

**Государственное бюджетное образовательное
учреждение
лицей № 1547 г. Москва**

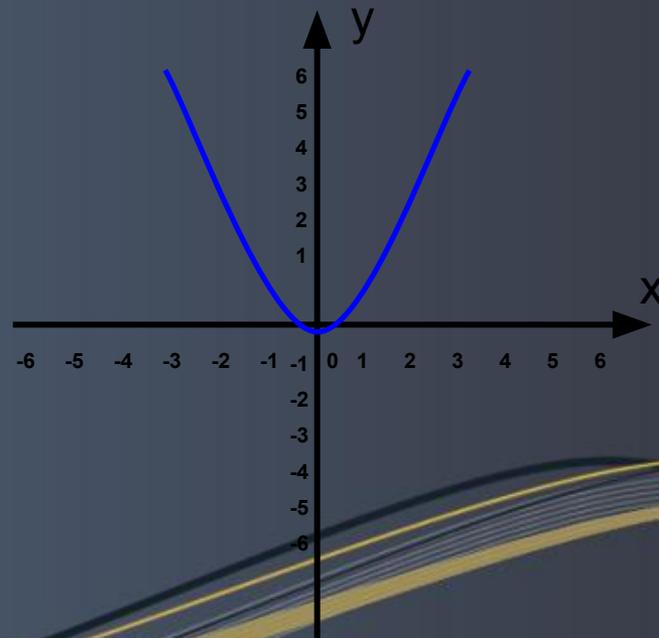
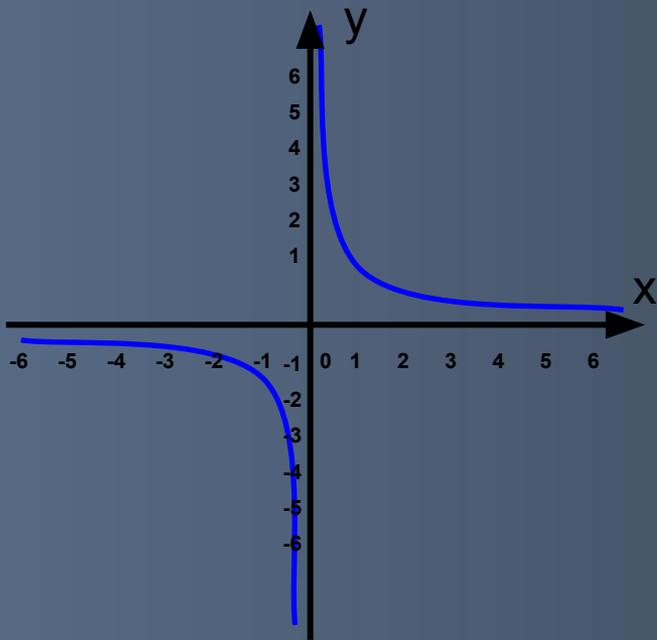
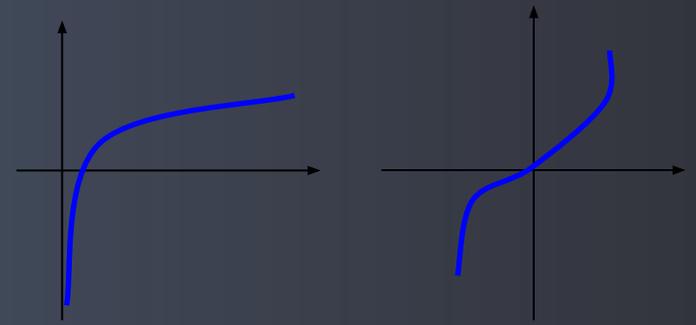


***Работа выполнена:
Емельяненко Святославом,
(ученик 9 «А» класс)***

***Руководитель:
учитель математики
Карпова Светлана Владимировна***

2012 год

Функции, их свойства и графики



Темы:

- Функция.
- Использования функций в физике.
- Свойства функций.
- Квадратичная функция.
- Преобразование графиков функций.



