



**Функции  $\sqrt[n]{x}$   $y =$  , их  
свойства и графики**

# Понятие корня n-й степени из действительного числа



- **Определение.** Корнем n-й степени из неотрицательного числа a

(n = 2, 3, 4, 5...) называют такое неотрицательное

число,

при возведении в n-ю степень которого

получается

Если  $a \geq 0$ ,  $n = 2, 3, 4, 5, \dots$ , то:  $\sqrt[n]{a} \geq 0$ ;  $(\sqrt[n]{a})^n = a$

число a.

# Работаем устно!



- Вычислить:  $\sqrt[3]{0,125}$

$$\sqrt[3]{-64} \quad \sqrt[5]{32} \quad \sqrt[9]{0} \quad \sqrt[7]{1} \quad \sqrt[4]{-16}$$

$$\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} \quad \sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$$

$$3\sqrt[4]{16} - 4\sqrt[3]{27}$$

- Верно ли равенство:

$$-\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$$

- Решить уравнение.

$$x^4 = 16$$

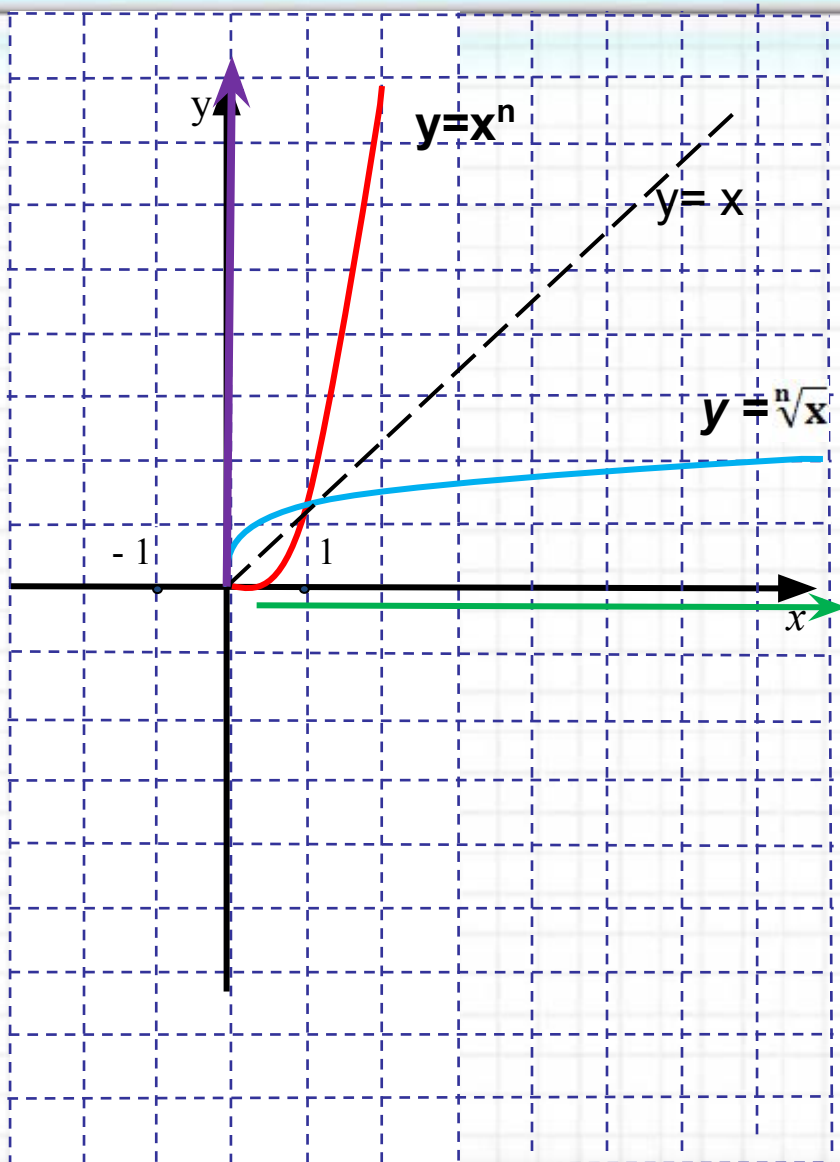
$$y^4 - 17 = 0$$

- Расположите числа в порядке

