

**ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ**

**Функция  $y=f(x)$  –**

зависимость по которой каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение другой зависимой переменной.

Переменная, значение которой выбирается произвольно, называется **независимой переменной**, а переменная, которая определяется по некоторому правилу, называют **зависимой переменной**

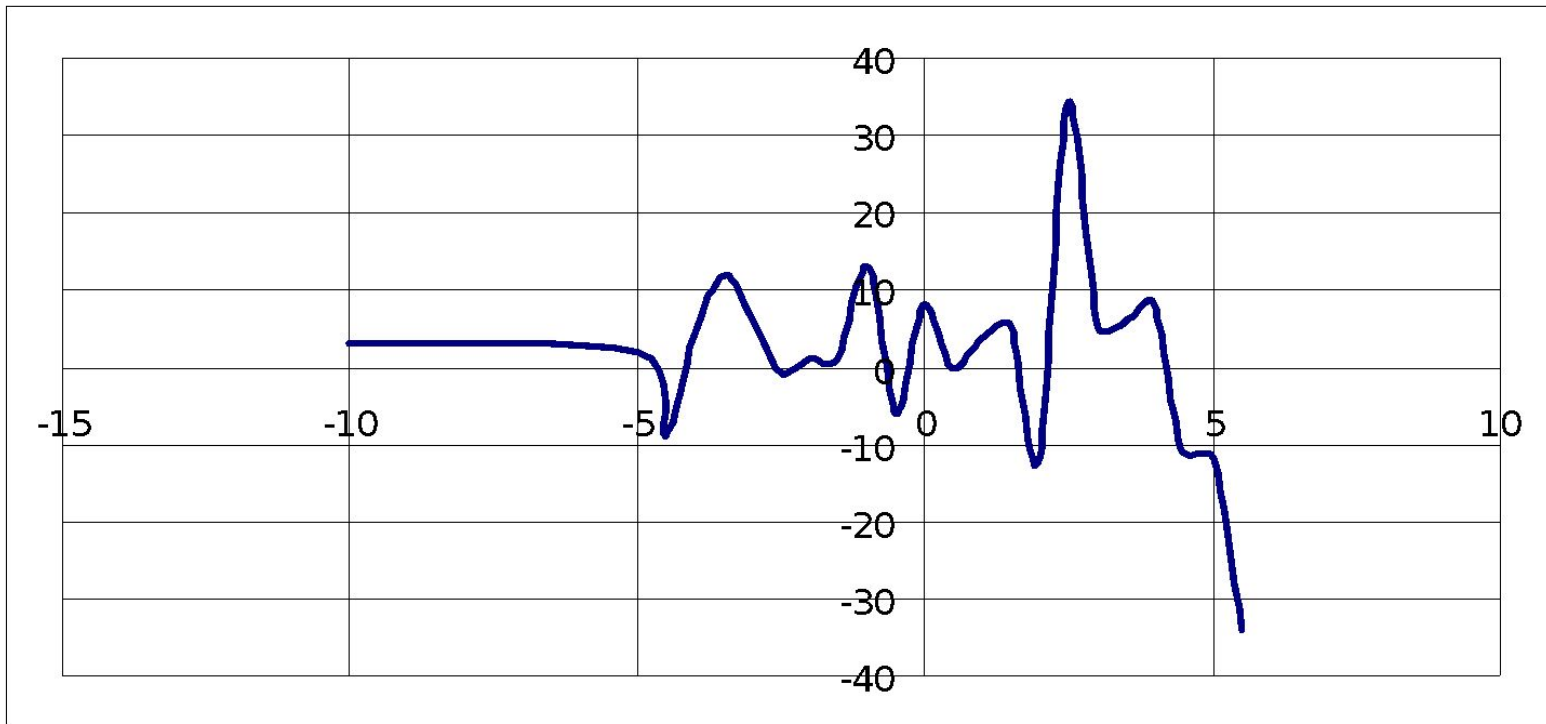
Независимая переменная – **аргумент.**

Зависимая переменная – **функция или значение аргумента.**

|                            | <b>независимая переменная</b> | <b>зависимая переменная</b> |
|----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| <b><math>y=f(x)</math></b> | <b>x</b>                      | <b>y</b>                    |
| <b><math>g=f(t)</math></b> | <b>t</b>                      | <b>g</b>                    |

## График функции

- множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.