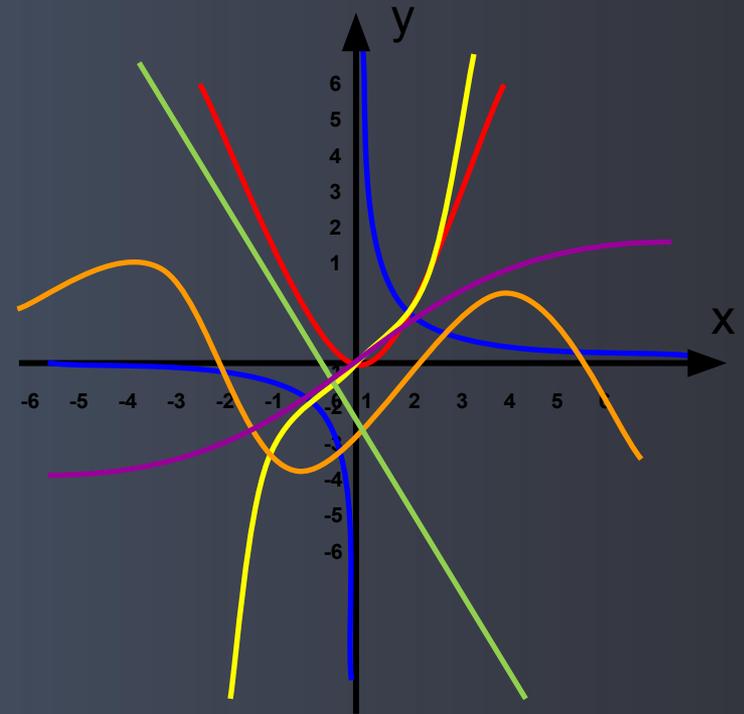
Свойства функций

1. Возрастание и убывание функций.
2. Свойства монотонных функций.
3. Четные и нечетные функции.
4. Ограниченные и неограниченные функции.



Функция

Функция — математическое понятие, отражающее связь между элементами множеств. Можно сказать, что функция это «закон», по которому каждому элементу одного множества (называемому **областью определения**) ставится в соответствие некоторый элемент другого множества (называемого **областью значений**)



Функция

$$\forall x \in X \rightarrow \exists ! (Y)$$

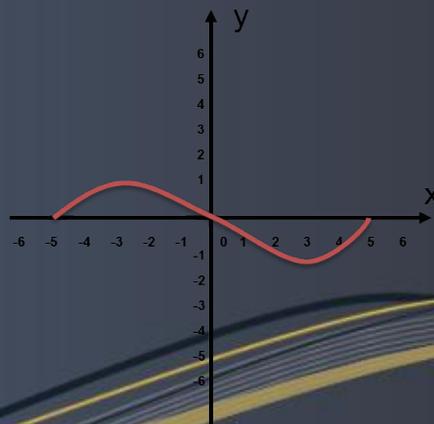
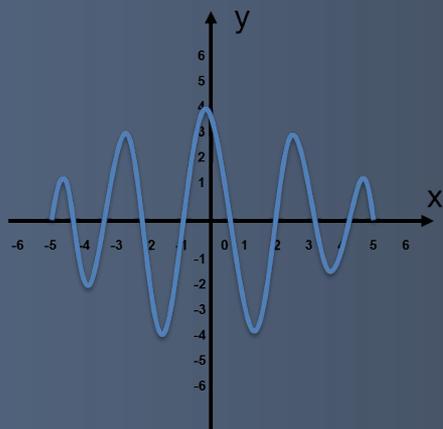
x	Независимая переменная или аргумент.
y	Зависимая переменная или функция.
$y=f(x)$	Если y является функцией от переменной x , то используют правило СООТВЕТСТВИЯ.
$D(f)$	Множество значений аргумента - область определения.
$E(f)$	Все значения, которые принимает функция, называют областью значений.



