Научно-исследовательская работа по теме *«Класс элементарных функций и их графики»*

Иовлева Максима Николаевича, учащегося 9 класса РМОУ Радужская ООШ.

Руководитель Крючкова Татьяна Борисовна учитель, математики

Оглавление:

- **Оглавление**
- 1. Введение.
- 2.Из истории развития функции
- 3. Способы задания функции
- 4. Класс элементарных функций.
- 4.1.Основные элементарные функции.
- 4.2. Построение графиков
- 5. Преобразование исходного графика функции y=f(x).
- 6. Заключение 7. Список литературы

Введение.

Математика, давно став языком науки и техники, в настоящее время все шире проникает в повседневную жизнь и обиходный язык, все более внедряется в традиционно далекие от нее области.

- Как образно заметил великий Галилео Галилей (1564 – 1642 гг.), книга природы написана на математическом языке, и ее буквы – математические знаки и геометрические фигуры, без них невозможно понять ее слова, без них тщетно блуждание в бесконечном лабиринте.
- И именно функция является тем средством математического языка, которое позволяет описывать процессы движения, изменения, присущие природе.
- **Изучая квадратичную функцию в 9 классе, мы выполняли преобразования графика этой функции. В результате этих преобразований построение графика выполнялось легко и просто. И я задумался: «А нельзя ли выполнять аналогичные преобразования с графиками других функций, например линейной функции, обратной пропорциональности, степенной функции?».**
- Поэтому я выбрал тему своей работы

«Класс элементарных функций и их графики»,

поставив перед собой цель*:*

понять и изучить способы образования элементарных функций и преобразования их графиков.

Из истории развития функции.

Впервые функция вошла в математику под именем «переменная величина» в знаменитом труде французского математика и философа Р. Декарта «Геометрия», и её появление послужило, по словам Ф. Энгельса, поворотным пунктом в математике, благодаря чему в неё вошли движение, диалектика. Без переменных величин И.Ньютон не смог бы выразить законы динамики, описывающие процессы механического движение тел – небесных и вполне земных, а современные ученые не могли бы рассчитывать траектории движения космических кораблей и решать бесконечное множество технических проблем нашей эпохи.

Из истории развития функции.

- С развитием науки понятие функции уточнялось и обобщалось. Сейчас оно стало настолько общим, что совпадает с понятием соответствия.
- Таким образом, функцией в общем понимании называется любой закон (правило), по которому каждому объекту из некоторого класса, области определения функции, поставлен в соответствие некоторый объект из другого (или того же) класса – области возможных значений функции.
- Но мы не рассматриваем понятие функции в столь общем понимании, а считаем, что как независимая, так и зависимая переменные – это величины. Таким образом ***функцией называется зависимость, связывающая с каждым значением одной переменной величины (аргумента) из некоторой области ее изменения определенное значение другой величины (функции). Если аргумент обозначить через x, значение функции - через y, а саму зависимость – функцию – символом f, то связь между значениями функции и аргументом так: y=f(x)***.

Способы задания функций.

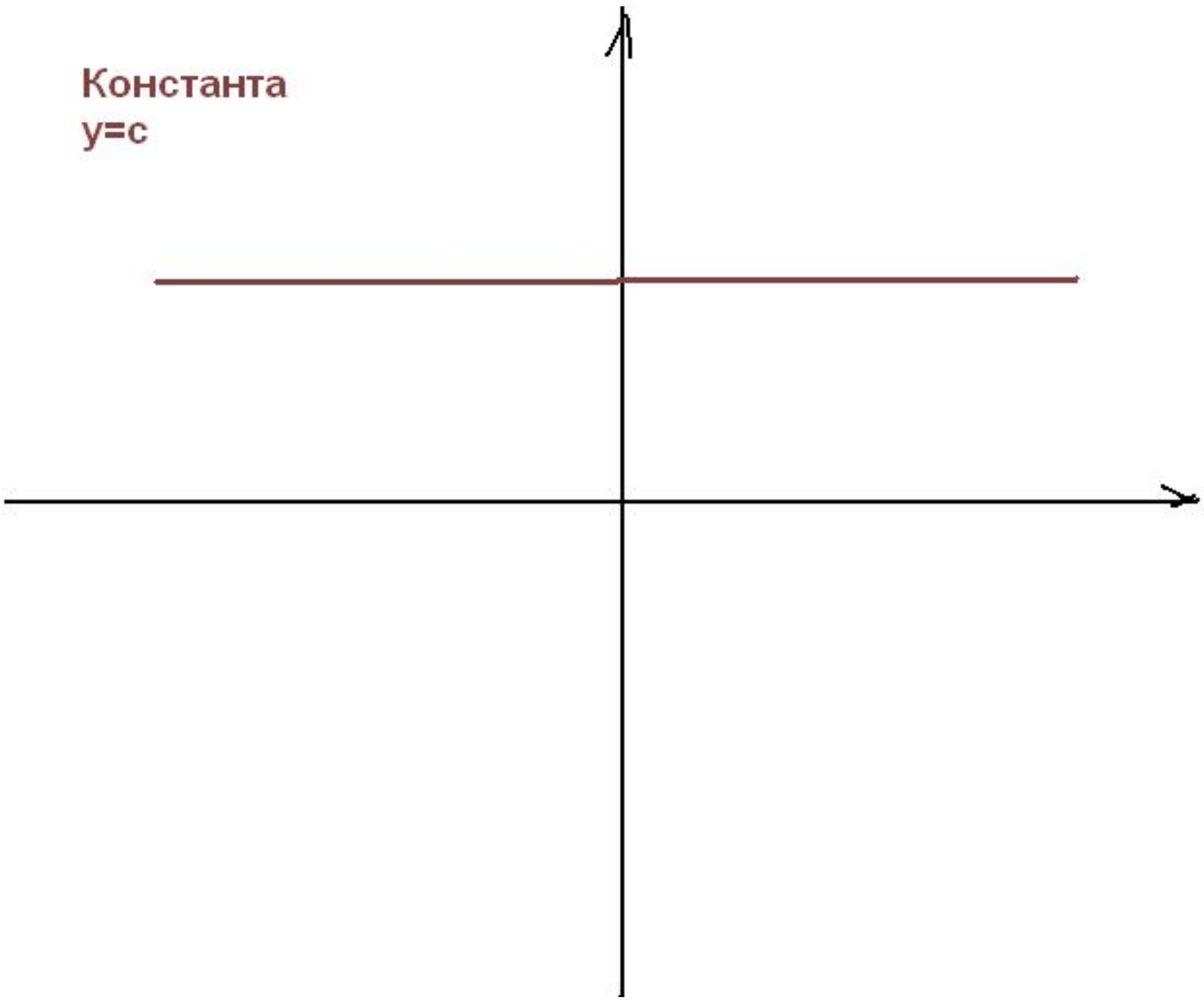
- Существуют три основных способа выражения зависимостей между величинами: табличный, графический и аналитический («формульный»).
- **Табличный** способ важен потому, что является основным при обнаружении реальных зависимостей и может оказаться к томуже единственным средством их задания (формулу не всегда удается подобрать, а порой в ней и нет необходимости).К табличному заданию функции часто переходят при выполнении практических расчетов, с ней связанных: например, применение таблиц квадратных корней удобно при проведении расчетов, в которых участвуют такие корни.
- С математической точки зрения, табличное задание непрерывных зависимостей всегда неполно и дает лишь информацию о значениях функции в отдельных точках.