## Способы задания функции

- с помощью формулы

- 1) Длина прямоугольника  $x$  см, а ширина на 5 см меньше, выразите периметр  $y$ . Получим:

$$y=2x+2(x-5)$$

$$y=4x-10$$

- 2) Длина прямоугольника  $x$  см, а ширина на 6 см больше, выразите периметр  $y$ . Получим:

$$y=2x+2(x+6)$$

$$y=4x+12$$

## Способы задания функции

- табличный

Отец старше сына на 20 лет, заполните таблицу. Запишите зависимость возраста отца от возраста сына.

$y$  – возраст отца,  $x$  – возраст сына  $y=20+x$

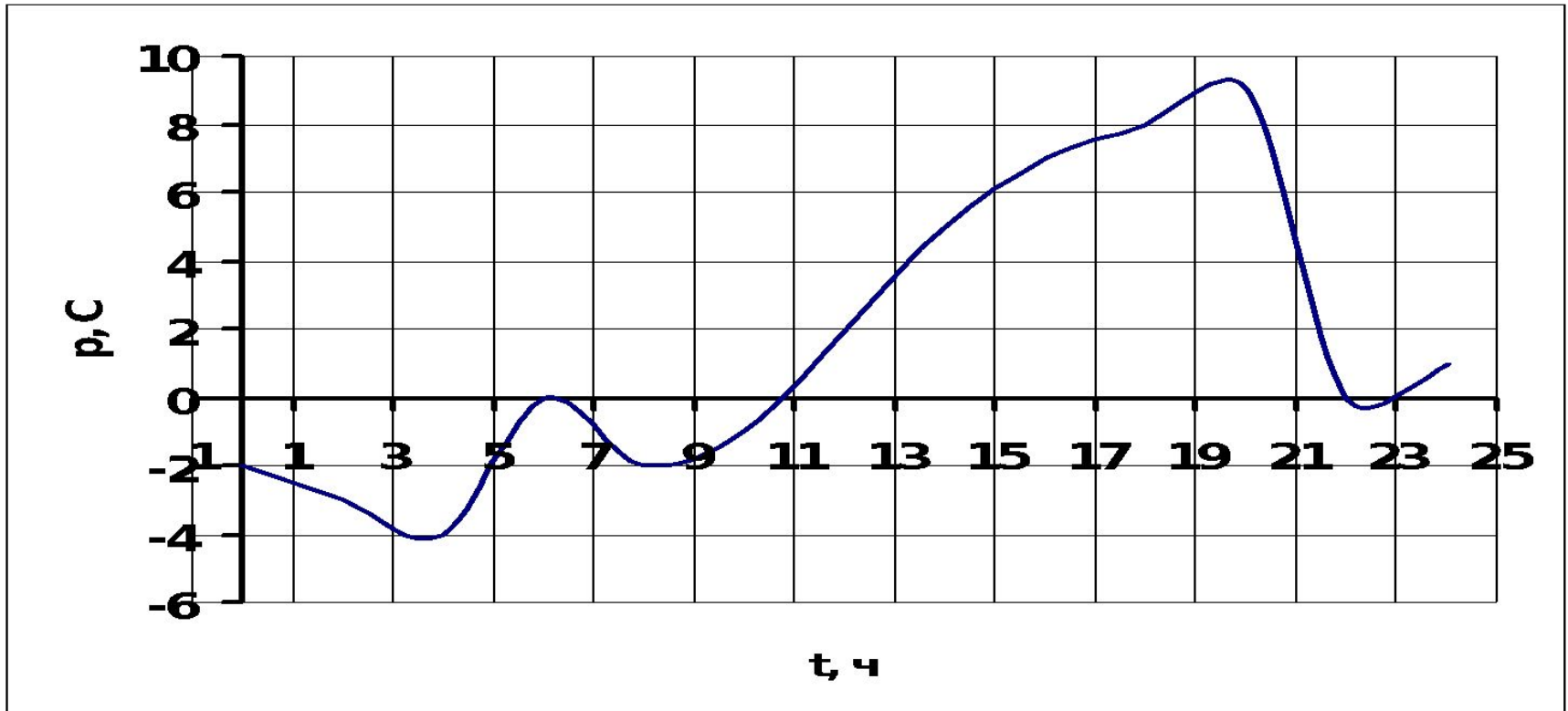
$y$  – возраст сына,  $x$  – возраст отца  $y=x-20$

|      |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|
| отец | 35 | 45 | 75 | 31 | 60 | 38 | 57 |
| сын  | 15 | 25 | 55 | 11 | 40 | 18 | 37 |