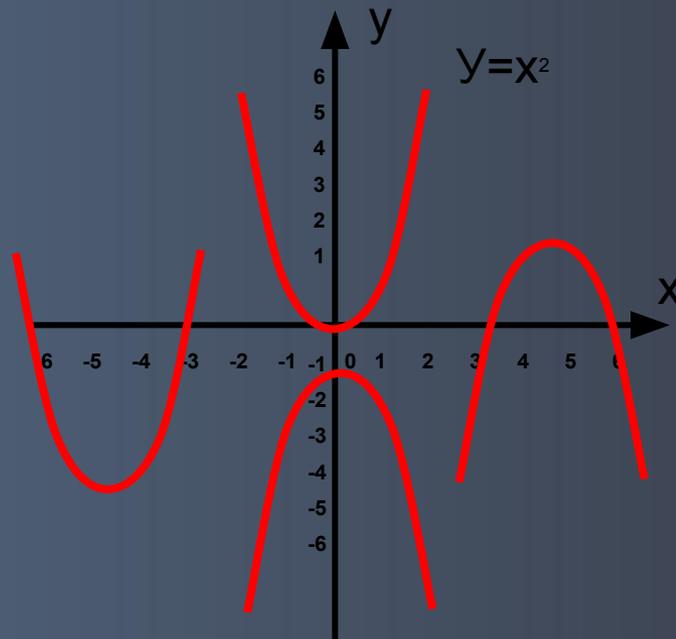
Использования функций в физике

Пример:

Волновая функция, или **пси-функция** — комплекснозначная функция, используемая в квантовой механике для описания чистого состояния системы. Является коэффициентом разложения вектора состояния по базису, так же функции используют для графического показания волновых колебаний звука.



Квадратичная функция



ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Функцию которую можно задать формулой вида $y=ax^2+bx+c$, где $a \neq 0$ называют квадратичной.



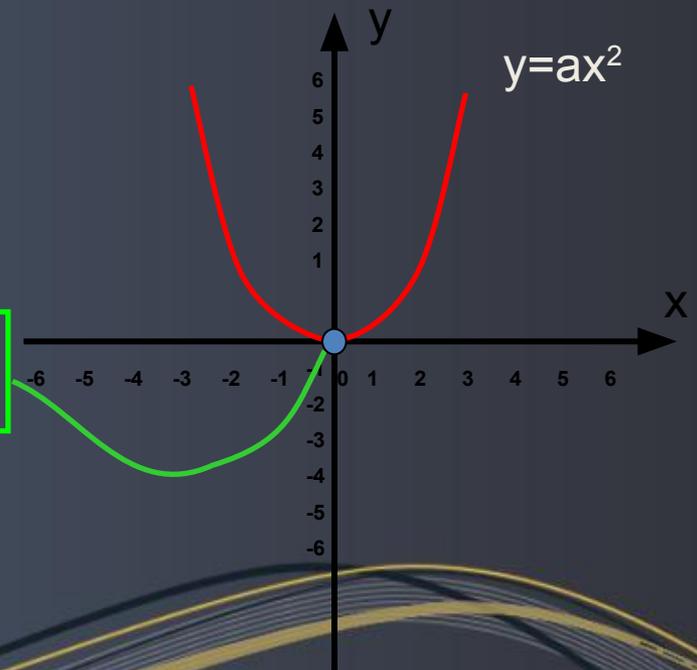
Квадратичная функция

При $a \neq 0$ ($a > 0$), $b = c = 0$, квадратичная функция имеет вид $y = ax^2$

График – парабола.

Свойства функции:

1. $D(y) = \mathbb{R}$ (симметричное множество).
2. Функция четная т.к. $y(-x) = y(x)$. Ось симметрии $x = 0$.
3. Если $x = 0$, то $y = 0$. т.е. проходит через начало координат $(0, 0)$.
4. Если $x > 0$, то $y > 0$; если $x < 0$, то $y > 0$.
5. Функция возрастает на $[0; \infty)$,
убывает $(-\infty; 0]$.
6. $E(y) = [0; \infty)$.
7. $Y_{\text{наим}} = 0$.
8. Ограничена снизу.



