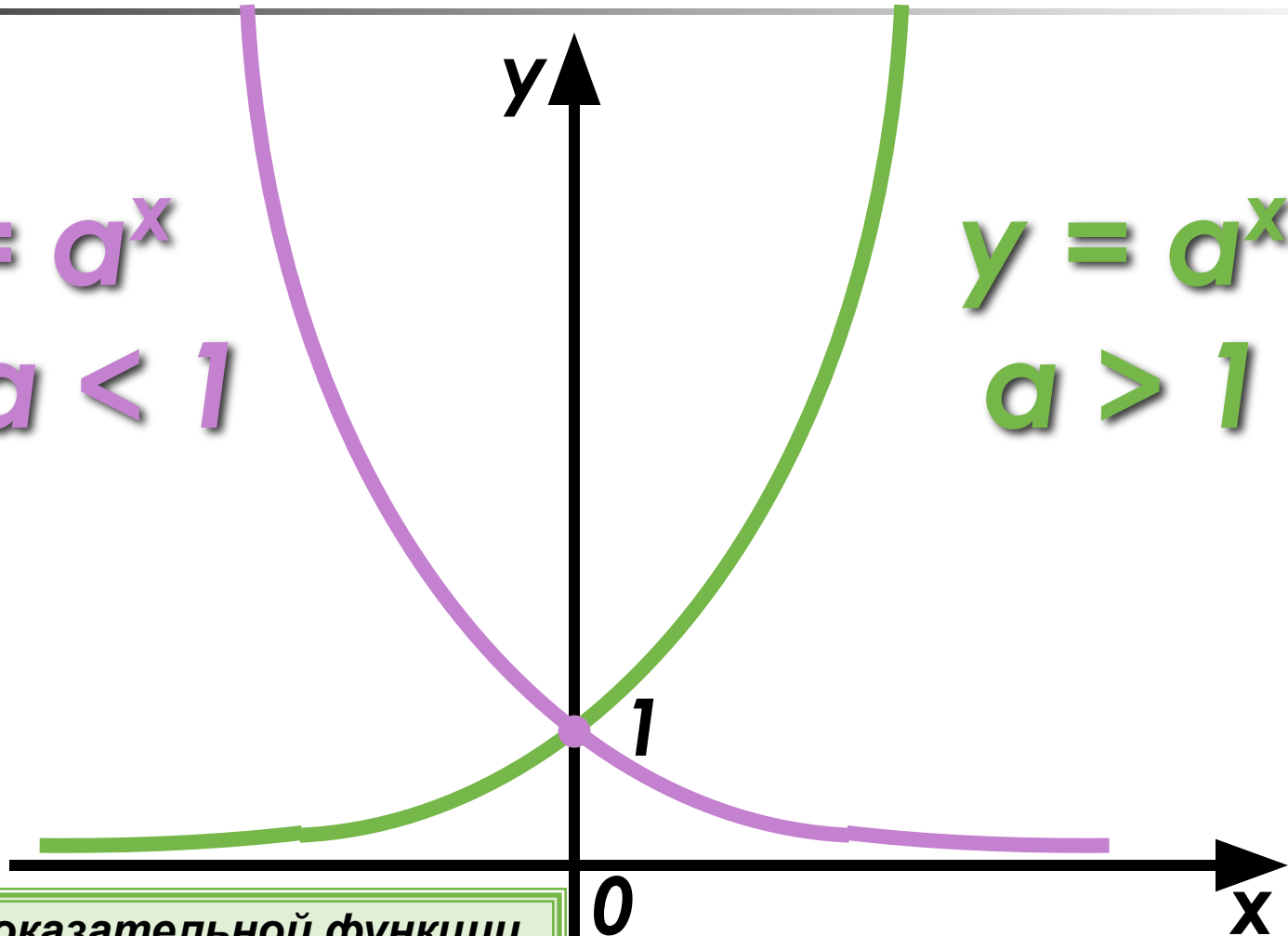
Свойства степенной функции

Показательная функция

$$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

$$y = a^x$$
$$0 < a < 1$$

$$y = a^x$$
$$a > 1$$



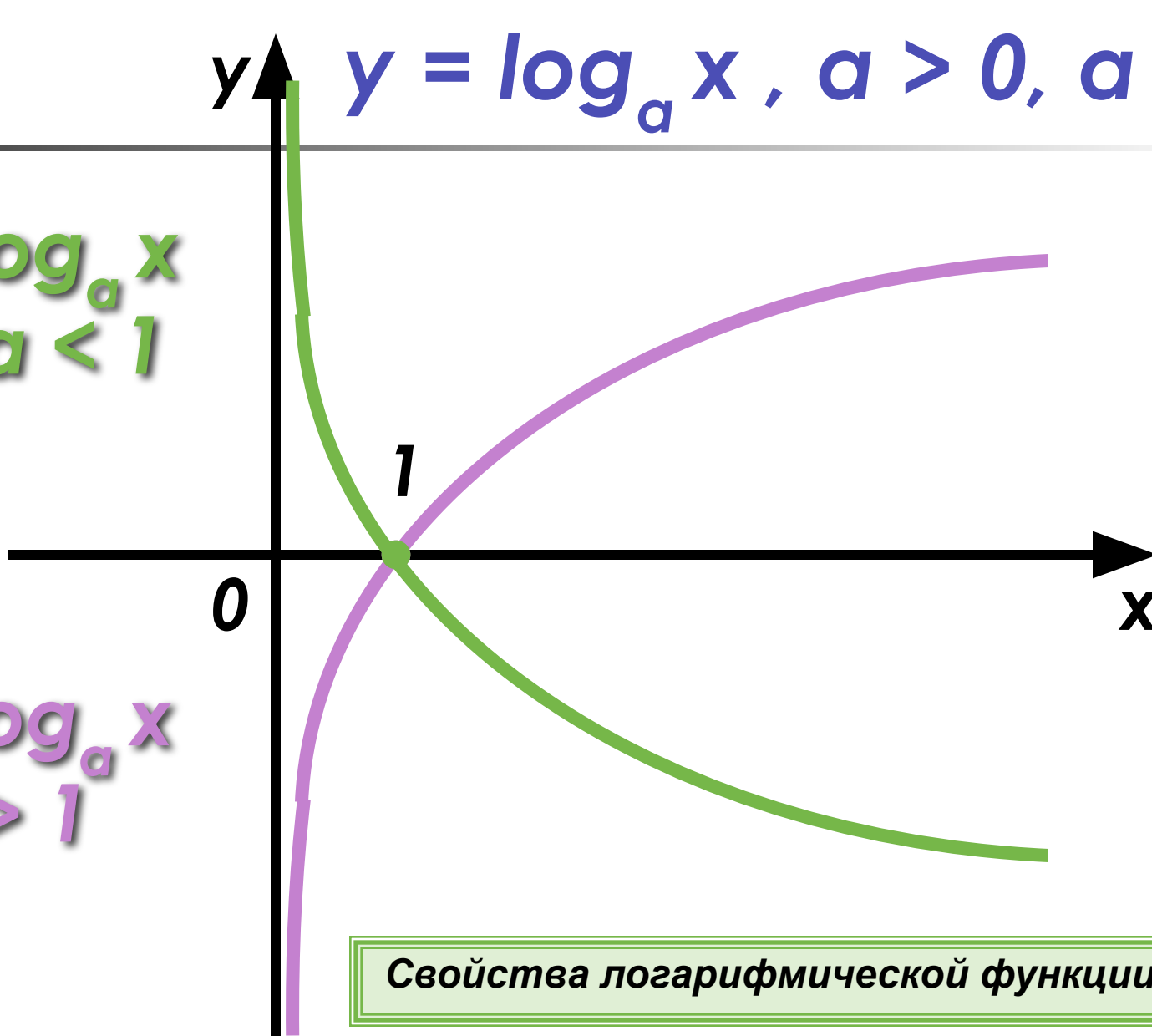
Свойства показательной функции

Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

$$y = \log_a x$$
$$0 < a < 1$$

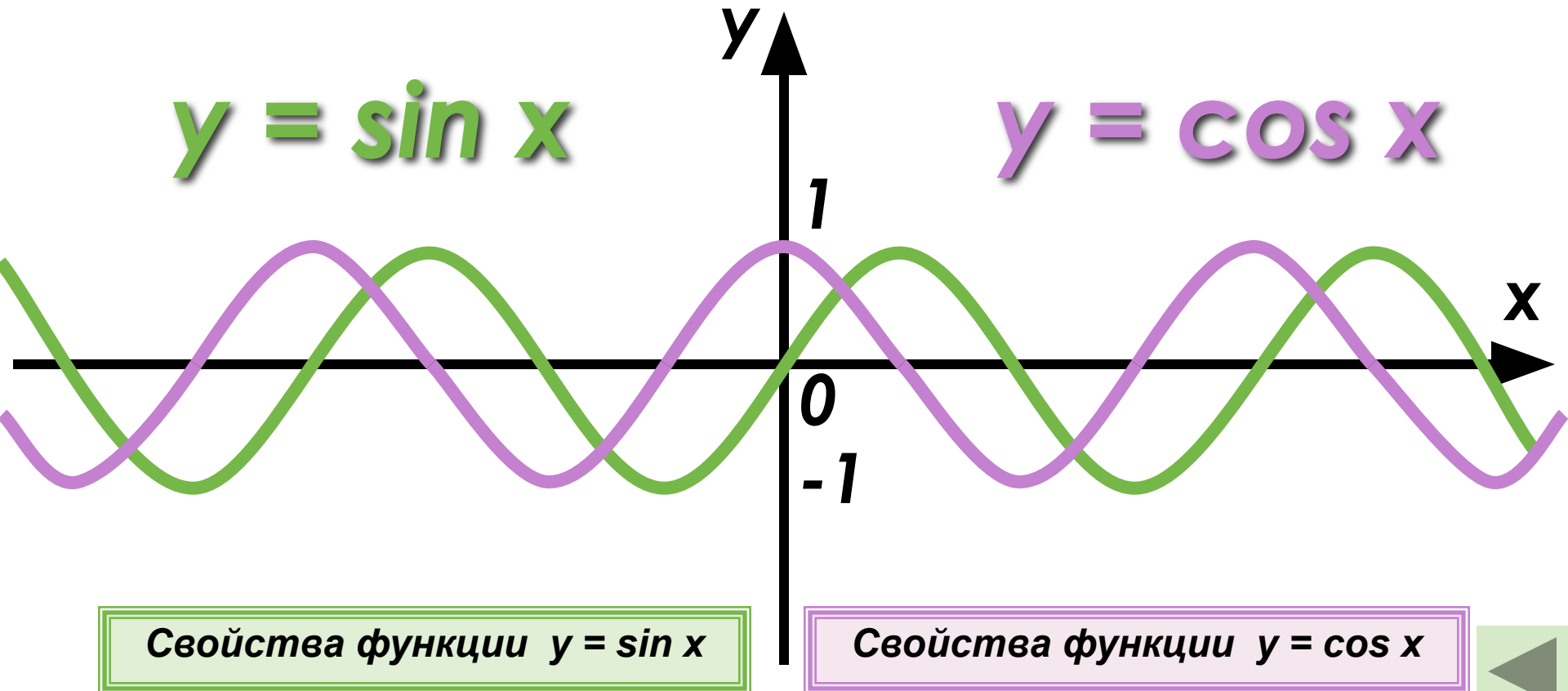
$$y = \log_a x$$
$$a > 1$$



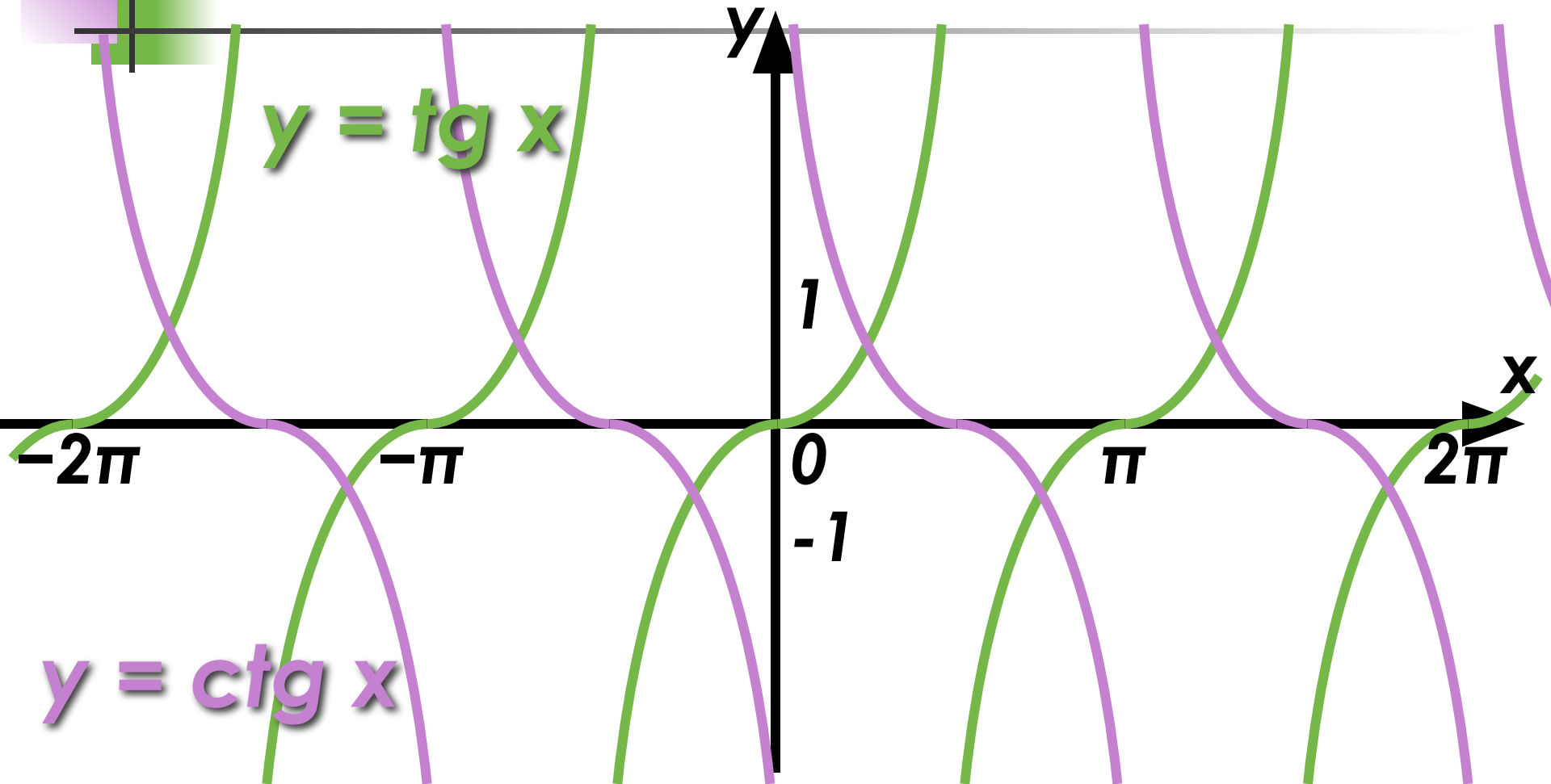
Свойства логарифмической функции