## Способы задания функции

- графический

На рисунке изображён график функции изменения температуры воздуха в течении суток



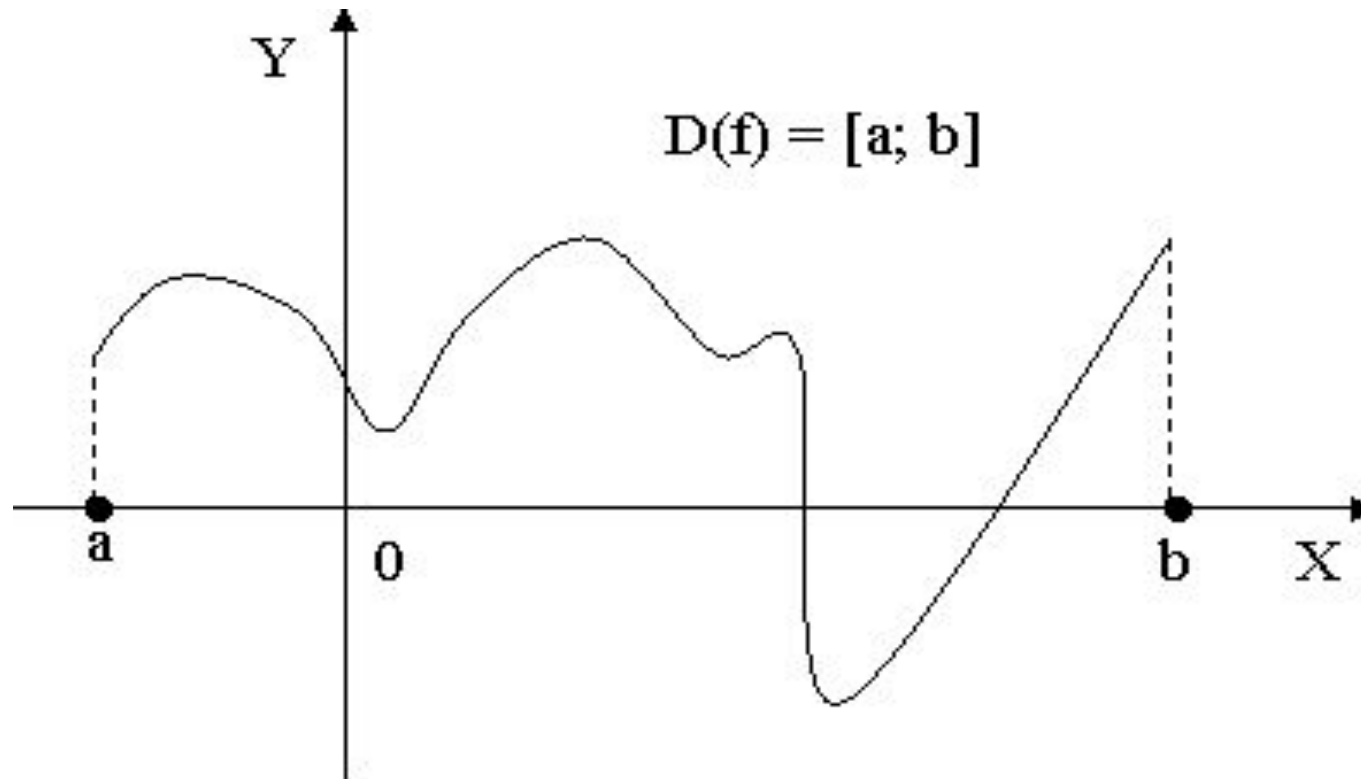
С помощью этого графика можно определить для каждого момента времени  $t$  (в часах), свою температуру.