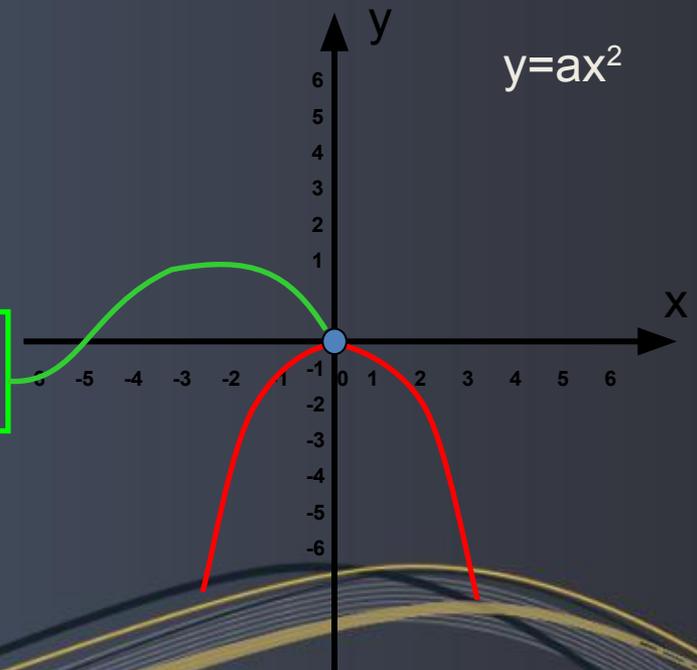
Квадратичная функция

При $a \neq 1$ ($a < 0$), $b=c=0$, квадратичная функция имеет вид $y=ax^2$

График – парабола.

Свойства функции:

1. $D(y)=\mathbb{R}$ (симметричное множество).
2. Функция четная т.к. $y(-x) = y(x)$. Ось симметрии $x=0$.
3. Если $x=0$, то $y=0$. т.е. проходит через начало координат $(0,0)$.
4. Если $x > 0$, то $y < 0$; если $x < 0$, то $y < 0$.
5. Функция возрастает на $(-\infty; 0]$,
убывает $[\infty; 0)$.
6. $E(y) = (\infty; 0]$.
7. $Y_{\text{наим}} = 0$.
8. Ограничена сверху.



Построение

$$y=ax^2+bx+c$$

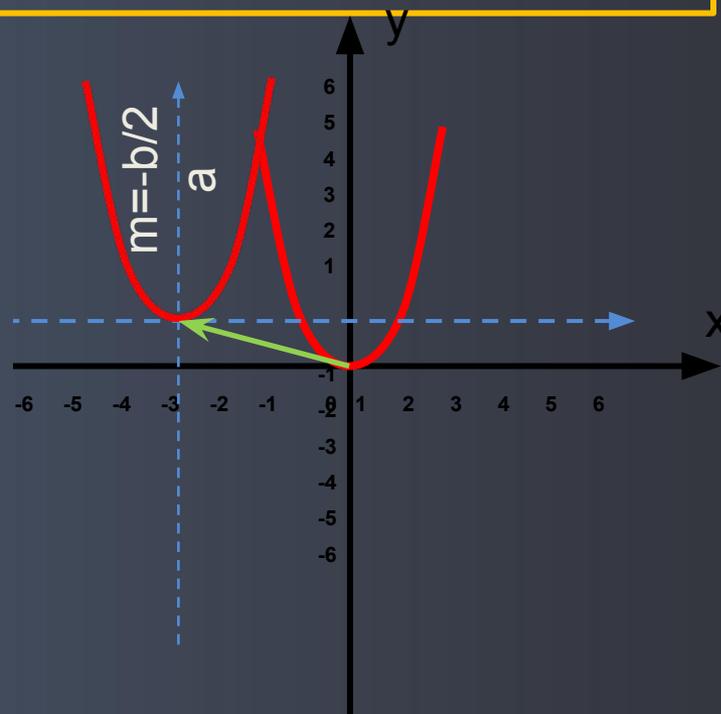
1. $y=ax^2+bx+c$ (1) $\rightarrow y=a(x-m)^2+n$ (2)

(Выделив квадрат двучлена)

$$m = -\frac{b}{2a}, n = \frac{D}{4a}$$

2. График функции (1) можно получить из графика $y=ax^2$ с помощью двух параллельных переносов.