Тригонометрические

функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$



Тригонометрические функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$



Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$

Свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$

Геометрические преобразования графиков

① Преобразование вида $y = f(x)$ $y =$

$$f(x) \pm y = f(x) + \underline{b}$$

② Преобразование вида $y = f(x - a)$

③ Преобразование вида $y = kf(x)$

④ Преобразование вида $y = f(mx)$

⑤ Преобразование вида $y = |f(x)|$

⑥ Преобразование вида $y = f(|x|)$

⑦ Преобразование вида $|y| = f(x)$



1. Преобразование вида $y = f(x) + b$

— Это параллельный перенос
графика функции $y = f(x)$ на b
единиц **вдоль оси ординат**

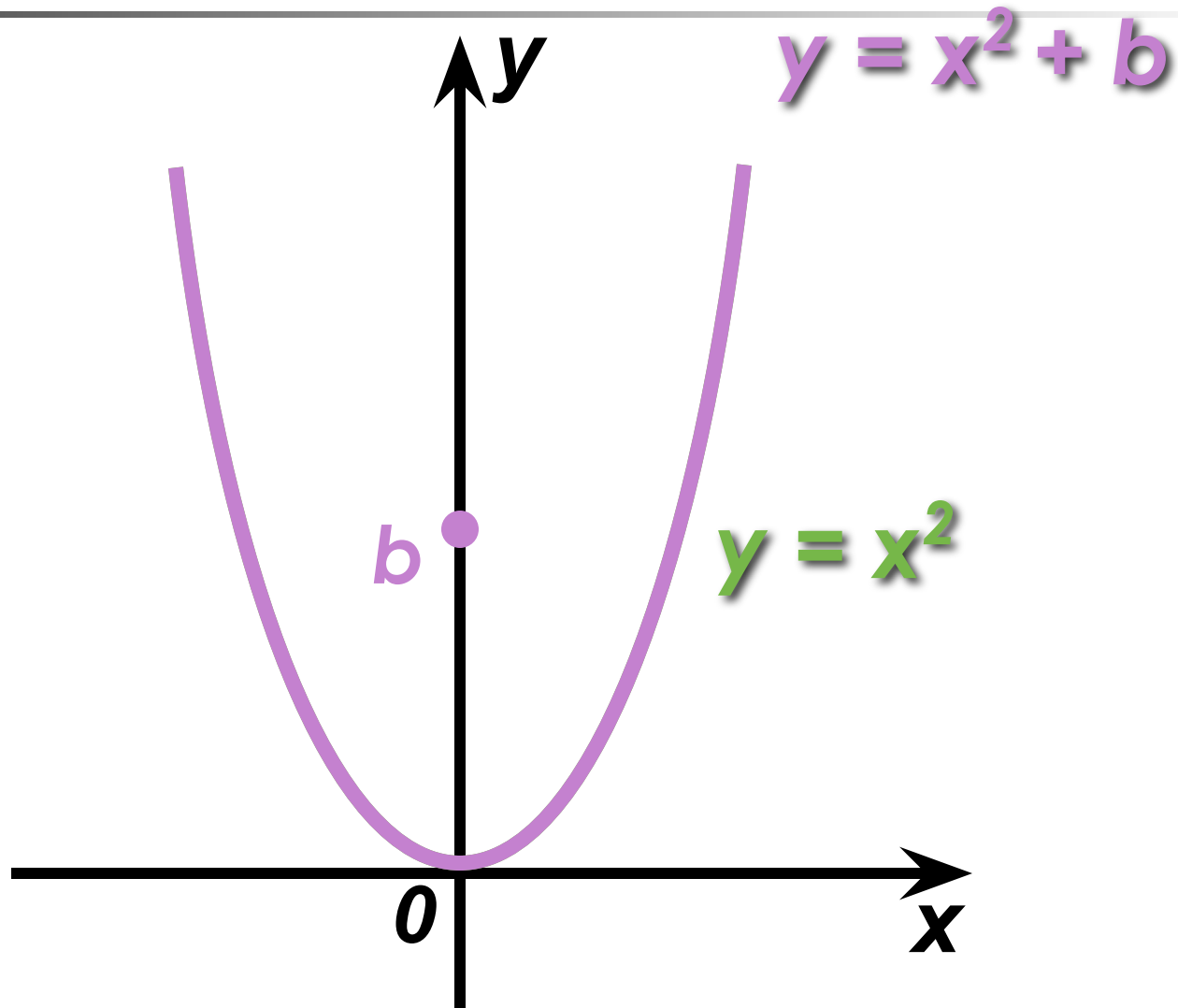
Если $b > 0$, то
происходит



Если $b < 0$, то
происходит



1. Преобразование вида $y = f(x) + b$



2. Преобразование вида $y = f(x - a)$

— Это параллельный перенос графика функции $y = f(x)$ на a единиц вдоль оси абсцисс