# **Основные определения и свойства функций**

**Область определения функции –**

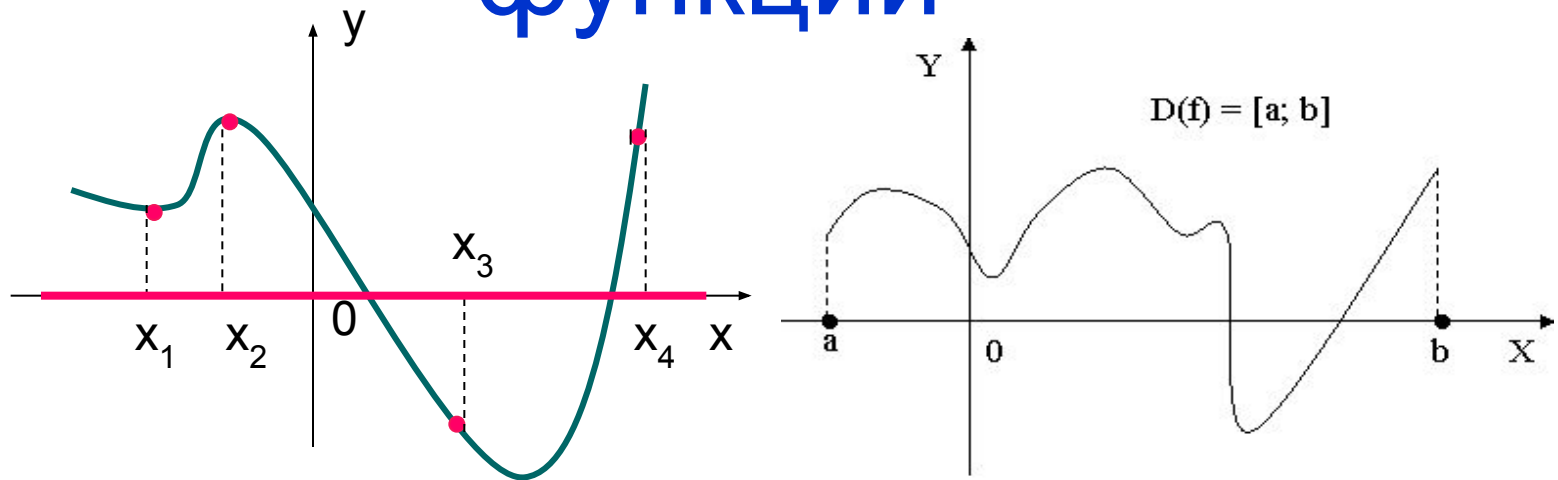
это те значения, которые может принимать независимая переменная.

Обозначение:  $D(f)$ .