1. Вдоль оси x на m единиц, ($m < 0$ влево, $m > 0$ вправо).
2. Вдоль оси y на n единиц, ($n < 0$ вниз, $n > 0$ вверх)



Преобразование графиков функций

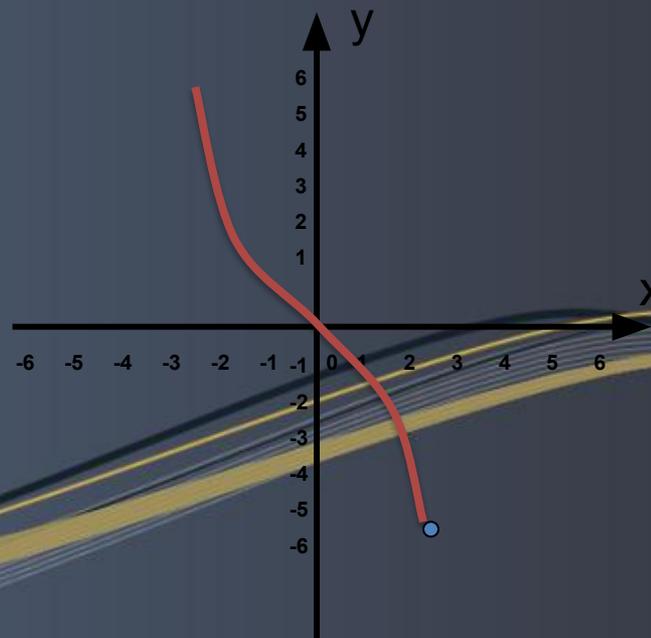
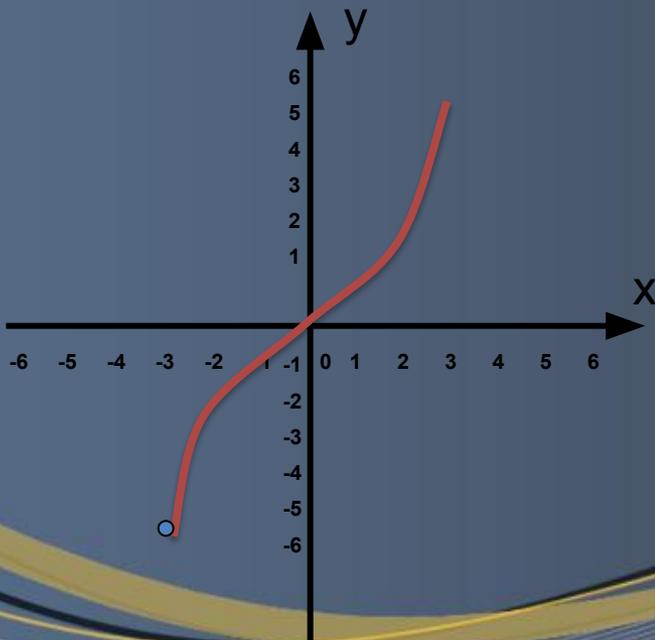
1. Растяжение и сжатие графиков функций к оси ординат.
2. Графики функций $y=|f(x)|$ и $y=f(|x|)$.



Возрастание и убывание функций

Функция f называется возрастающей на множестве X , если для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) > f(x_1)$

Функция f называется убывающей на множестве X , если для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) < f(x_1)$