Способы задания функций

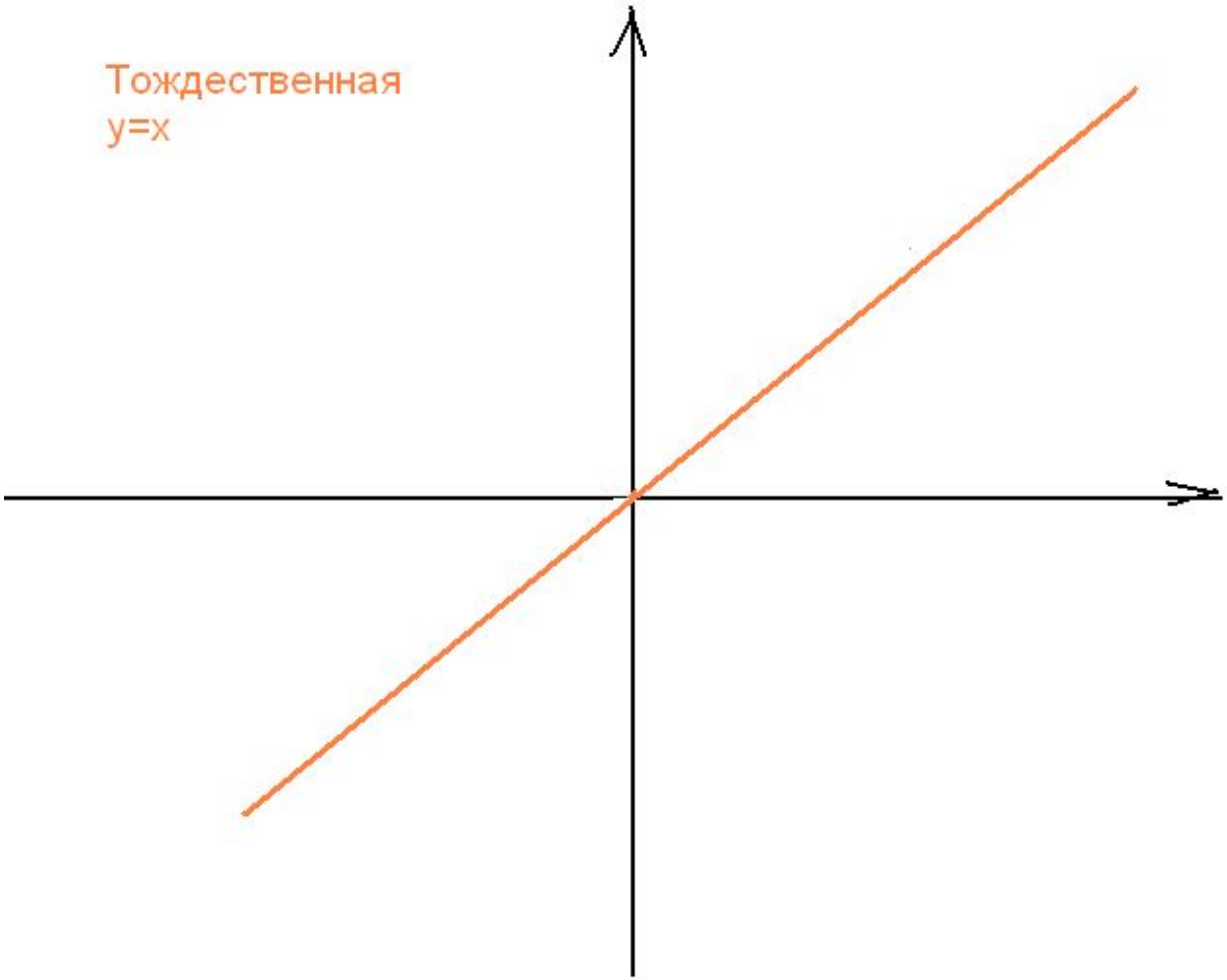
- **Графический способ представления зависимостей также является одним из средств их фиксации при изучении реальных явлений. Это позволяет делать различные «самопишущие» приборы, такие, как сейсмограф, электрокардиограф, осциллограф и т.п., изображающие информацию об изменении измеряемых величин в виде графиков. Но если есть график, то значит, определена и соответствующая ему функция. В таких случаях говорят о графическом задании функции.**
- **Однако графический способ задания функции неудобен для расчетов; к тому же, подобно табличному, он является приближенным и неполным.**
- **Аналитическое (формульное) задание функции отличается своей компактностью, легко запоминается и содержит в себе полную информацию о зависимости. Функцию можно задать с помощью формулы, например: y=2x+5, S=at2/2, S=vt. Эти формулы можно вывести с помощью геометрических или физических рассуждений. Порой формулы получаются в результате обработки эксперимента, такие формулы называются эмпирическими.**

Класс элементарных функции

- К элементарным функциям относятся практически все функции, встречающиеся в школьном учебнике.
- Прежде всего, имеется достаточно представительный набор широко известных и хорошо изученных функций, которые называются ***основными элементарными функциями.***
- Это функции: y=C, называемая ***константой,***
- y= x^a - ***степенная*** (при a = 1 получается функция y=x, называемая ***тождественной***). Графики этих функций прилагаются. (приложение 1-7)
- Имея в распоряжении основные элементарные функции, можно ввести ряд операций, позволяющих комбинировать их между собой как детали для получения более сложных и разнообразных конструкций.
- **Допустимые арифметические действия над функциями.**
- [+] – сложение,
- [-] – вычитание,
- [*] – умножение,
- [:] – деление.
- Все те функции, которые можно получить из основных элементов с помощью арифметических операций называются **элементарными функциями составляют класс элементарных функций.**