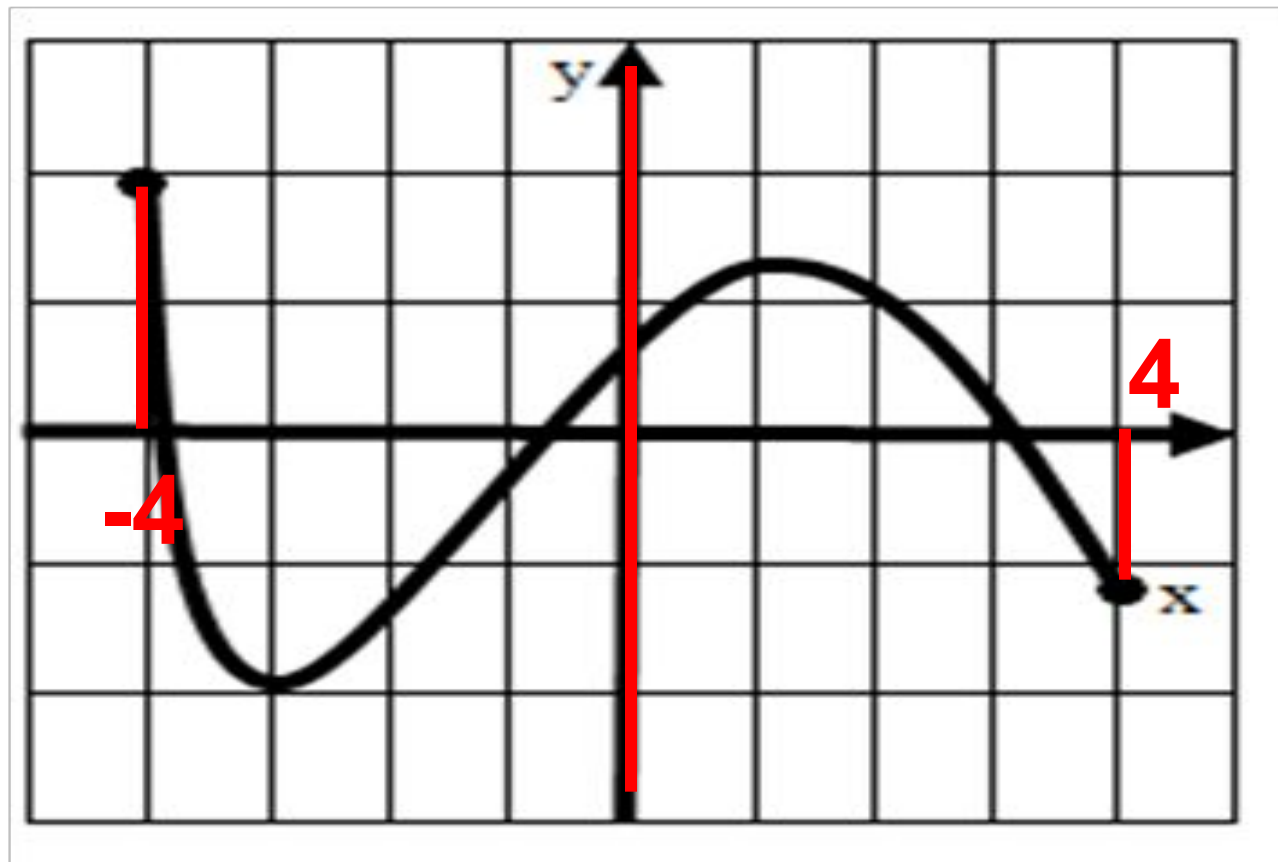


# Область определения функции



**Областью определения функции** называется множество всех значений независимой переменной  $x$ .  
Обозначение:  $D(f)$ .