Если $a > 0$, то происходит

смещение



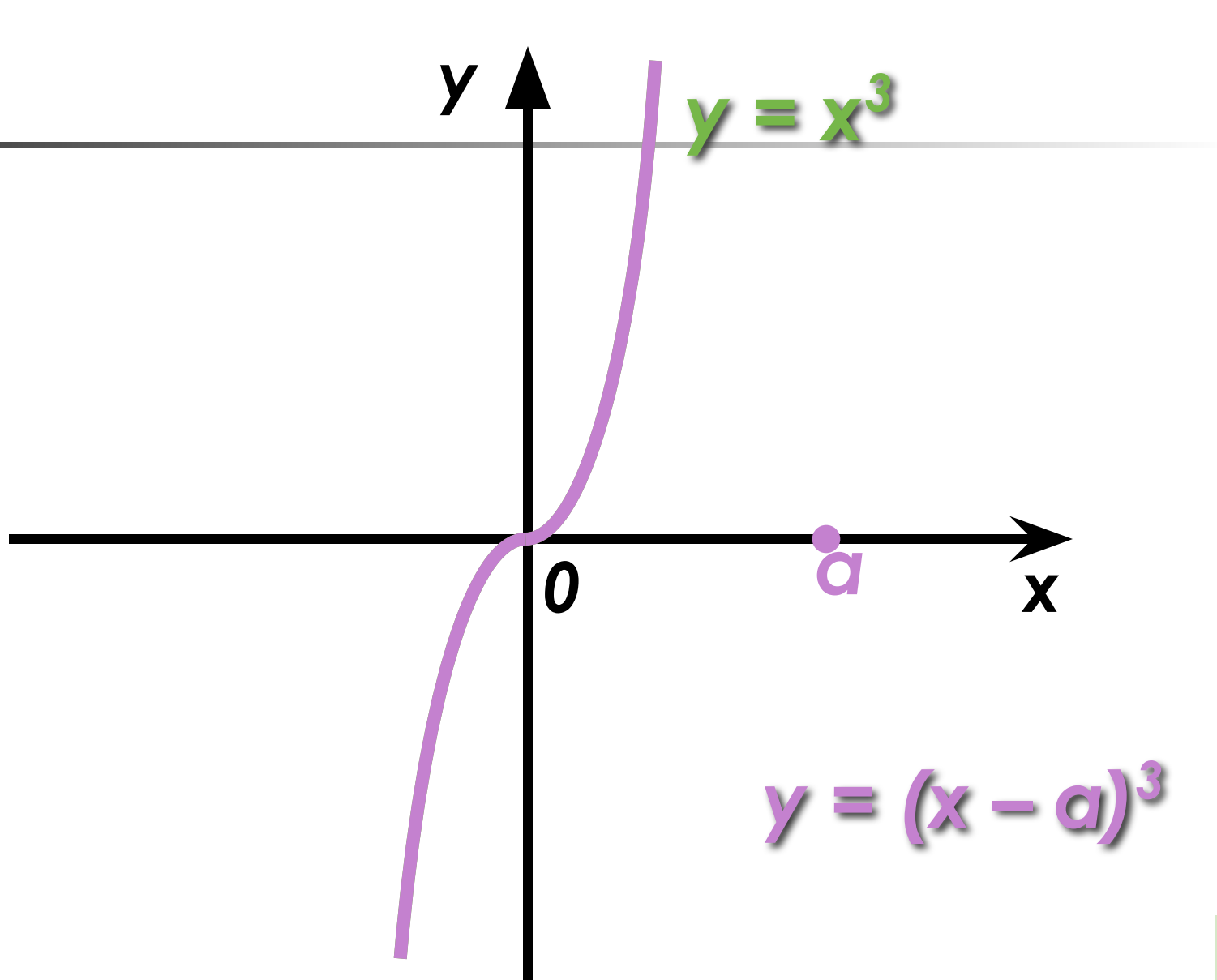
смещение



Если $a < 0$, то происходит



2. Преобразование вида $y = f(x - a)$



3. Преобразование вида $y = kf(x)$

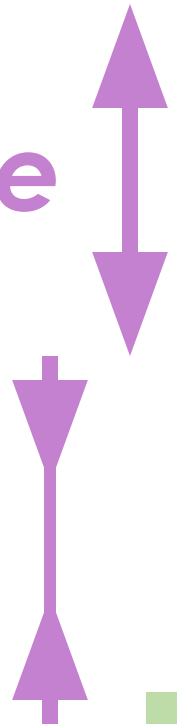
— Это растяжение (сжатие) в k раз
графика функции $y = f(x)$
вдоль оси ординат