возрастания

$$2, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{17}$$

# Функция $y = x^n$ , $x \in [0; +\infty)$ , $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$



Функция  $y = x^n$  монотонна и непрерывна на луче  $[0; +\infty)$

Область её значений – луч  $[0; +\infty)$

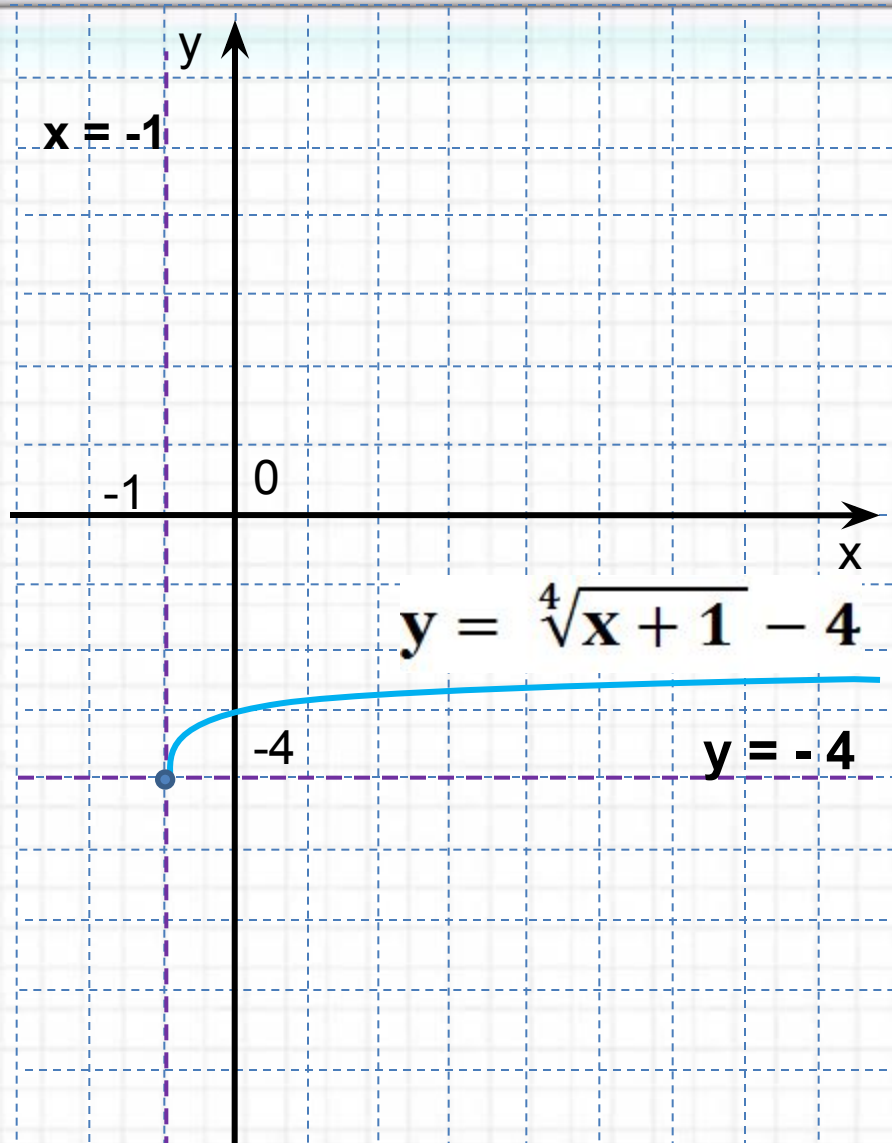
Функция  $y = \sqrt[n]{x}$  – функция, обратная степенной функции  $y = x^n$ ,  $x \in [0; +\infty)$

**Свойства функции  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $x \geq 0$**

- 1)  $D(f) = [0; +\infty)$
- 2) Функция не является ни четной, ни нечетной;
- 3) Возрастает на  $[0; +\infty)$ ;
- 4) Не ограничена сверху, ограничена снизу;
- 5) не имеет наибольшего значения, а  $y_{\text{наим}} = 0$ ;
- 6) Непрерывна;
- 7)  $E(f) = [0; +\infty)$ ;
- 8) Функция выпукла вверх на луче  $[0; +\infty)$ ;
- 9) Функция дифференцируема в любой точке  $x > 0$ .