Найдите область определения функции

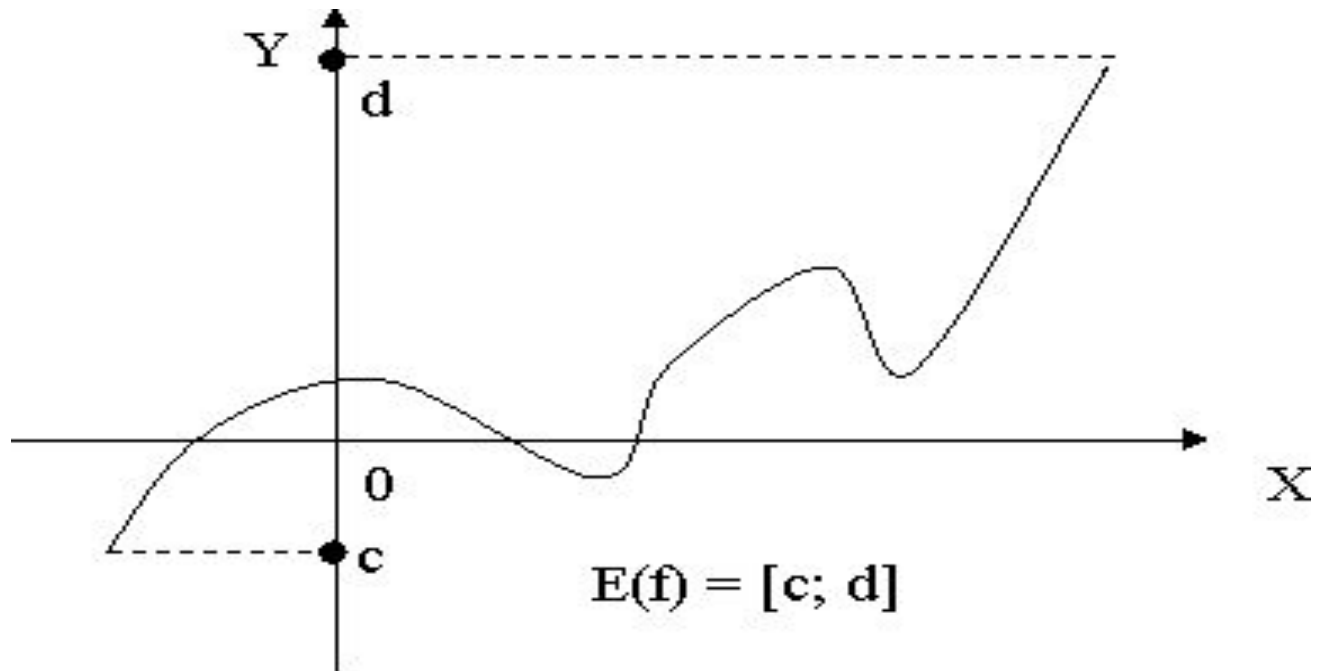


$$D(f) \ x \in [-4; 4]$$

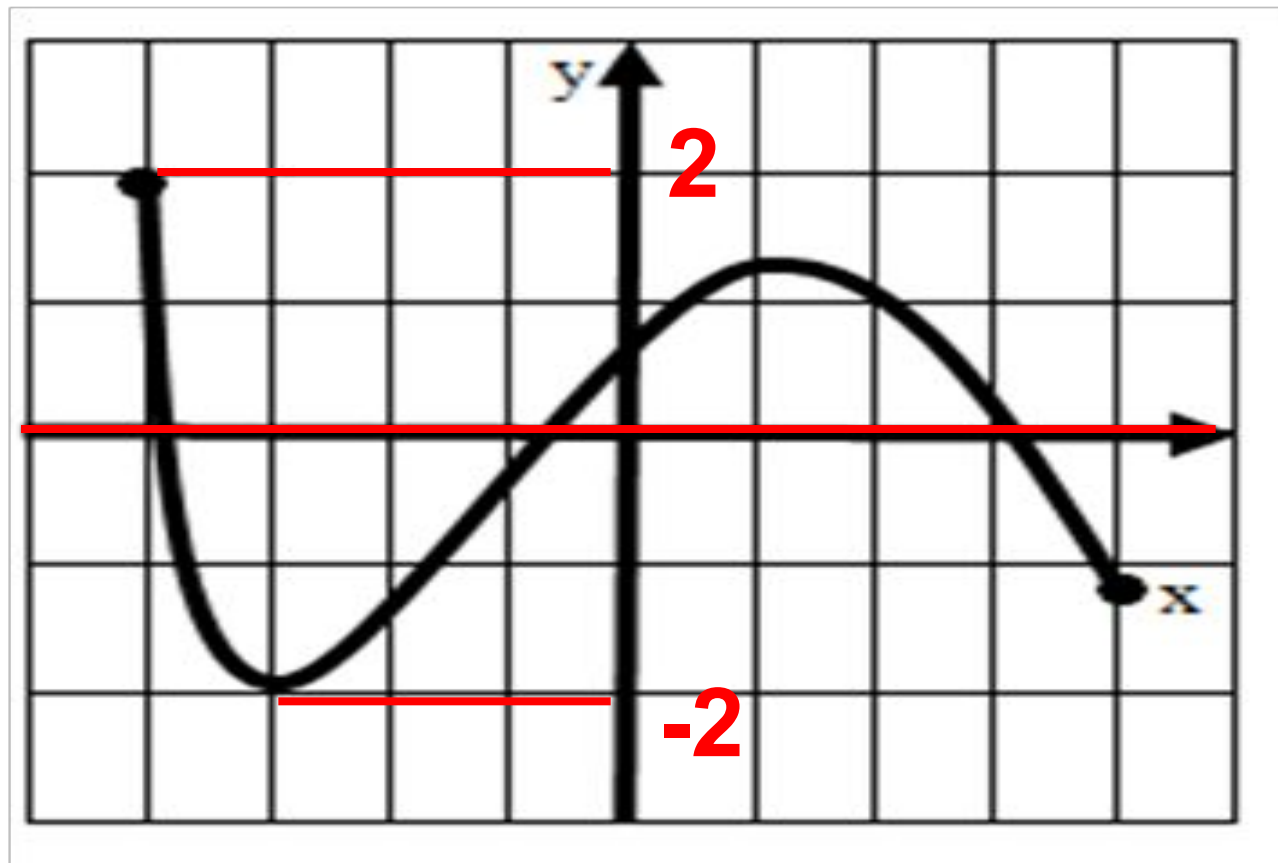
## Область значения функции

– это те значения, которые может принимать зависимая переменная.

Обозначение:  $E(f)$ .