Если, $|k| > 1$, то
происходит

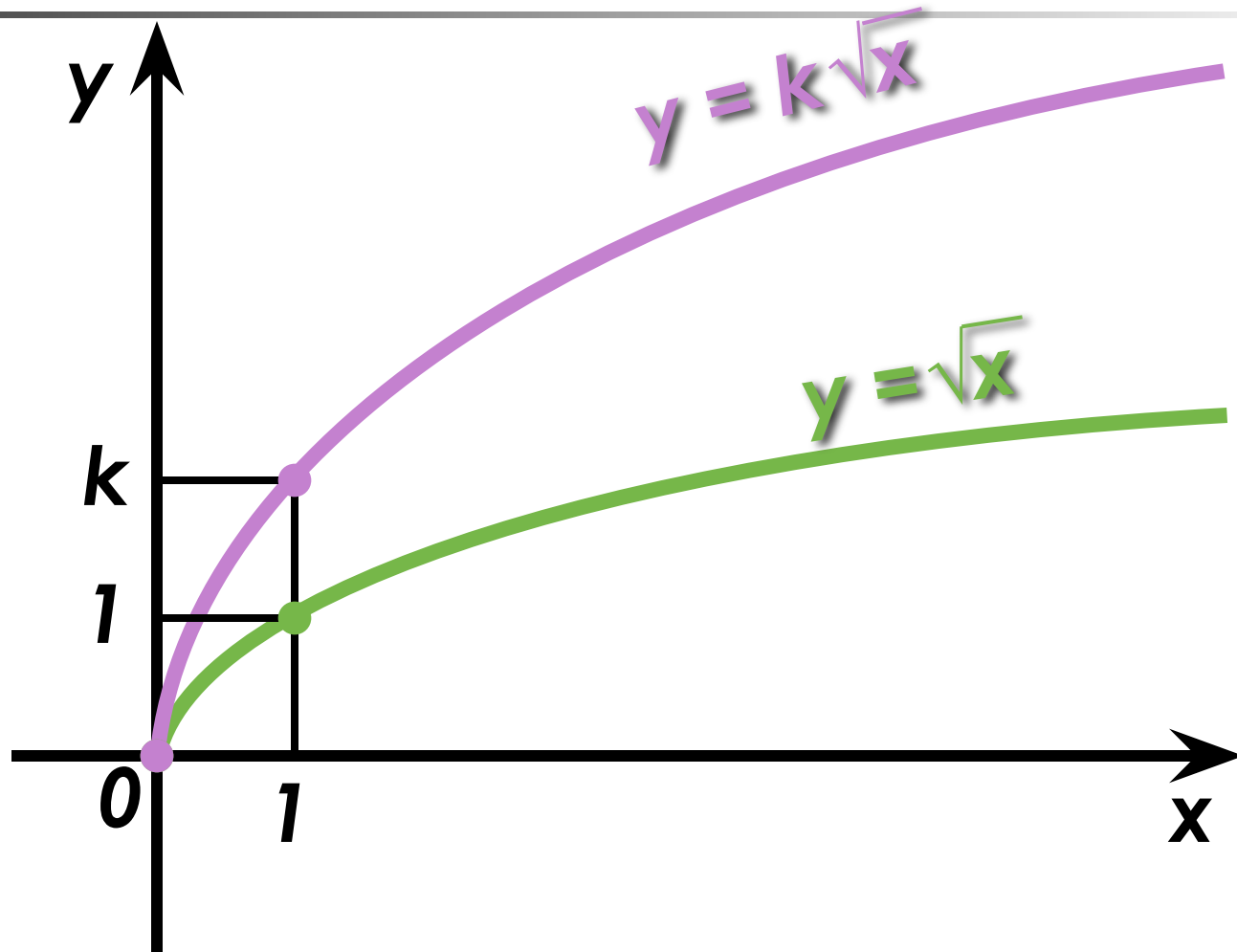
Если, $|k| < 1$,
то происходит

Растяжение

Сжатие



3. Преобразование вида $y = kf(x)$



4. Преобразование вида $y = f(tx)$

— Это растяжение (сжатие) в t раз
графика функции $y = f(x)$
вдоль оси абсцисс

Если, $|t| > 1$, то
происходит

Сжатие

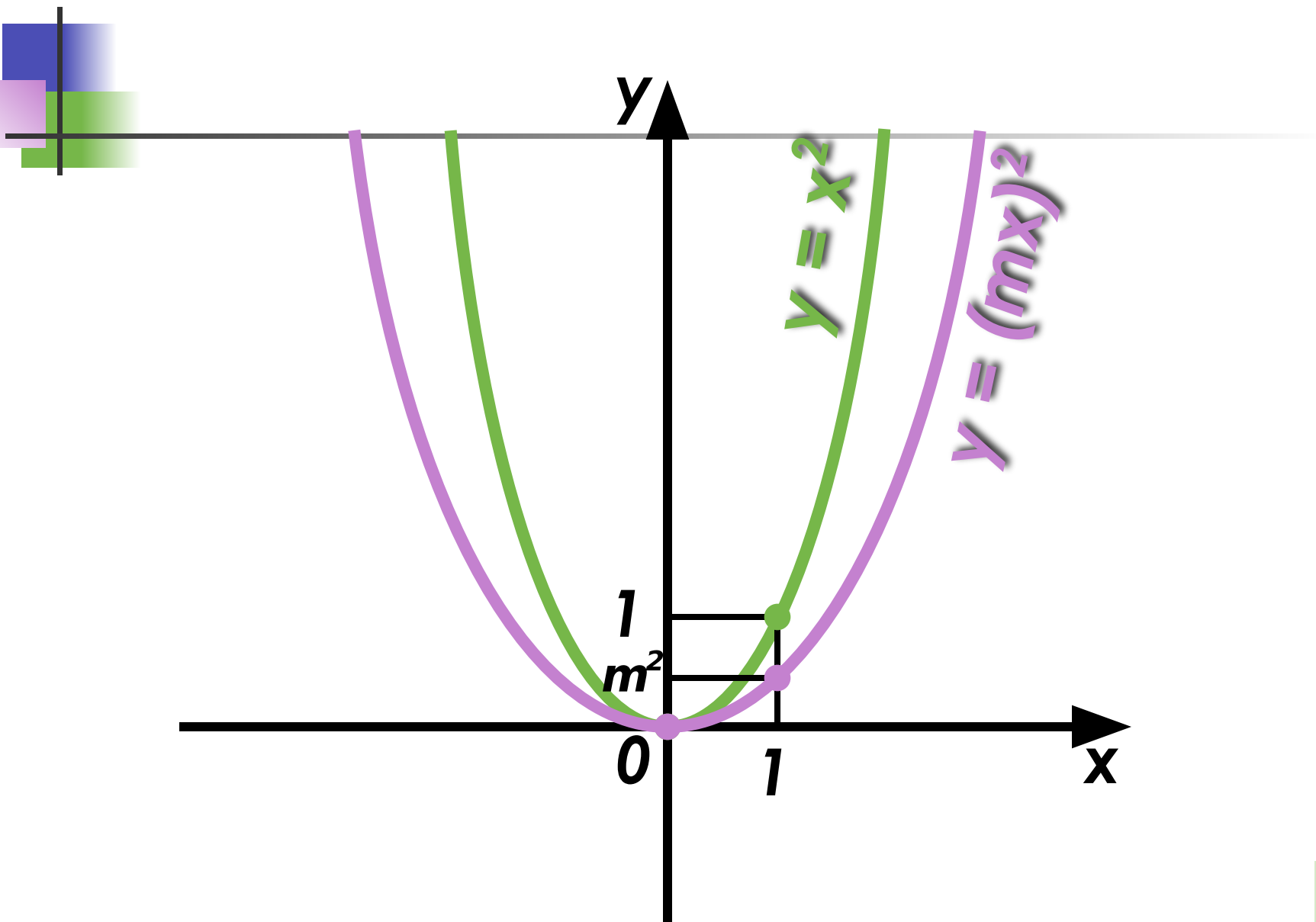