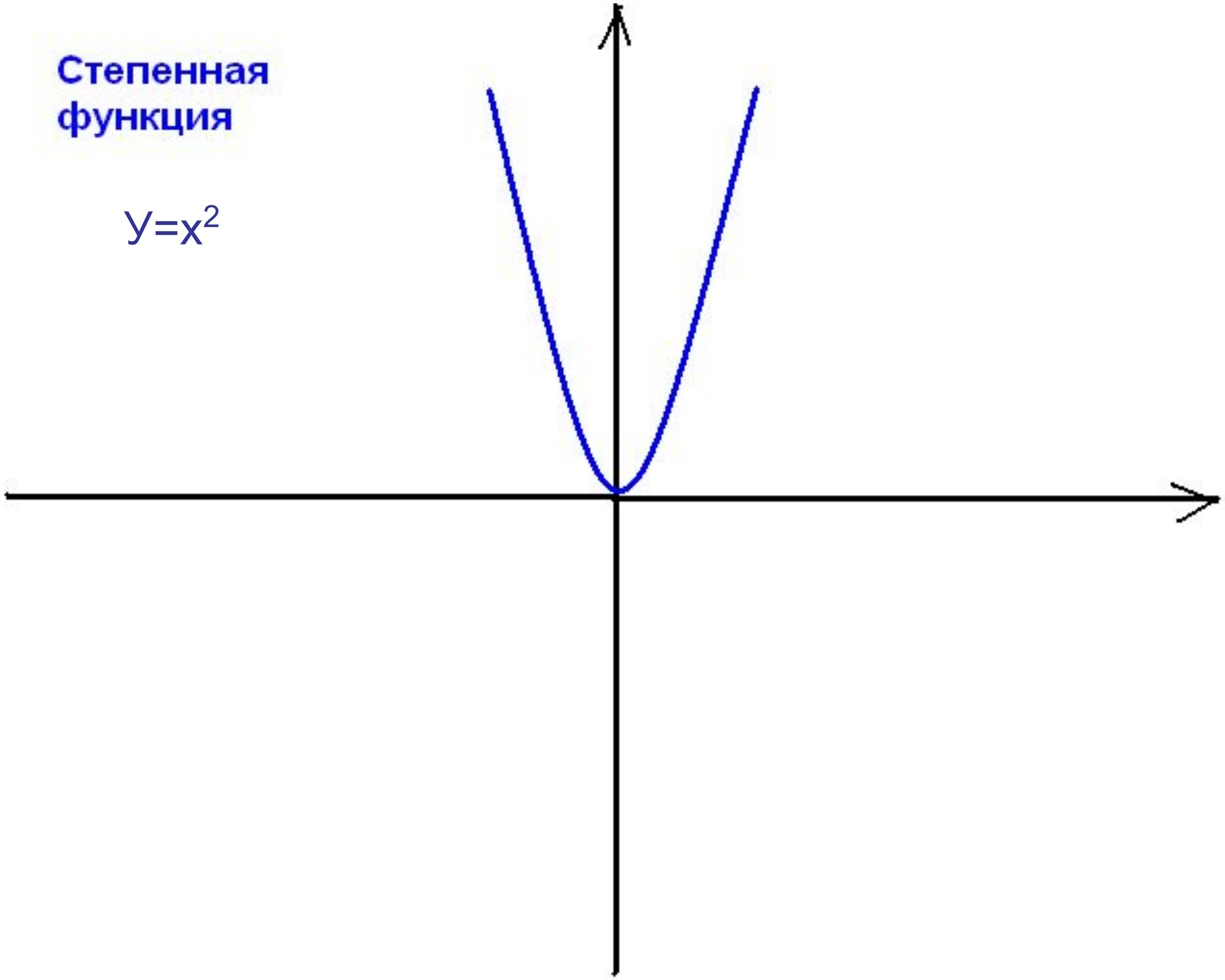
Приложение 1



Приложение 2

Степенная функция

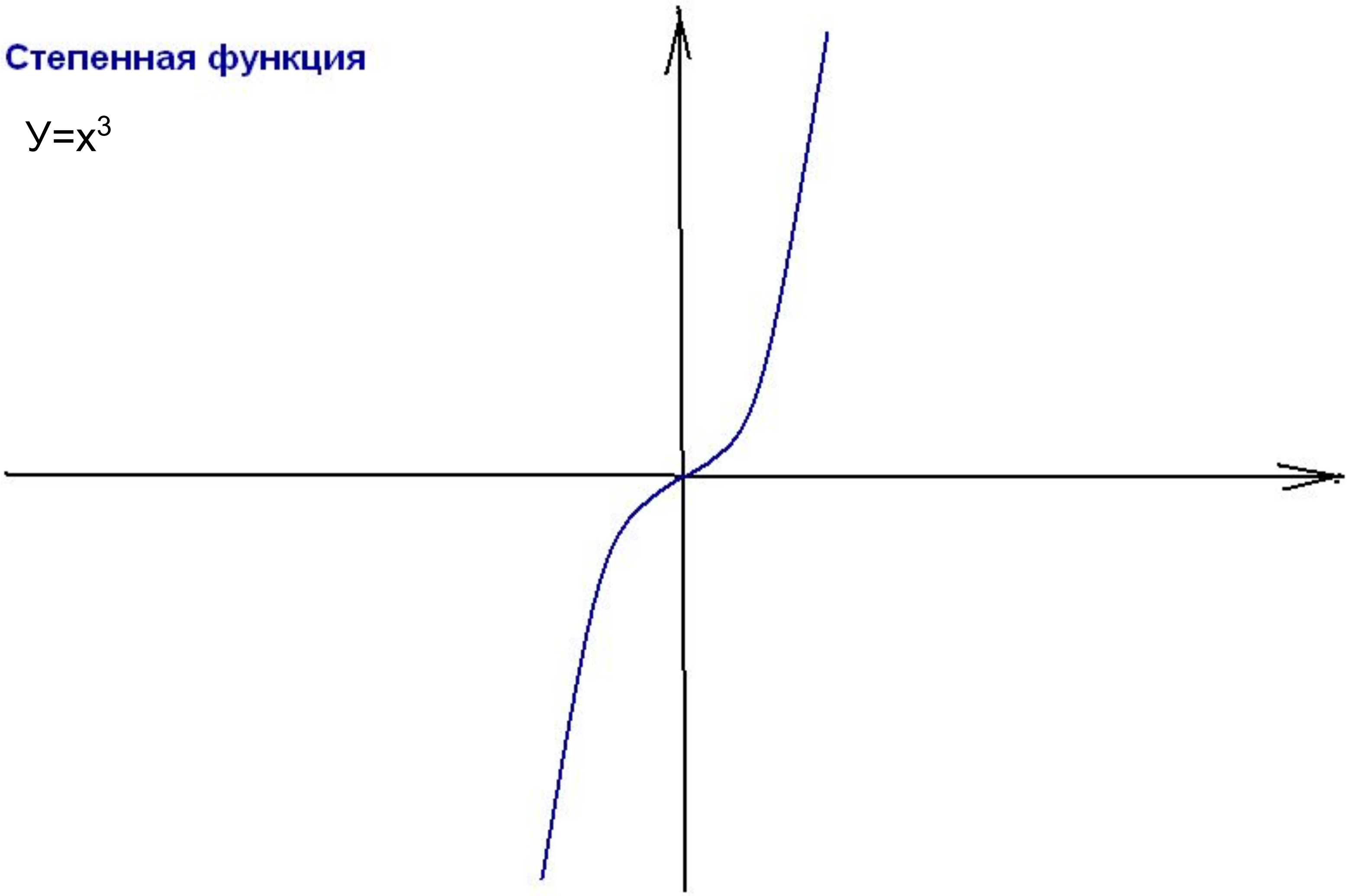
$У=x^2$



Приложение 3

Степенная функция

$У=x^3$

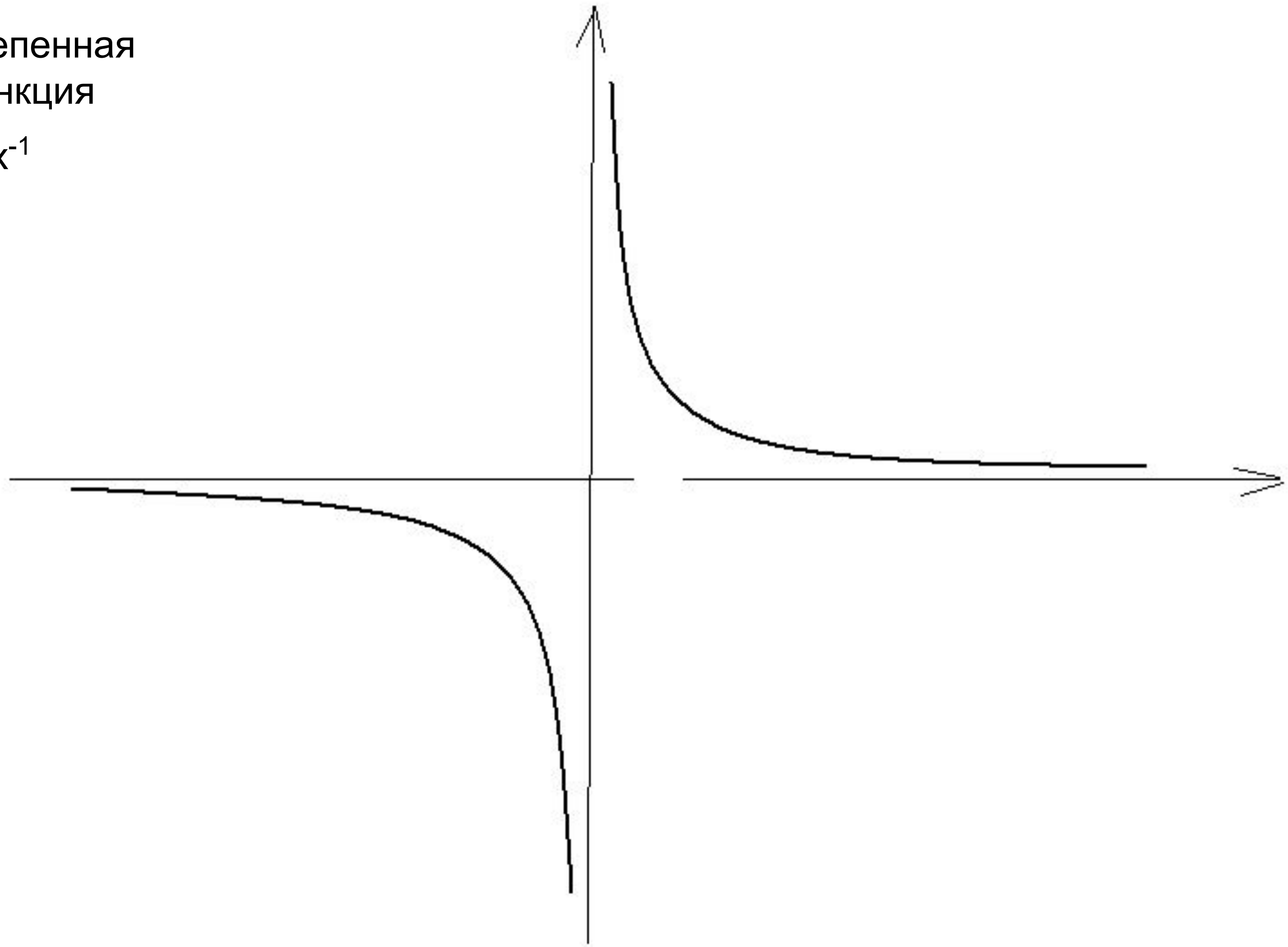


Приложение4

y=k/x

Степенная функция

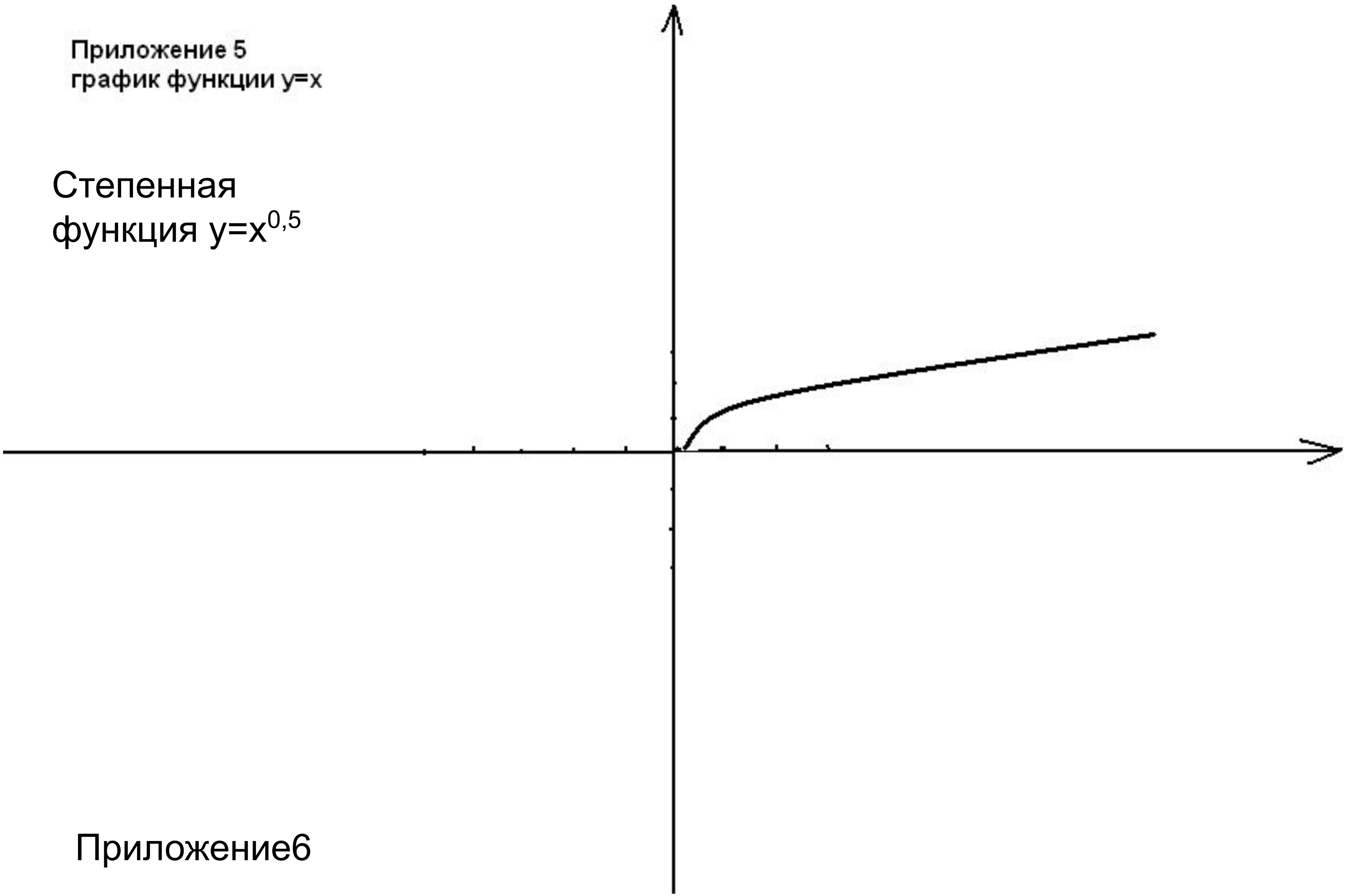
У=x^{-1}



Приложение 5

Приложение 5
график функции у=х

Степенная функция $y=x^{0,5}$



Приложение6

Образование класса элементарных функций

- Имея определенный набор базисных функций f_1, f_2, f_3, ...f_k и допустимых операций F_1, F_2, ... Fs над ними (их разрешается применять любое число раз), мы можем получать другие функции, подобно тому, как из деталей конструктора с помощью определенных правил их соединения можно получить разные модели. Класс всех получаемых таким образом функций обозначается так:
- $< f_1,f_2,...f_k; F_1,F_2,...F_s>$.