Свойства монотонных функций

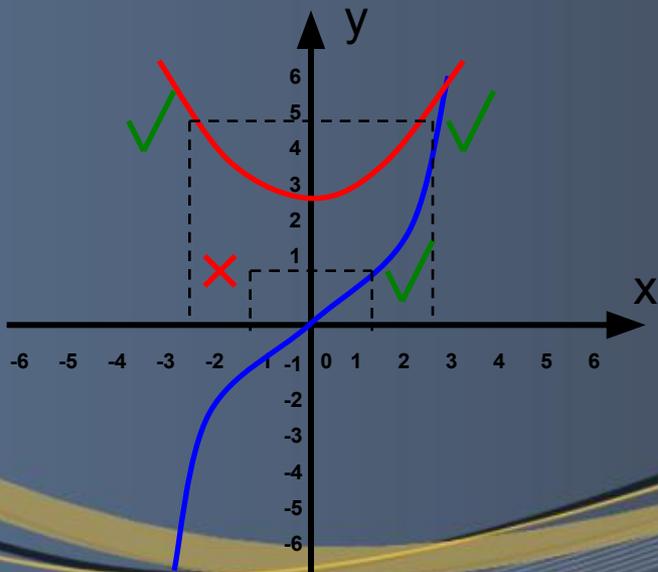
1. Монотонная функция каждое свое значение принимает лишь при одном значении аргумента.
2. Если функция $y=f(x)$ является возрастающей (убывающей), то функция $y=-f(x)$ является убывающей (возрастающей).
3. Сумма двух возрастающих функций является возрастающей функцией, а сумма двух убывающих функций является убывающей функцией.
4. Если обе функции f и g возрастающие или обе убывающие, то функция $\varphi(x)=f(g(x))$ - возрастающая функция.
5. Если функция $y=f(x)$ монотонная на множестве X и сохраняет на этом множестве знак, то функция $g(x)=1:f(x)$ на множестве X имеет противоположный характер монотонности.



Четные и нечетные функции

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Функция f называется четной, если для любого x принадлежит $D(f)$ верно равенство $f(-x)=f(x)$.
Функция f называется нечетной, если для любого x принадлежит $D(f)$ верно равенство $f(-x)=-f(x)$.

График четной функции f симметричен относительно оси ординат, а график нечетной функции симметричен относительно начала координат.

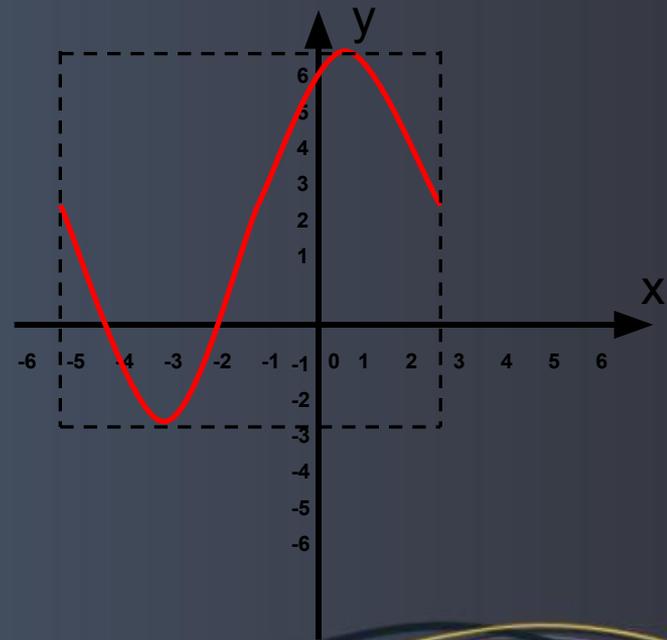


- График четной функции.
- График не четной функции.



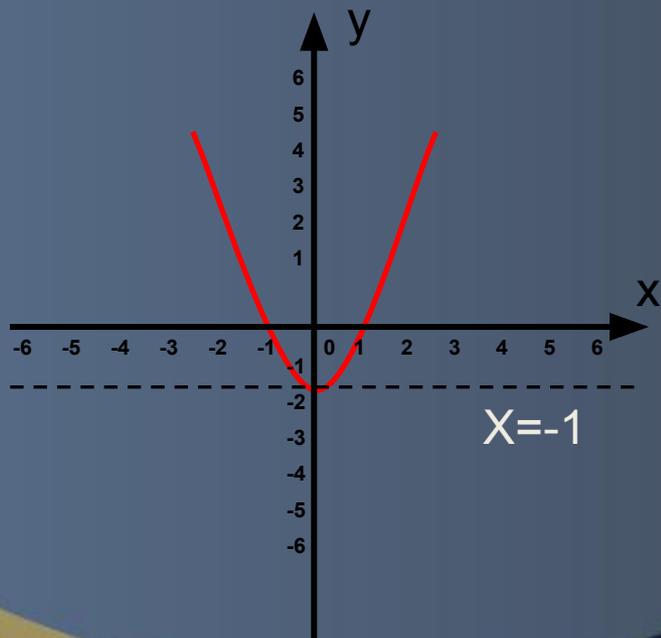
Ограниченные и неограниченные функции

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:
Функция называется ограниченной, если существует два числа a и b такие, что для любого аргумента x и y выполняется неравенство $a \leq f(x) \leq b$.