Если, $|t| < 1$, то
происходит

Растяжение



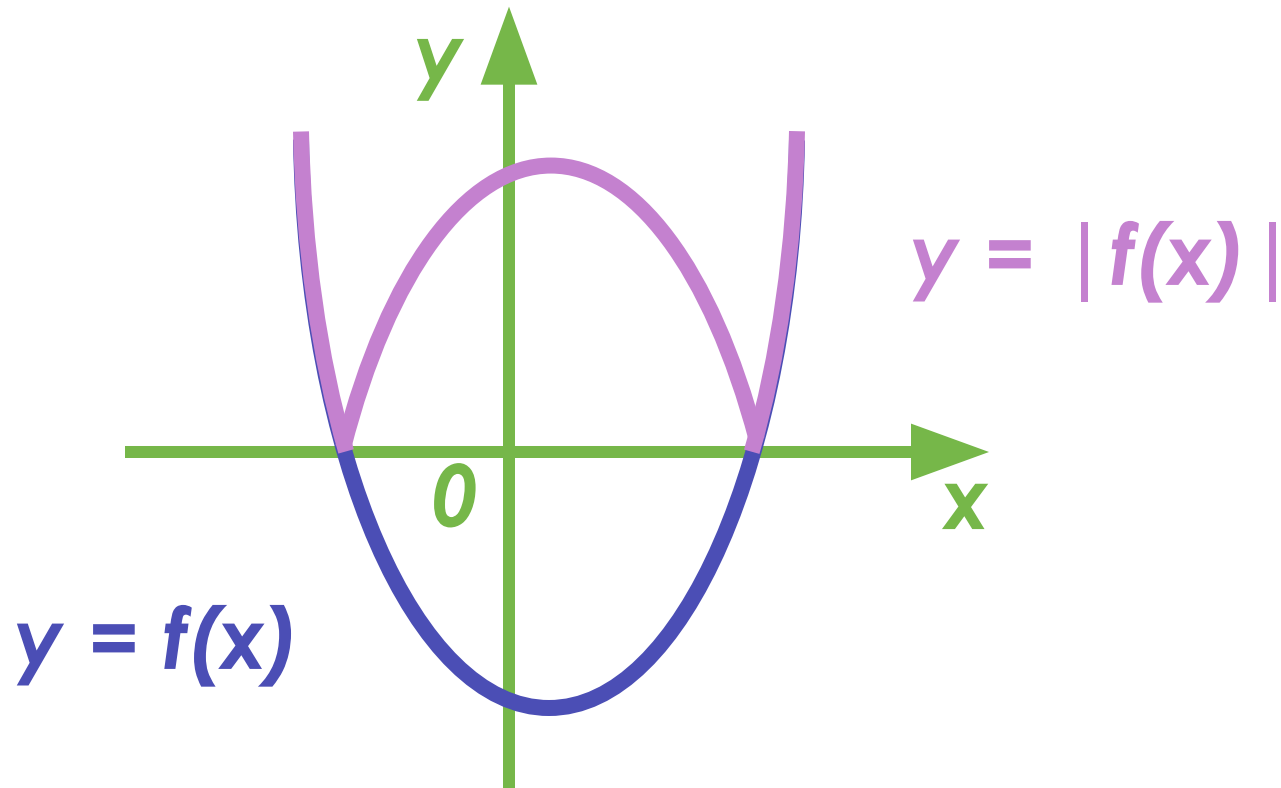
4. Преобразование вида $y = f(mx)$



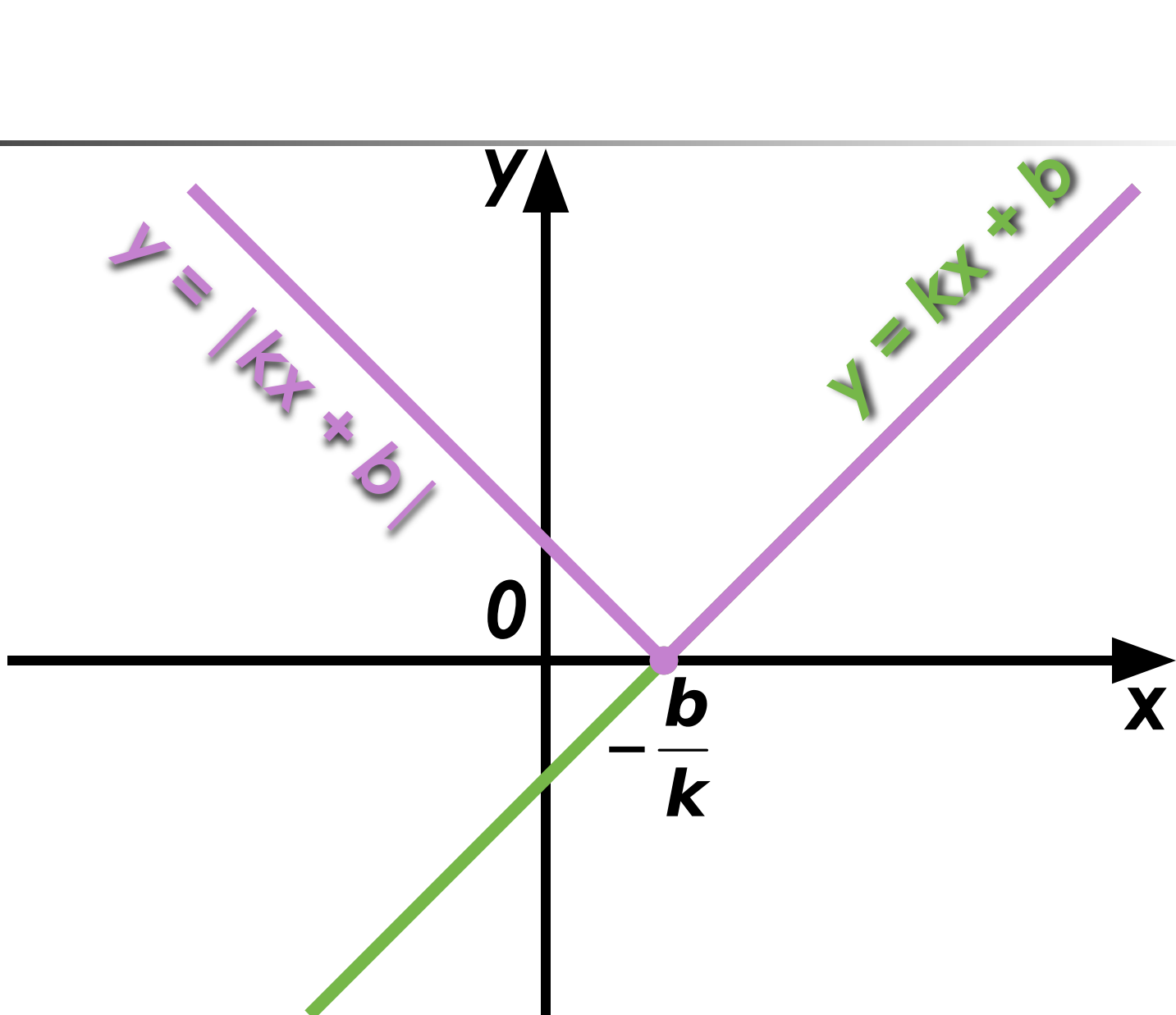
5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

— Это отображение нижней части графика функции $y = f(x)$ в верхнюю

полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением верхней части графика