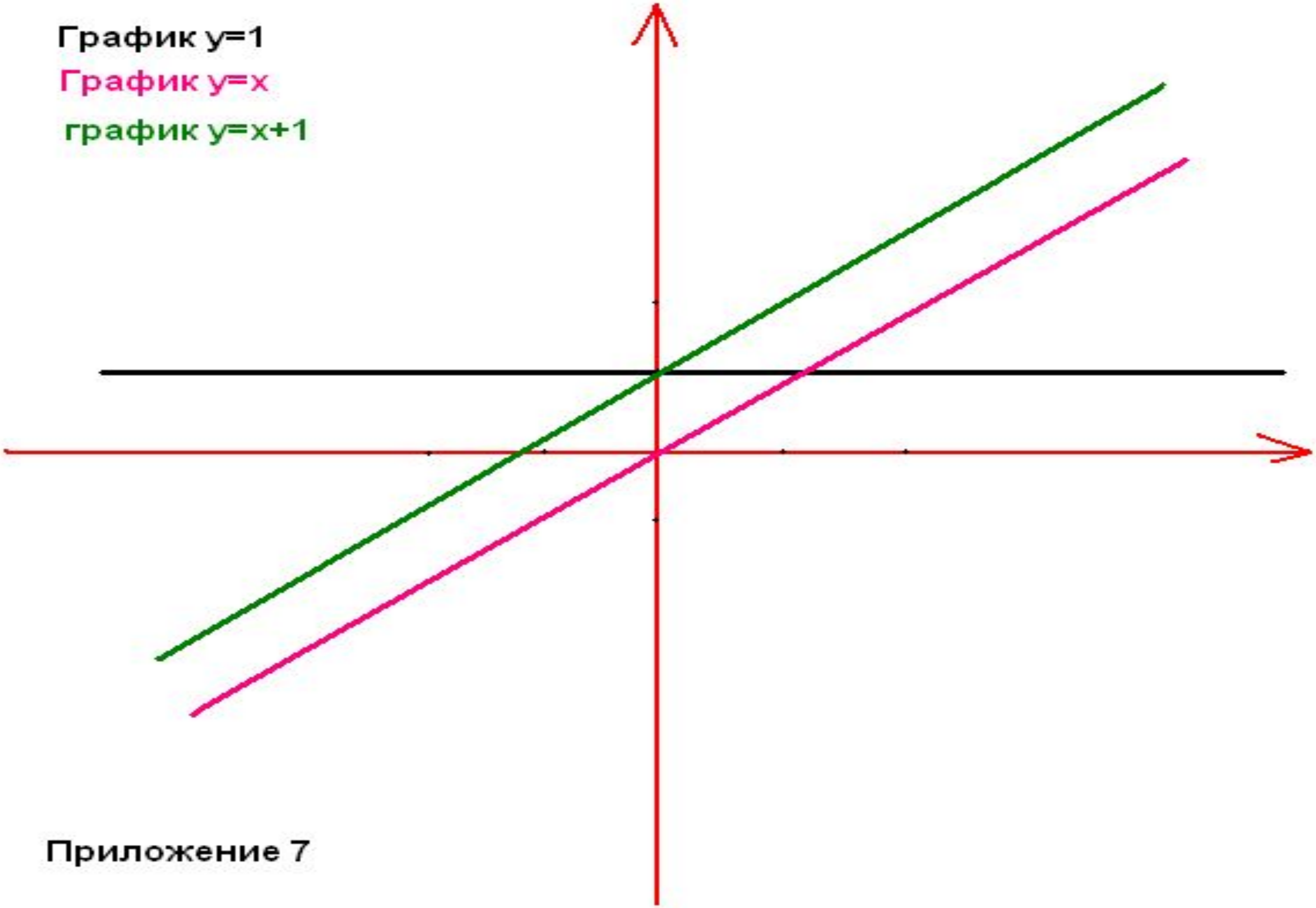
В частности, если принять за базисные все основные элементарные функции и допустить лишь арифметические операции, то получим класс элементарных функций. Беря в качестве базисных часть основных элементарных функций и допуская, возможно, лишь часть указанных операций, получим некоторые подклассы класса элементарных функций, некоторые семейства функций, порождаемые данным базисом и данными операциями. Вот несколько примеров таких семейств функций, где под (а) понимается операция умножения на любую константу:

- <x;(*)> - семейство целых положительных степеней y=x, где n € N;
- <x, 1;(a),(+)> - семейство линейных функций y= ax+в;
- <x,(a),(+),(*)> - семейство многочленов y= axn +...+an-1x +an, где n € N.

Построение графиков

Чтобы построить график функции

$y= x +1$, надо к графику функции $y=x$ прибавить график функции $y=1$. В результате график функции $y = x$ сдвинется по оси Оу на 1 единицу вверх (приложение 7).



Приложение 7

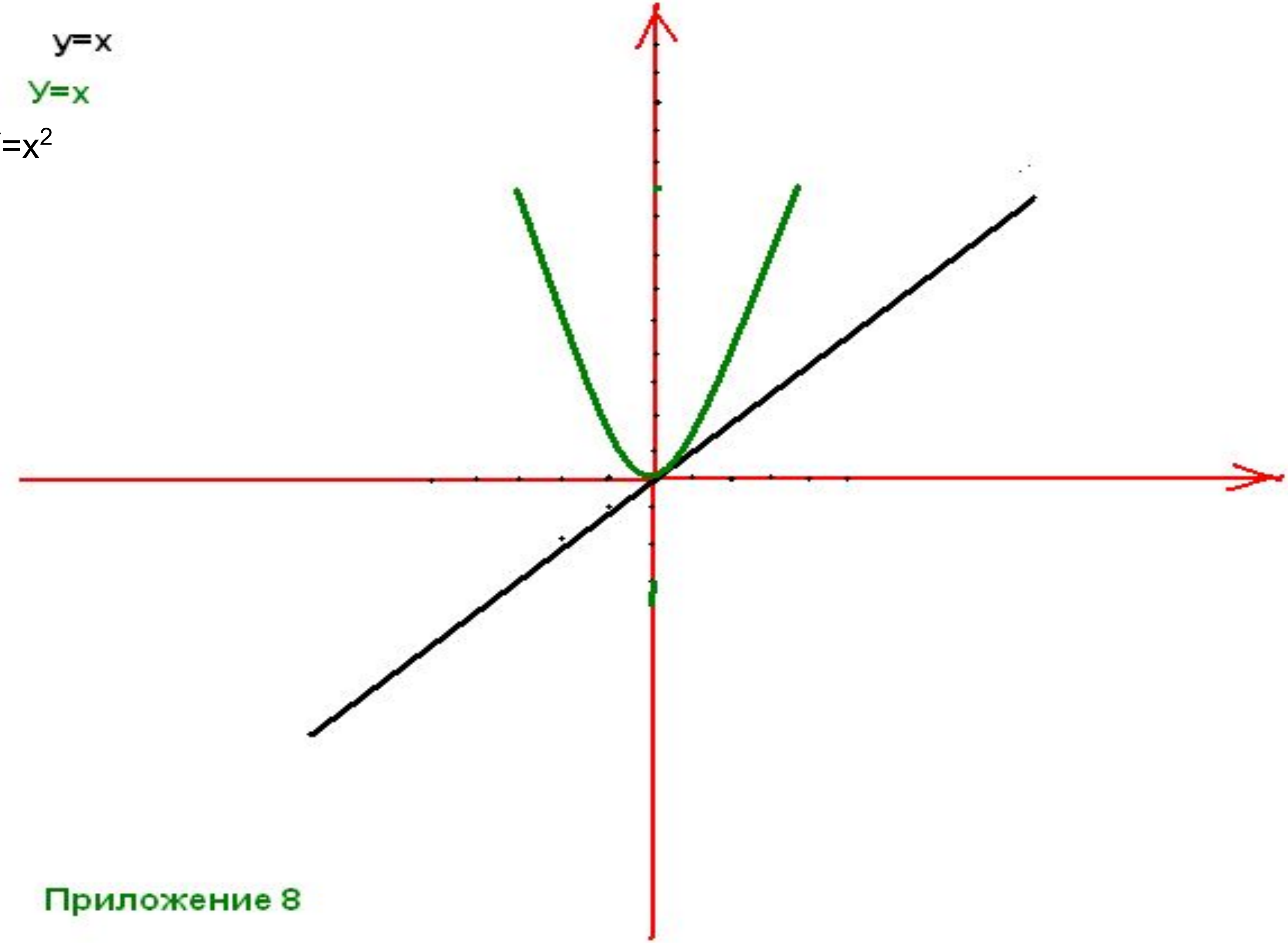
Построение графиков графика.