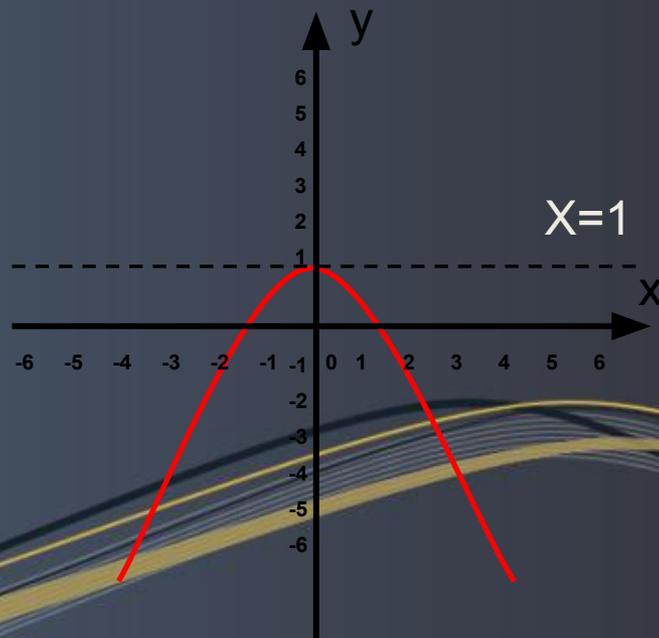
Ограниченные и неограниченные функции

Функция f ограничена снизу, если для любого x принадлежит $D(f)$ выполняется неравенство $f(x) \geq a$, где a - некоторое число.



Функция
ограничена снизу.

Функция f ограничена сверху, если для любого x принадлежит $D(f)$ выполняется неравенство $f(x) \leq b$, где b - некоторое число.



Функция
ограничена сверху.



Растяжение и сжатие графиков функций к оси ординат

График функции $y = k f(x)$ при $k > 1$ можно получить из графика функции $y = f(x)$ растяжением от оси x исходного графика в k раз, а при $0 < k < 1$ - сжатием к оси x графика функции $y = f(x)$ в $1/k$ раз.

График функции $y = f(kx)$ получается из графика функции $y = f(x)$ сжатием в k раз к оси OY при $k > 1$ и растяжением в $1/k$ раз от оси OY при $0 < k < 1$.

При $k = 1$ исходный и конечный графики совпадают. При $k < 0$ график не только растягивается (сжимается), но и отражается относительно оси OY .

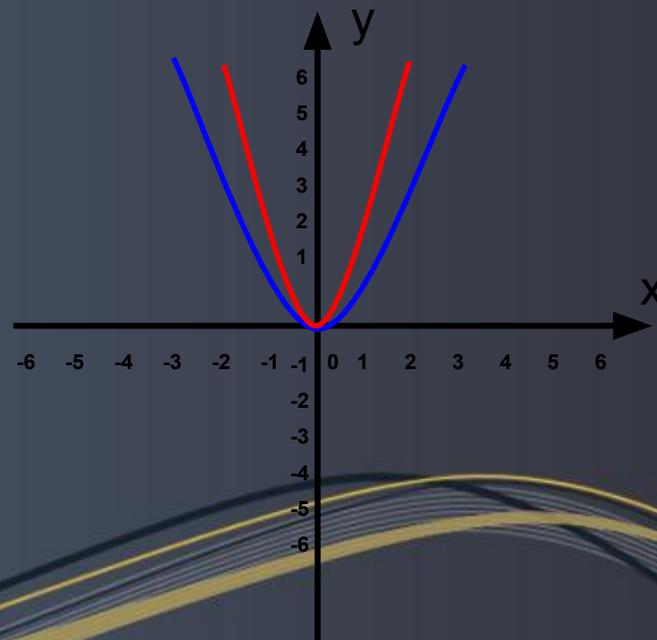


График функций $y = |f(x)|$

1. Построить $y = |f(x)|$
2. Оставить без изменений ту часть графика функции $y = f(x)$, где $f(x) \geq 0$,
3. Вместо участков графика функции $y = f(x)$, где $f(x) < 0$, построить их зеркальное отражение относительно оси x .