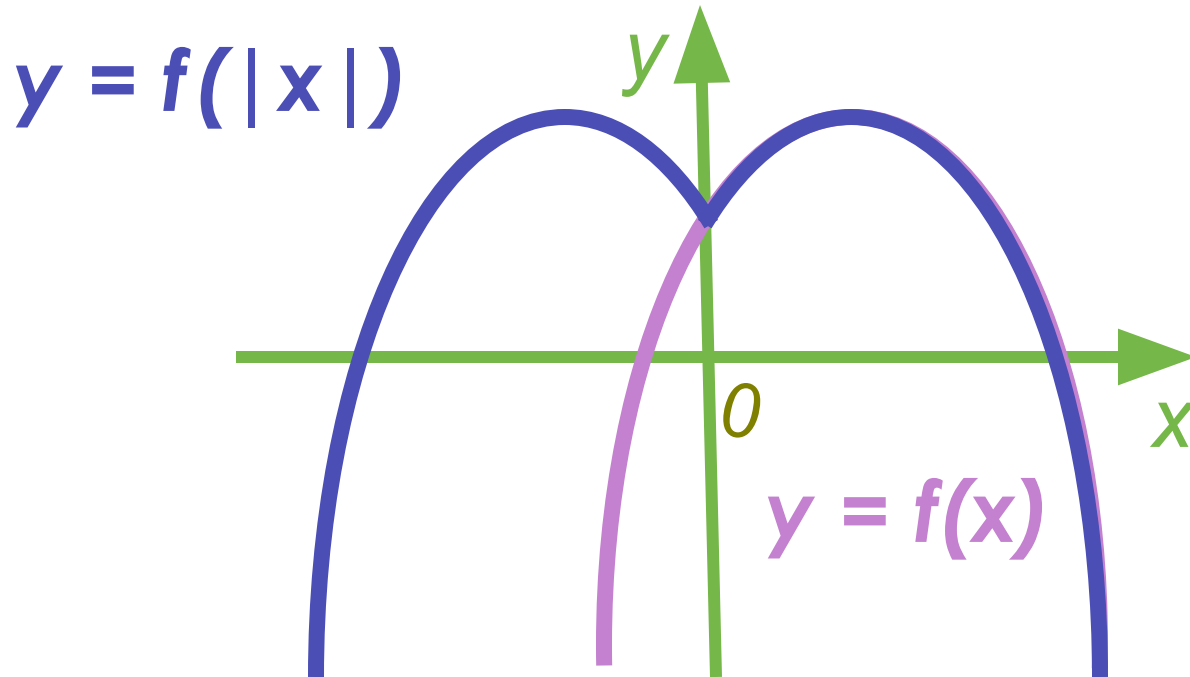


5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

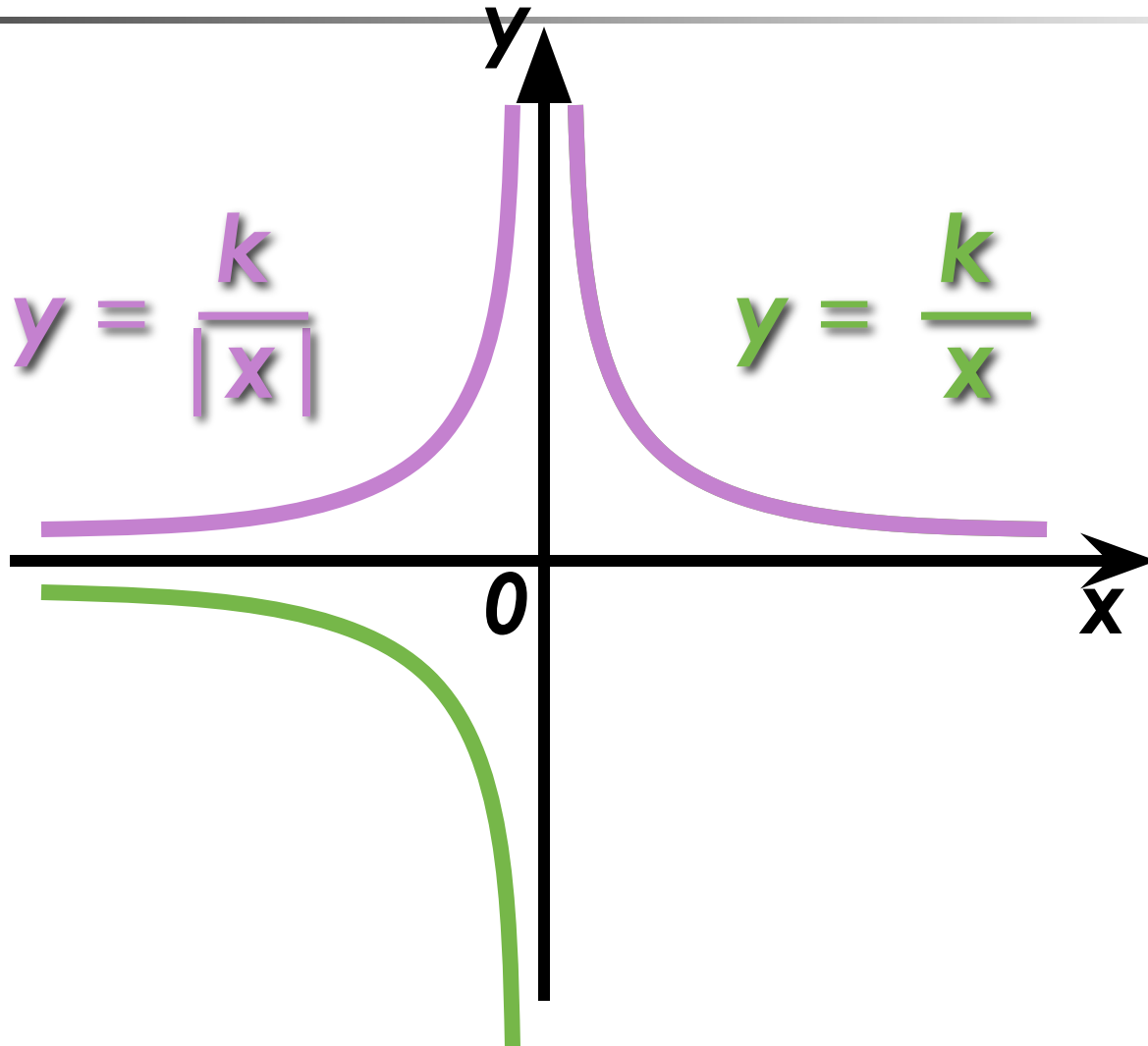


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

- Это отображение правой части графика функции $y = f(x)$ в левую полуплоскость относительно оси ординат с сохранением правой части графика