Для построения графика функции $y=x^2$ достаточно выполнить действие умножение с графиками двух тождественных функций $y=x$ (приложение 8).

у=х

У=х

$У=x^2$



Приложение 8

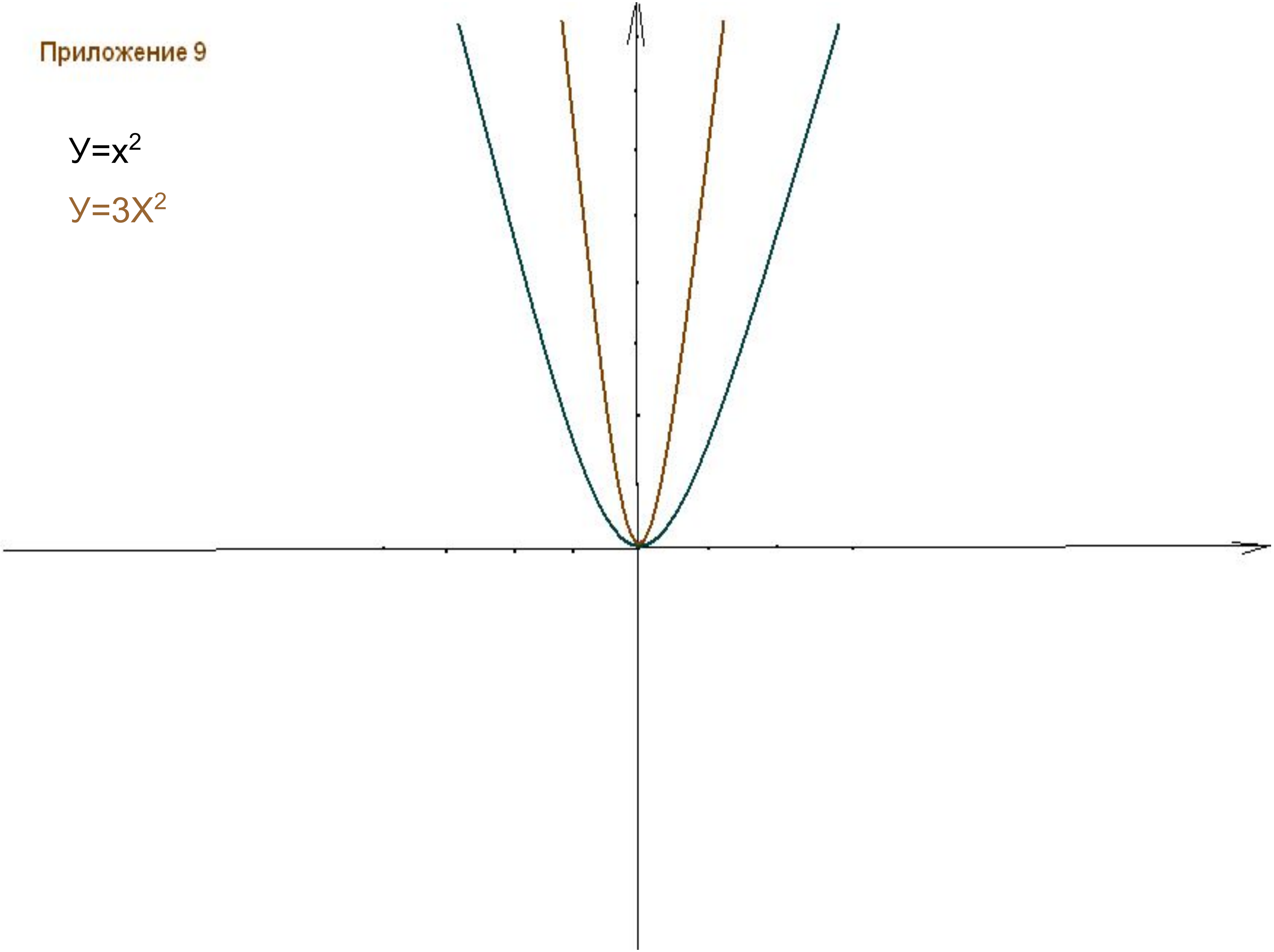
Построение графиков

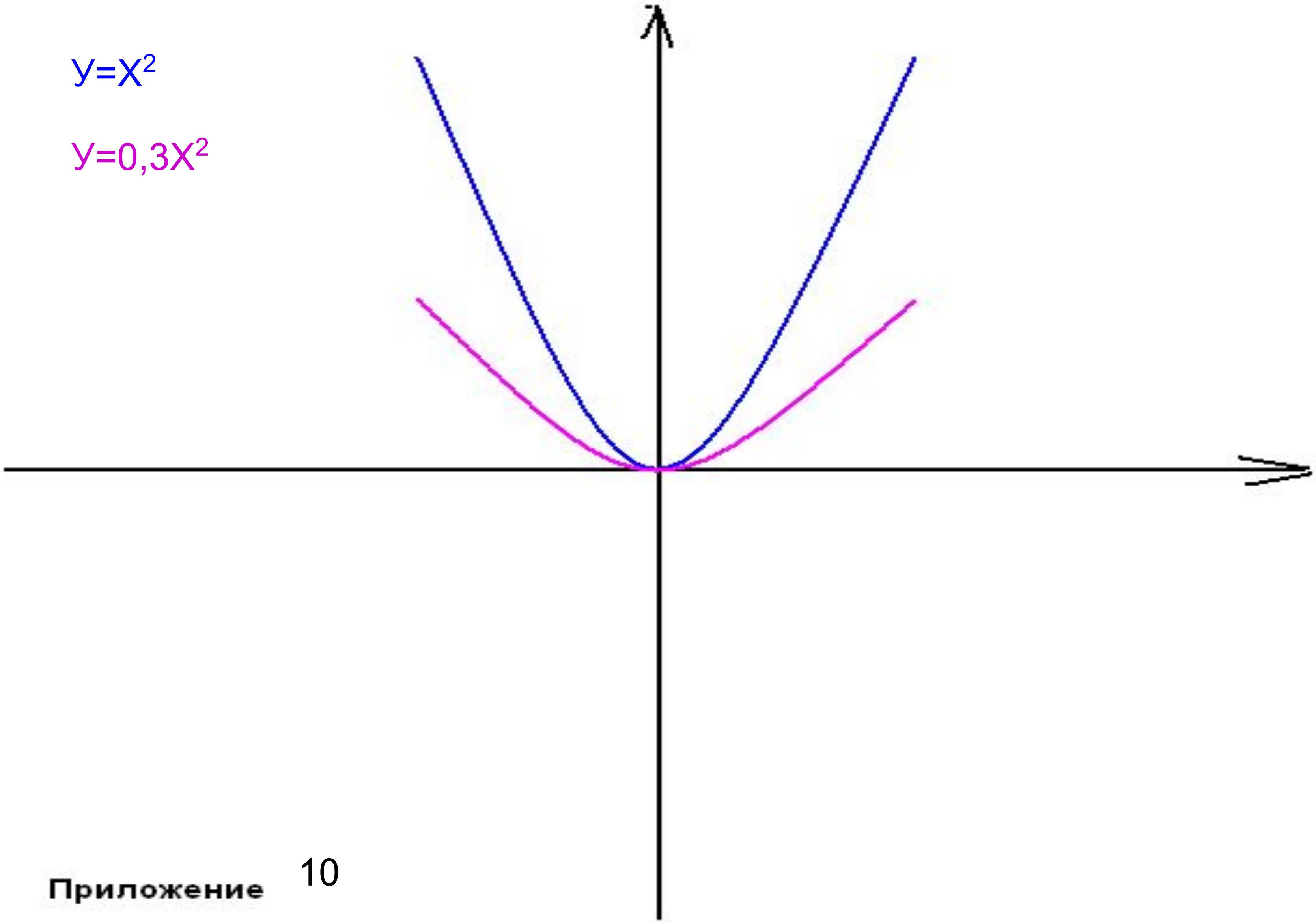
- Для построения графика функции
- $y= 3x^2$ надо график функции $y= x^2$ умножить на 3. В результате график функции $y= x^2$ растянется в 3 раза вдоль оси ординат, а если $y=0,3\ x^2$, то произойдет сжатие графика в 0,3 раза вдоль оси Оу. (приложение 8, 9).