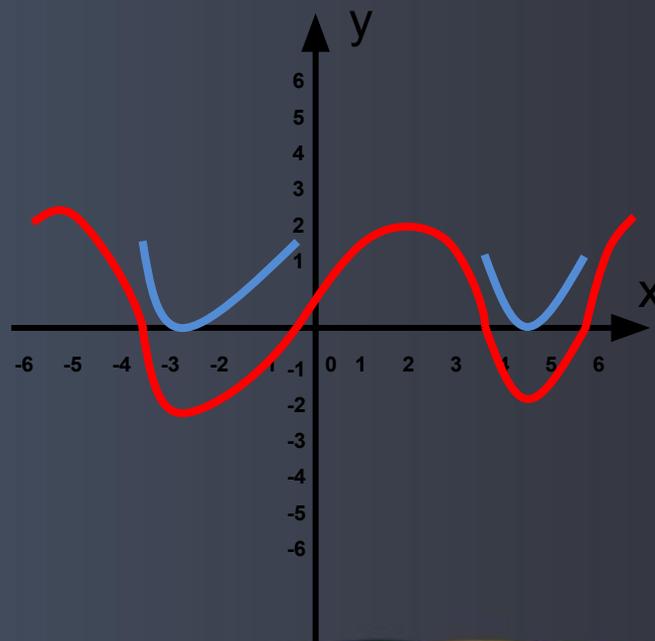
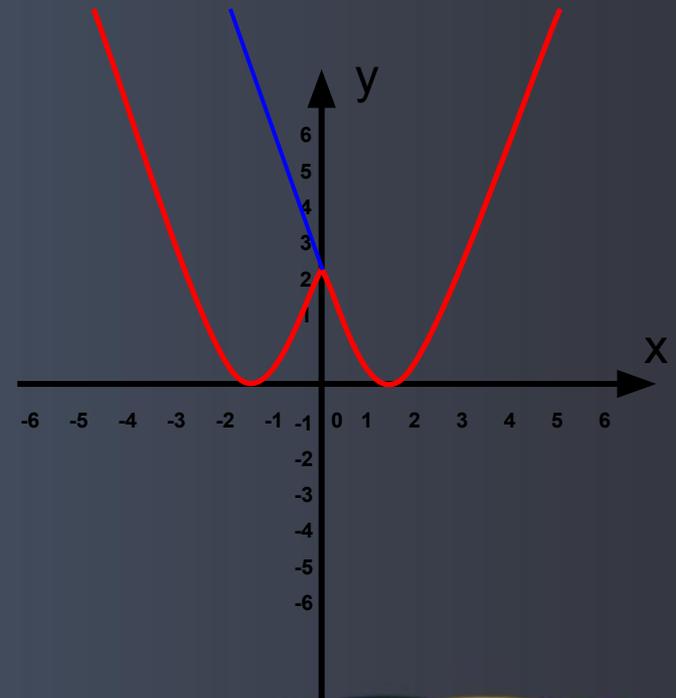


График функций $y=f(|x|)$

Чтобы построить график функции $y=f(|x|)$, если известен график функции $y=f(x)$, нужно оставить на месте ту часть графика функции $y=f(x)$, которая соответствует неотрицательной части области определения функции $y=f(x)$. Отобразив эту часть симметрично относительно оси y , получим другую часть графика, соответствующую отрицательной части области определения.



Информация

Стиль оформления взят с бесплатного интернет ресурса microsoft.com

Список литературы:

Ю.Н.Макарычев Алгебра. 9 класс. –
Мнемозина, 2010