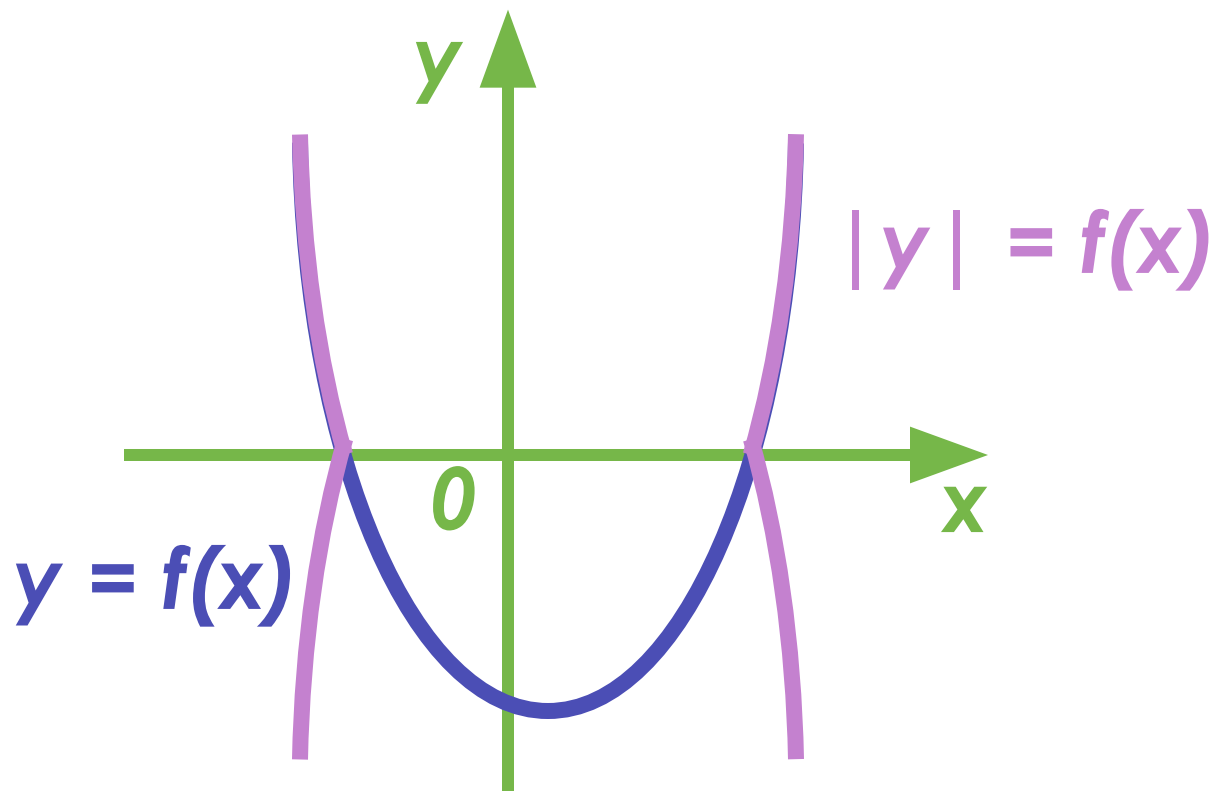
6. Преобразование вида $y = f(|x|)$



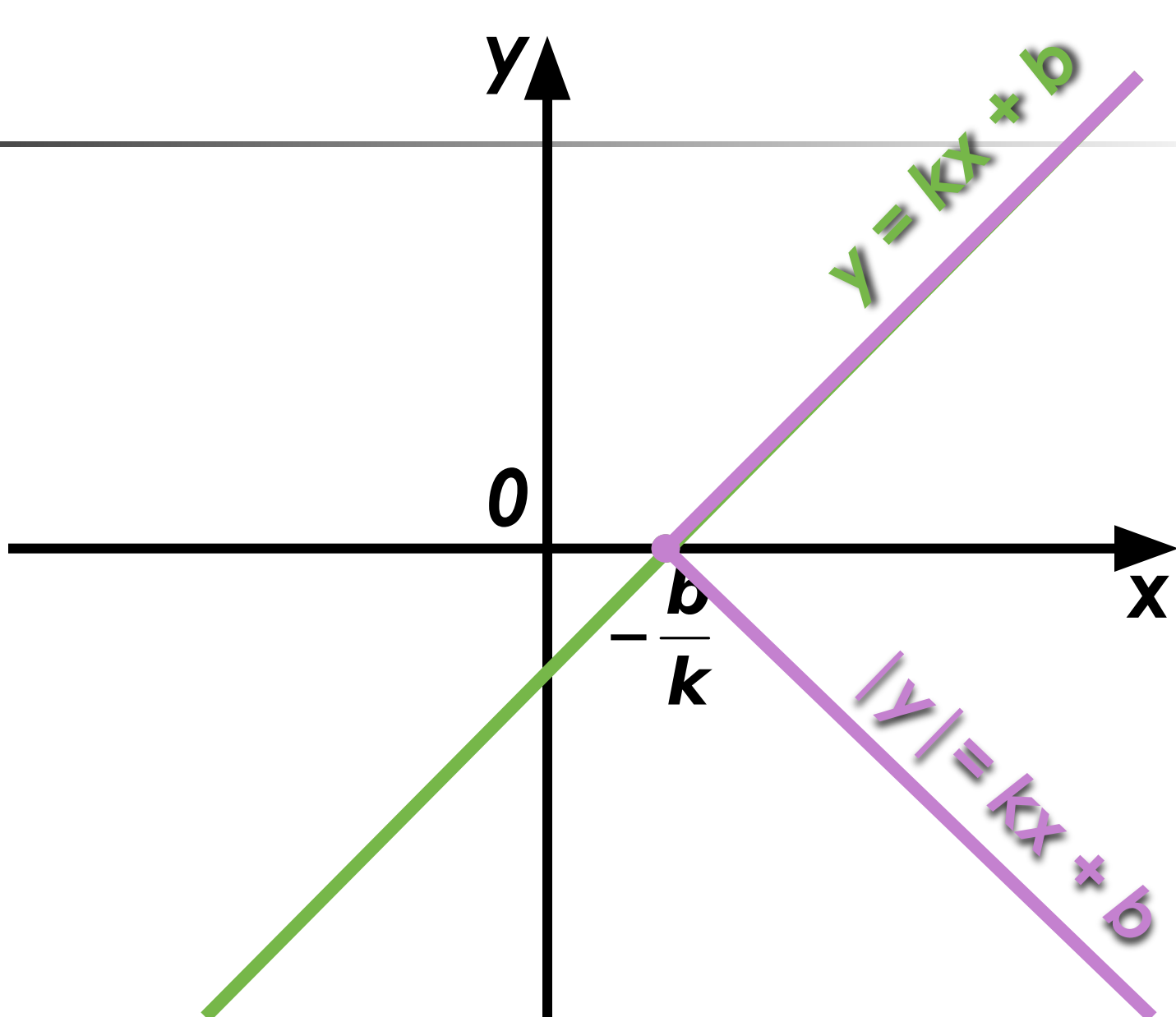
7. Преобразование вида $|y| = f(x)$

— Это отображение верхней части графика функции $y = f(x)$ в нижнюю

полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением только верхней части графика



7. Преобразование вида $|y| = f(x)$



Свойства функций

- Свойства линейной функции
- Свойства квадратичной функции
- Свойства степенной функции
- Свойства обратной пропорциональности
- Свойства показательной функции
- Свойства логарифмической функции
- Свойства тригонометрических функций:

$$\underline{y = \sin x} \quad y = \sin x$$

$$\underline{y = \operatorname{tg} x}$$

$$\underline{y = \cos x} \quad y = \cos x$$

$$\underline{y = \operatorname{ctg} x}$$



Свойства линейной функции

$$y = kx + b$$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$; $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° Если $b = 0$, то функция нечетная.

Если $b \neq 0$, то функция ни четная, ни нечетная.

3° Если $x = 0$, то $y = b$, если $y = 0$, то $x = -\frac{b}{k}$.

4° Если $k > 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Если $k < 0$, то функция убывает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Свойства квадратичной функции

$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° Если $a > 0$, то $E(y) = [y_B; +\infty)$;

Если $a < 0$, то $E(y) = (-\infty; y_B]$.

3° Если $b = 0$, то функция четная.

Если $b \neq 0$, то функция ни четная, ни нечетная.

4° Если $x = 0$, то $y = c$, если $y = 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

5° Если $a > 0$, то функция возрастает при $x \in [x_B; +\infty)$;
функция убывает при $x \in (-\infty; x_B]$.

Если $a < 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; x_B]$;
функция убывает при $x \in [x_B; +\infty)$.

[Подробнее](#)

Свойства степенной функции

$$y = x^n$$

Если $n = 2k$, где $k \in \mathbb{Z}$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° $E(y) = [0; +\infty)$.

3° Функция четная.

4° Если $x = 0$, то $y = 0$.

5° Функция возрастает
при $x \in [0; +\infty)$;
убывает при $x \in (-\infty; 0]$.

Если $n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3° Функция нечетная.

4° Если $x = 0$, то $y = 0$.

5° Функция возрастает
при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Свойства обратной пропорциональности

$$y = \frac{k}{x}$$

1° $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2° $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

3° Функция нечетная.

4° $x \neq 0, y \neq 0$.

5° Если $k > 0$, то функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Если $k < 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Свойства степенной функции

$$y = x^{-n}$$

Если $n = 2k$, где $k \in \mathbb{Z}$

1° $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2° $E(y) = (0; +\infty)$.

3° Функция четная.

4° Если $x = 1$, то $y = 1$.

5° Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0)$;
убывает при $x \in (0; +\infty)$.

6° функция ограничена снизу прямой $y = 0$.

Если $n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$

1° $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2° $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

3° Функция нечетная.

4° Если $x = 1$, то $y = 1$;
если $x = -1$, то $y = -1$.

5° Функция убывает при $x \in (-\infty; 0); (0; +\infty)$.

6° Функция не ограничена

Свойства показательной функции

$$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° $E(y) = (0; +\infty)$.

3° Функция ни четная, ни нечетная.

4° Если $x = 0$, то $y = 1$.

5° Если $a > 1$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Если $0 < a < 1$, то функция убывает при $x \in (-\infty; +\infty)$.

[Подробнее](#)

Свойства логарифмической функции $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$

1° $D(y) = (0; +\infty)$.

2° $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3° Функция ни четная, ни нечетная.

4° Если $x = 1$, то $y = 0$.

5° Если $a > 1$, то функция возрастает при $x \in (0; +\infty)$.

Если $0 < a < 1$, то функция убывает при $x \in (0; +\infty)$.

[Подробнее](#)

Свойства функции

$$y = \sin x$$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° $E(y) = [-1; 1]$.

3° Функция нечетная.

4° Если $x = 0$, то $y = 0$.

5° Функция возрастает при $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$.

Функция убывает при $x \in [\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n]$.

6° $x_{\max} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $x_{\min} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

[Подробнее](#)

Свойства функции

$$y = \cos x$$

1° $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2° $E(y) = [-1; 1]$.

3° Функция четная.

4° Если $x = 0$, то $y = 1$.

5° Функция возрастает при $x \in [-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

Функция убывает при $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$, где $n \in \mathbb{Z}$.

6° $x_{\max} = 2\pi n$; $x_{\min} = \pi + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

[Подробнее](#)

Свойства функции

$$y = \operatorname{tg} x$$

1° $D(y) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, где $n \in \mathbb{Z}$.

2° $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3° Функция нечетная.

4° Если $x = 0$, то $y = 0$.

5° Функция возрастает при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, где $n \in \mathbb{Z}$.

6° Экстремумов нет.

[Подробнее](#)

Свойства функции

$$y = \operatorname{ctg} x$$

1° $D(y) = (\pi n; \pi + \pi n)$, где $n \in \mathbb{Z}$

2° $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3° Функция нечетная.

4° $x \neq 0$; $y = 0$ если $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

5° Функция убывает при $x \in (\pi n; \pi + \pi n)$, где $n \in \mathbb{Z}$.

6° Экстремумов нет.

[Подробнее](#)