Приложение 9

$У=x^2$

$У=3X^2$



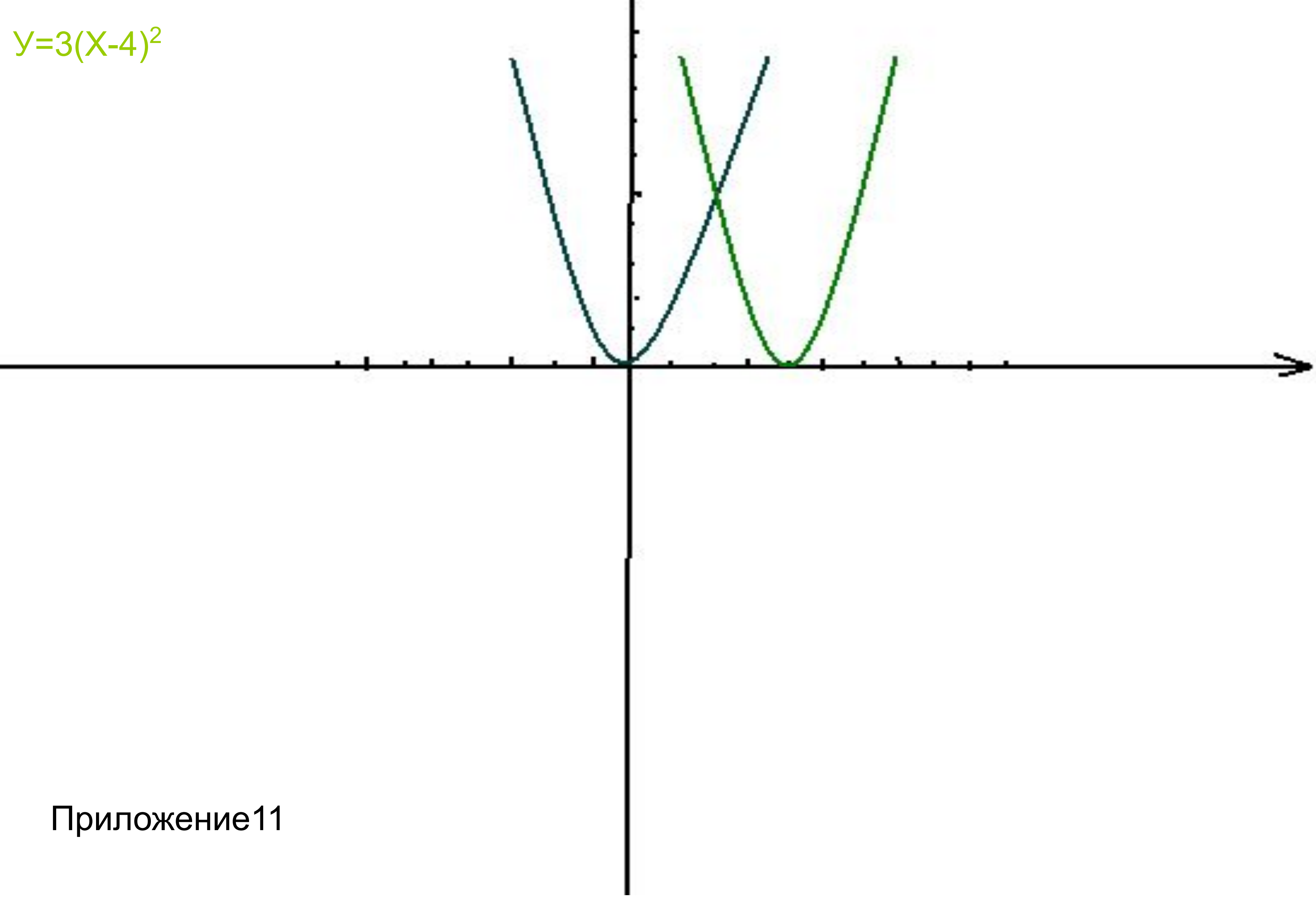


Приложение 10

Построение графиков

- График функции $y=3(x-4)^2$ можно получить, выполнив следующие действия:
- - сложить графики тождественной функции $y=x$ и константы $y=-4$, получим график функции $y=x-4$;
- - перемножить графики функций $y=x-4$ и $y=x-4$, получим график функции $y=(x-4)^2$;
- - умножить $y=(x-4)^2$ на 3, получим график функции $y=3(x-4)^2$.
- Или просто график функции $y=3x^2$ сдвинуть по оси Ох на 4 единичных отрезка (Приложение10).

$У=3(Х-4)^2$



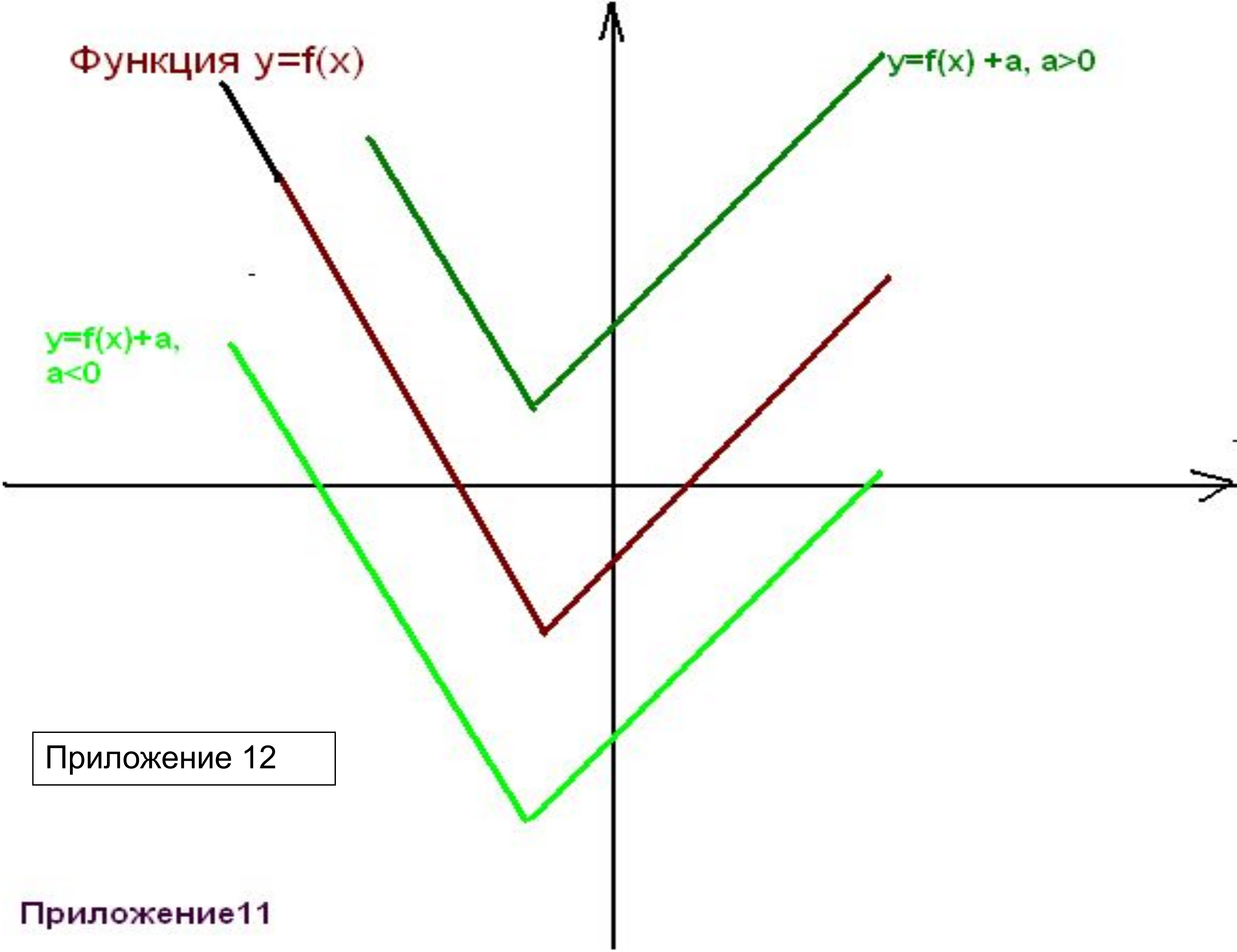
Приложение11

Преобразования исходного графика функции $y= f(x)$.

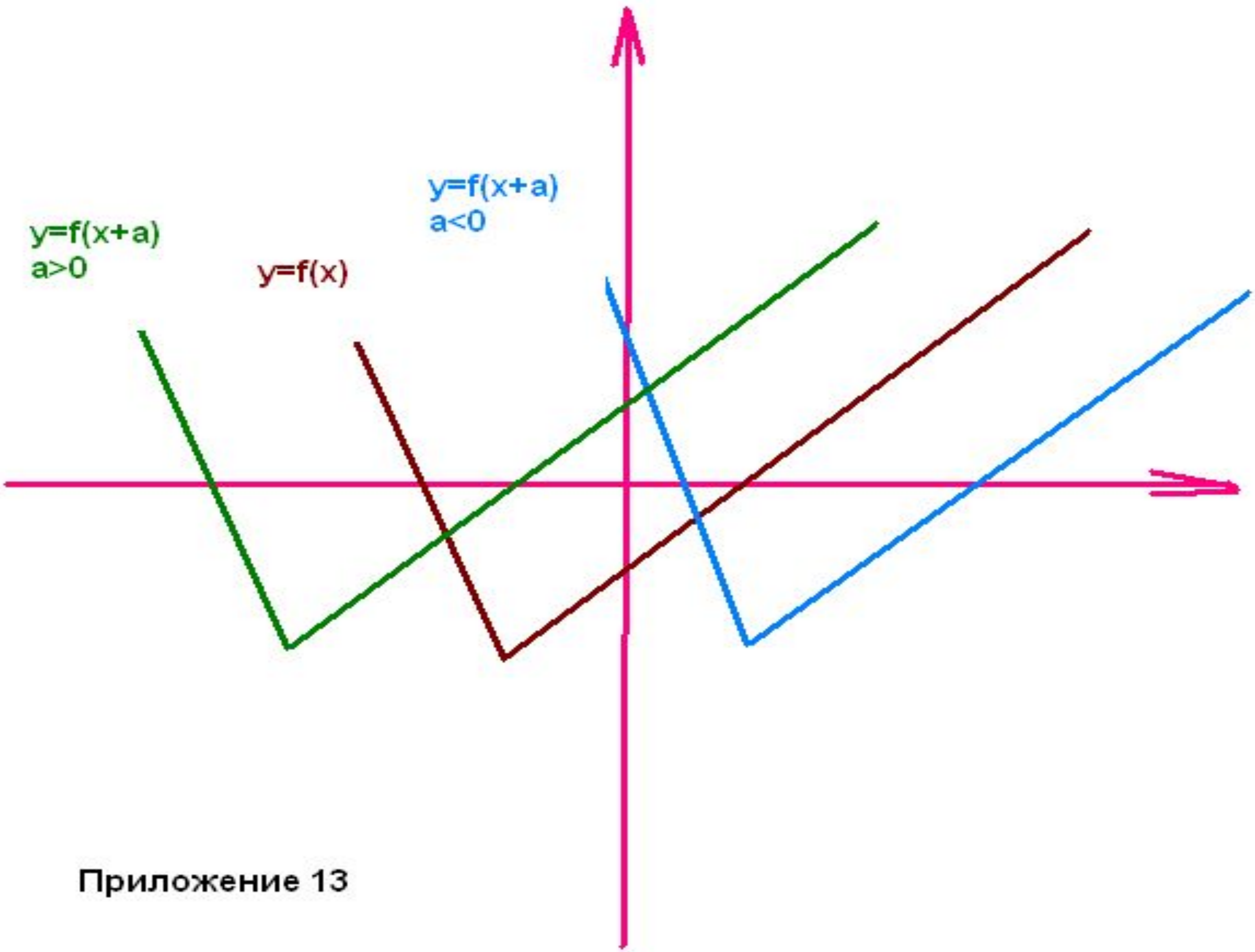
- Из вышесказанного можно сделать следующий вывод, что выполняя различные действия с графиками элементарных функций, мы выполняем преобразования этих графиков, а именно: параллельный перенос, симметрию относительно прямой Ох и прямой Оу.