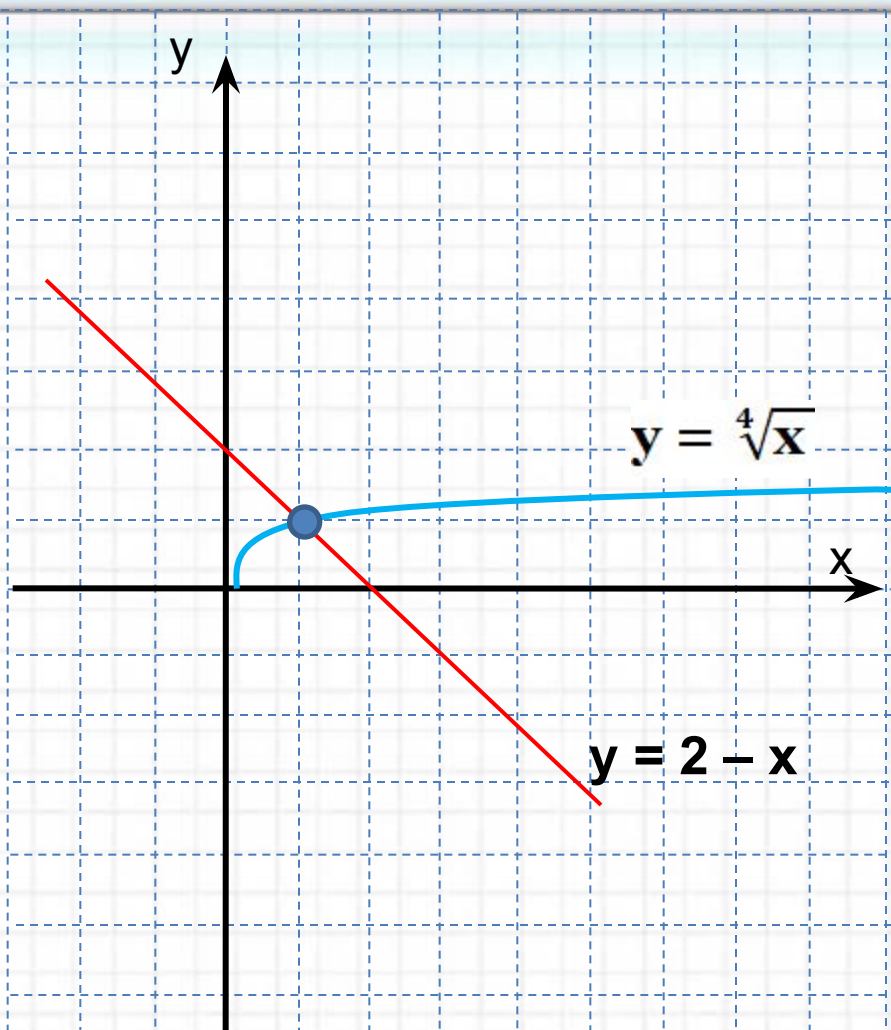


# Построить график функции $y = \sqrt[4]{x+1} - 4$



1. Перейдем к вспомогательной системе координат с началом в точке  $(-1; -4)$  – проведем пунктирные прямые  $x = -1$  и  $y = -4$
2. «Привяжем» функцию  $y = \sqrt[4]{x}$  к новой системе координат

Решить уравнение:  $\sqrt[4]{x} = 2 - x$



### 1 способ (графический)

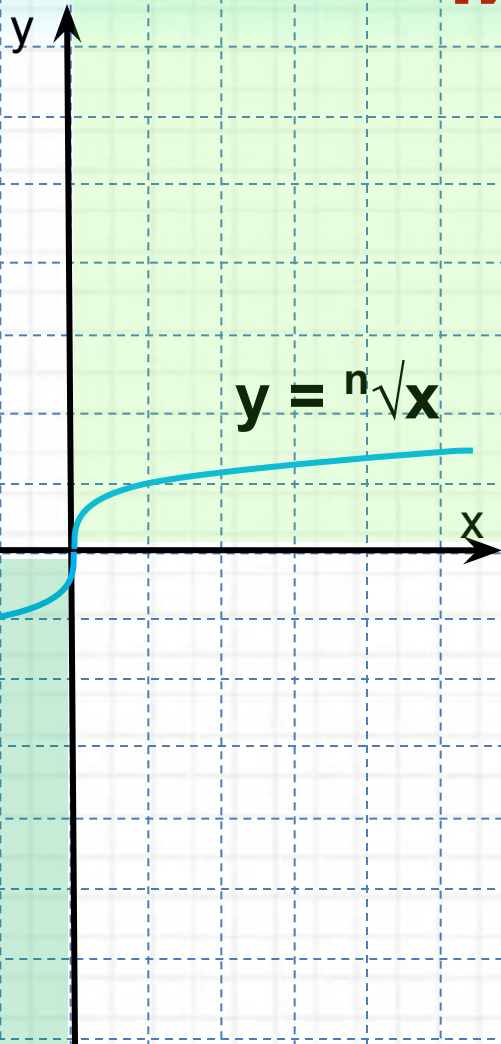
1. Введем в рассмотрение две функции:  $y = \sqrt[4]{x}$  (1) и  $y = 2 - x$  (2).
1. Построим график функции (1).
2. Построим график функции (2).
3. Находим координаты точки пересечения
4. Проверкой убеждаемся, что  $x = 1$  – корень уравнения

### Вспомните теорему о корне!

Если функция  $y = f(x)$  возрастает, а функция  $y = g(x)$  убывает и если уравнение  $f(x) = g(x)$  имеет корень, то только один

### 2 способ (учебник, с.37)

# Функция $y = \sqrt[n]{x}$ , где $n$ - нечетное ЧИСЛО



$$x \in (-\infty; +\infty)$$

$$f(-x) = \sqrt[n]{-x} = -\sqrt[n]{x} = -f(x)$$

- 1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- 2) Функция является нечетной;
- 3) Возрастает на  $(-\infty; +\infty)$ ;
- 4) Не ограничена сверху и снизу;
- 5) не имеет наибольшего и наименьшего значения;
- 6) Непрерывна;
- 7)  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
- 8) Функция выпукла вверх на луче  $[0; +\infty)$  и выпукла вниз на луче  $(-\infty; 0]$
- 9) Функция дифференцируема в любой точке  $x \neq 0$ .