Преобразования исходного графика функции y= f(x).

- ***Параллельный перенос.***
- а)y= f(x)+a – сдвиг по оси Оу на а единиц вверх, если а>0, или вниз, если а<0;
- б) y=f(x+a) - сдвиг по оси Ох на а единиц влево, если а>0, или вправо, если а<0. (Приложение 11 и 12)



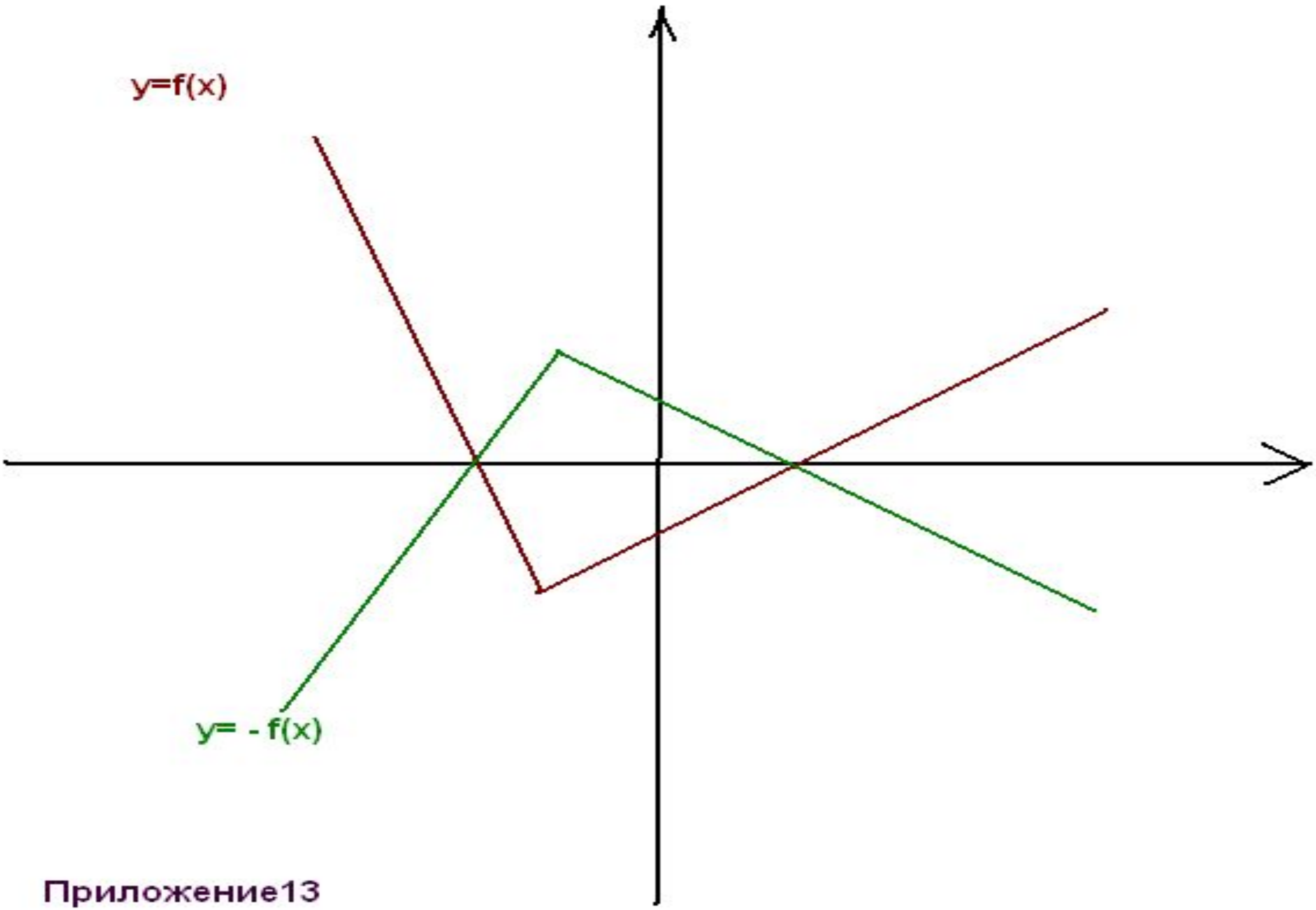
Приложение 12



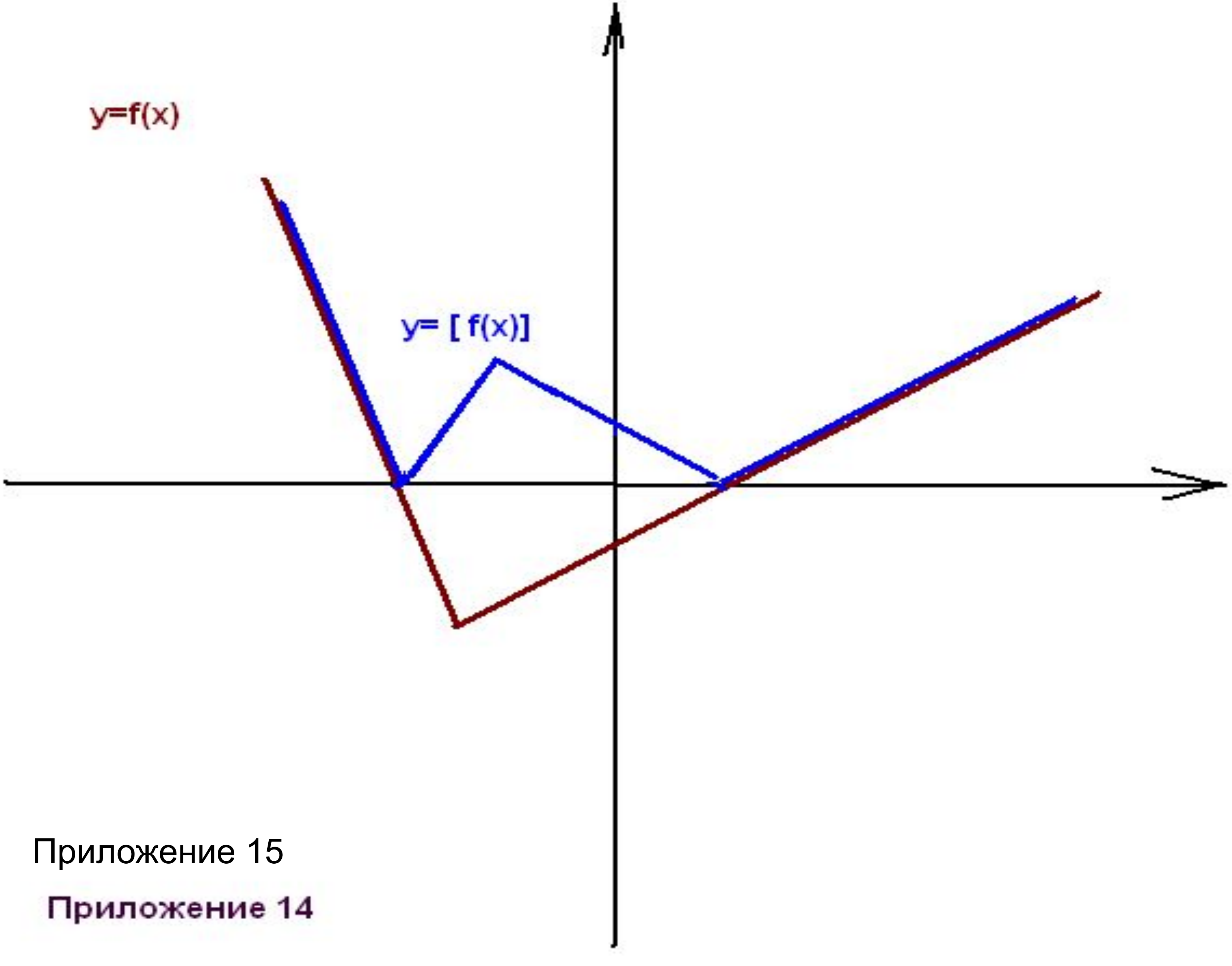
Приложение 13

Преобразования исходного графика функции y= f(x).

- ***Симметрия относительно оси Ох.***
- а) y=- f(x) – симметричное отражение графика относительно оси Ох;
- б)y **=**│f(x**)**│**-** замена частей графика, лежащих ниже Ох, отражением относительно этой оси части, лежащей ниже оси Ох, с сохранением остальных частей графика . (Приложение 13 и 14)



Приложение 14

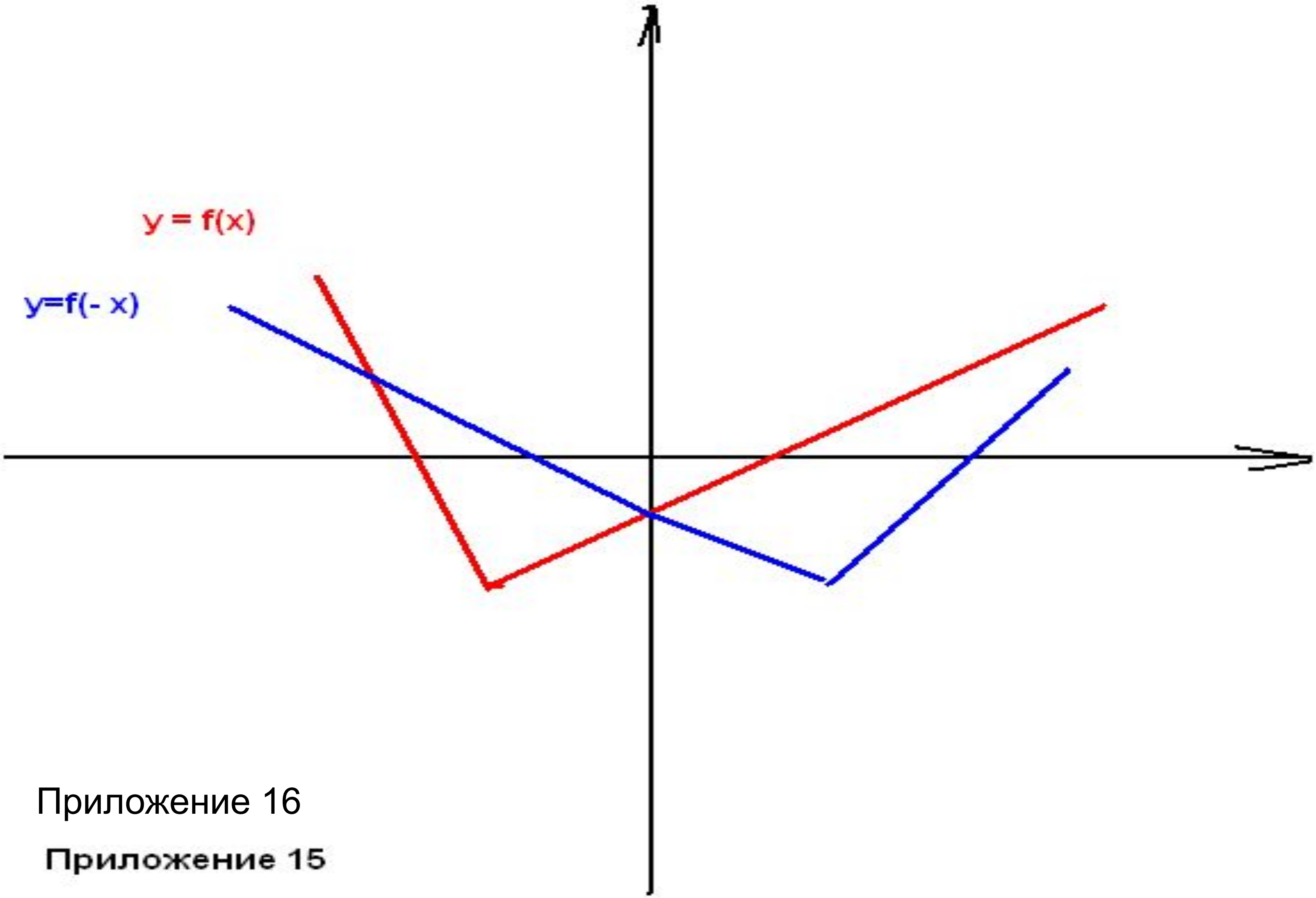


Приложение 15

Приложение 14

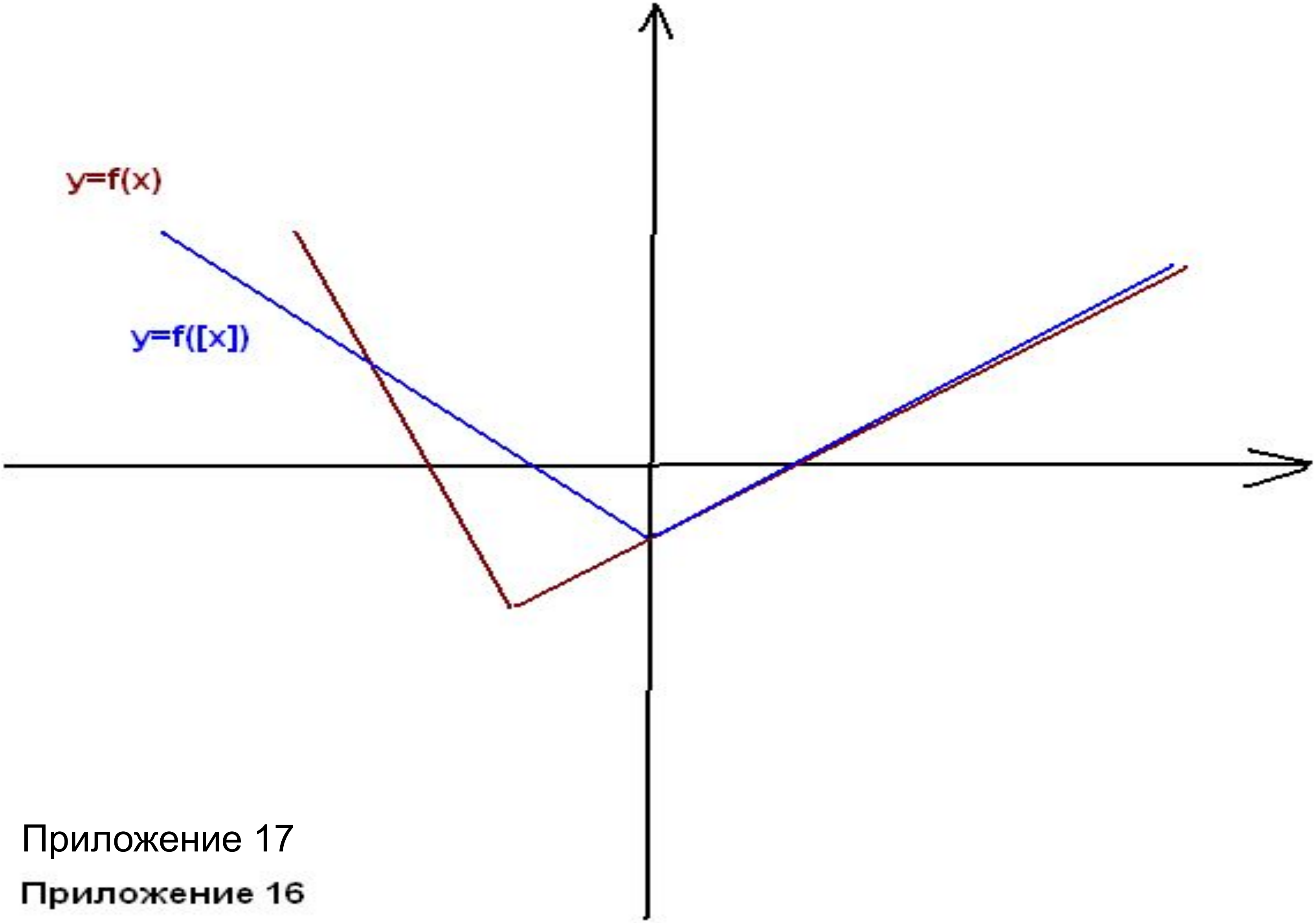
Преобразования исходного графика функции y= f(x).

- ***Симметрия относительно оси Оу.***
- а) y = f(-x) – симметричное отражение графика относительно оси Оу;
- б)) y= f(│x│) – замена части графика, лежащей левее Оу, отражением относительно этой оси части, лежащей правее оси Оу с сохранением правой части графика. (Приложение 15 и 16)



Приложение 16

Приложение 15



Приложение 17

Приложение 16

Заключение.

- Заканчивая свою работу я увидел, что строить графики элементарных функций интересно и просто. А график является портретом функции, поэтому функцию можно назвать поистине красавицей.
- Математика – это набор инструментов, который необходим в познании окружающего мира. И этим инструментом необходимо владеть в совершенстве, чтобы познавать, развивать и изменять нашу жизнь.

Список литературы.

- Н.П. Токарчук «Красавицы функции и их графики».
- В.К.Егоров, Б.А.Радунский, Д.А.Тальский «Методика построения графиков функций».
- Ю.Н.Макрычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б,Северова «Учебник алгебры».