Найдите область значения функции



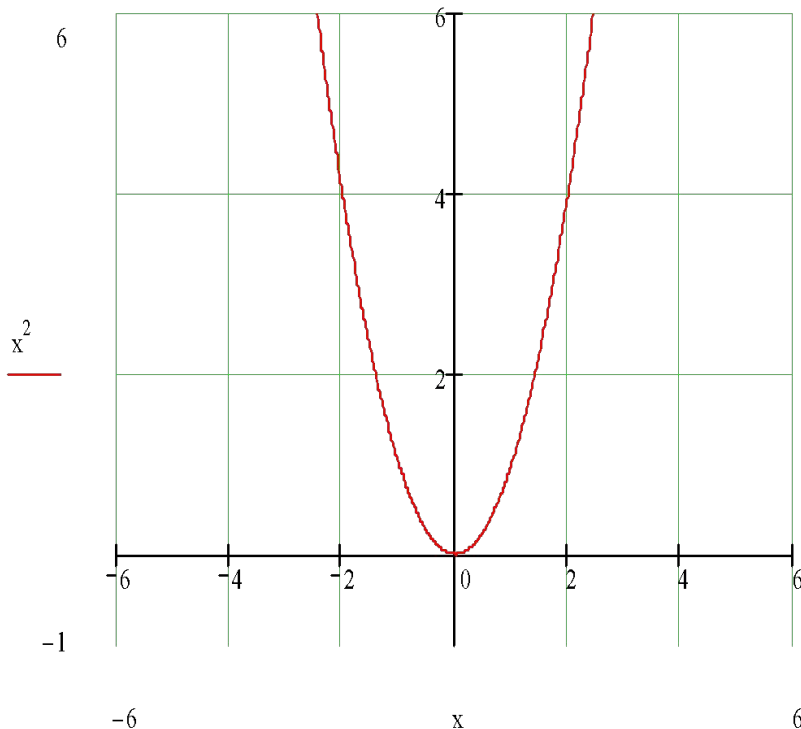
$$E(f) \ x \in [-2; 2]$$

Функция  $y=f(x)$  называется **чётной** функцией, если выполняются два условия:

1) область определения функции – симметричное множество относительно числа 0.

*(Симметричным множеством чисел называется множество, где с каждым числом  $x$ , присутствует и число  $-x$ .)*

2) выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$



-2 и 2 принадлежат  $D(f)$

$$f(-2)=4$$

$$f(2)=4$$

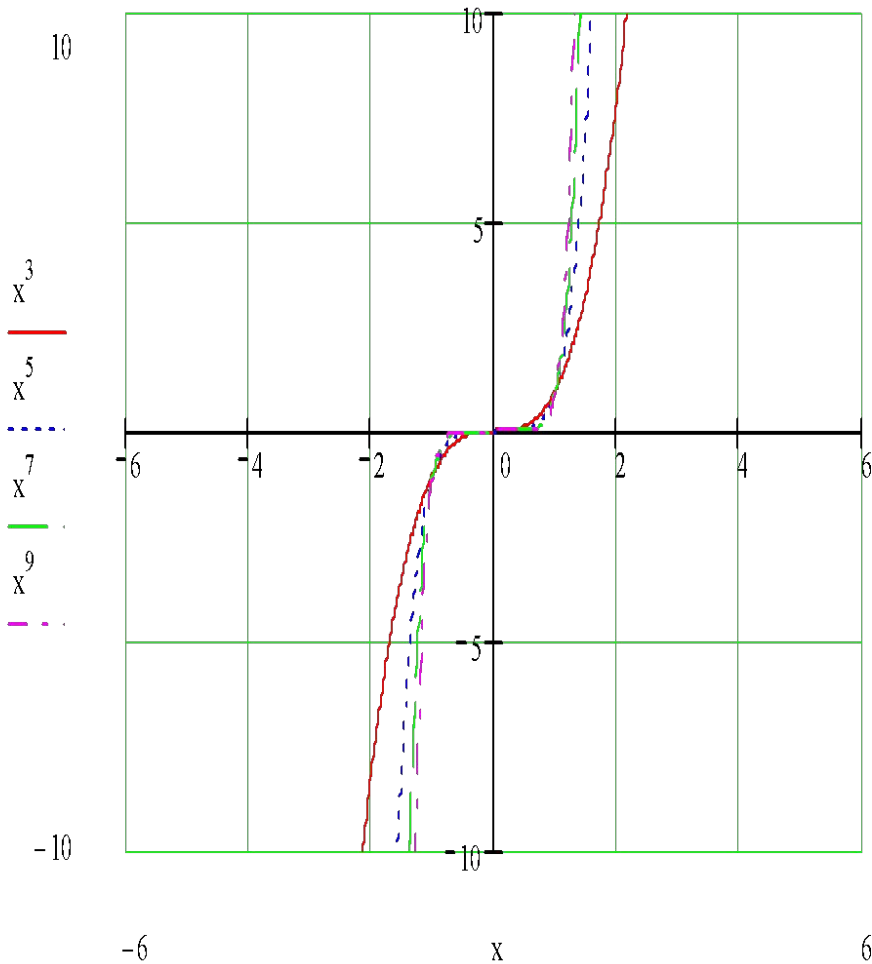
$$f(-x) = f(x)$$

***График чётной функции расположен симметрично относительно оси ординат.***

Функция  $y=f(x)$  называется **нечётной** функцией, если выполняются два условия:

1) область определения функции – симметричное множество относительно числа 0.

2) выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$




$$y=x^3$$

$$D(f) (-\infty;0] \cup [0;+ \infty)$$

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$

**График нечётной функции расположен симметрично относительно начала координат.**

# Выполните устно

1. Функция  $f(x)$  – четная,  
 $f(3) = 25$ , тогда  $f(-3) =$  

$f(-8) = 71$ , тогда  $f(8) =$  

2. Функция  $g(x)$  – нечетная,

$g(7) = 43$ , тогда  $g(-7) =$  

$g(-2) = -64$ , тогда  $g(2) =$  

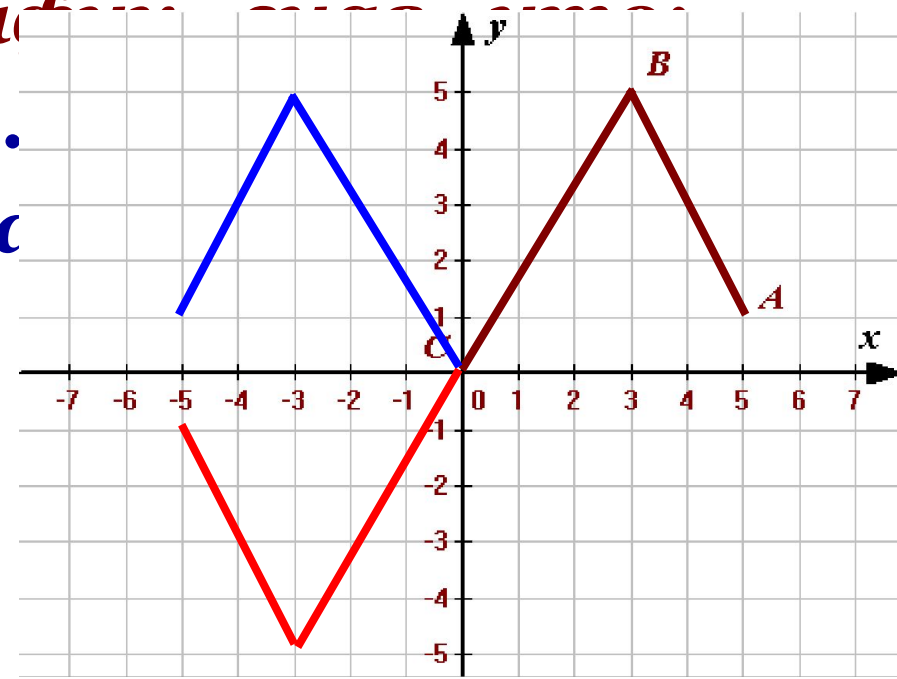
# Выполните в тетрадях

- Ломаная  $ABC$ , где  $A(5; 1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(0; 0)$  – часть графика некоторой функции  $f(x)$ . Область определения этой функции – промежуток  $[-5; 5]$ .

Постройте ее график

I –  $f(x)$  – четная.

II –  $f(x)$  – нечетная.





## Нули функции

– это те значения переменной, при которых значения функции равны нулю  $f(x)=0$ .

Нули функции так же называют **корнями функции**.

Функция может иметь несколько нулей.

$$y=x(x+1)(x-3)$$

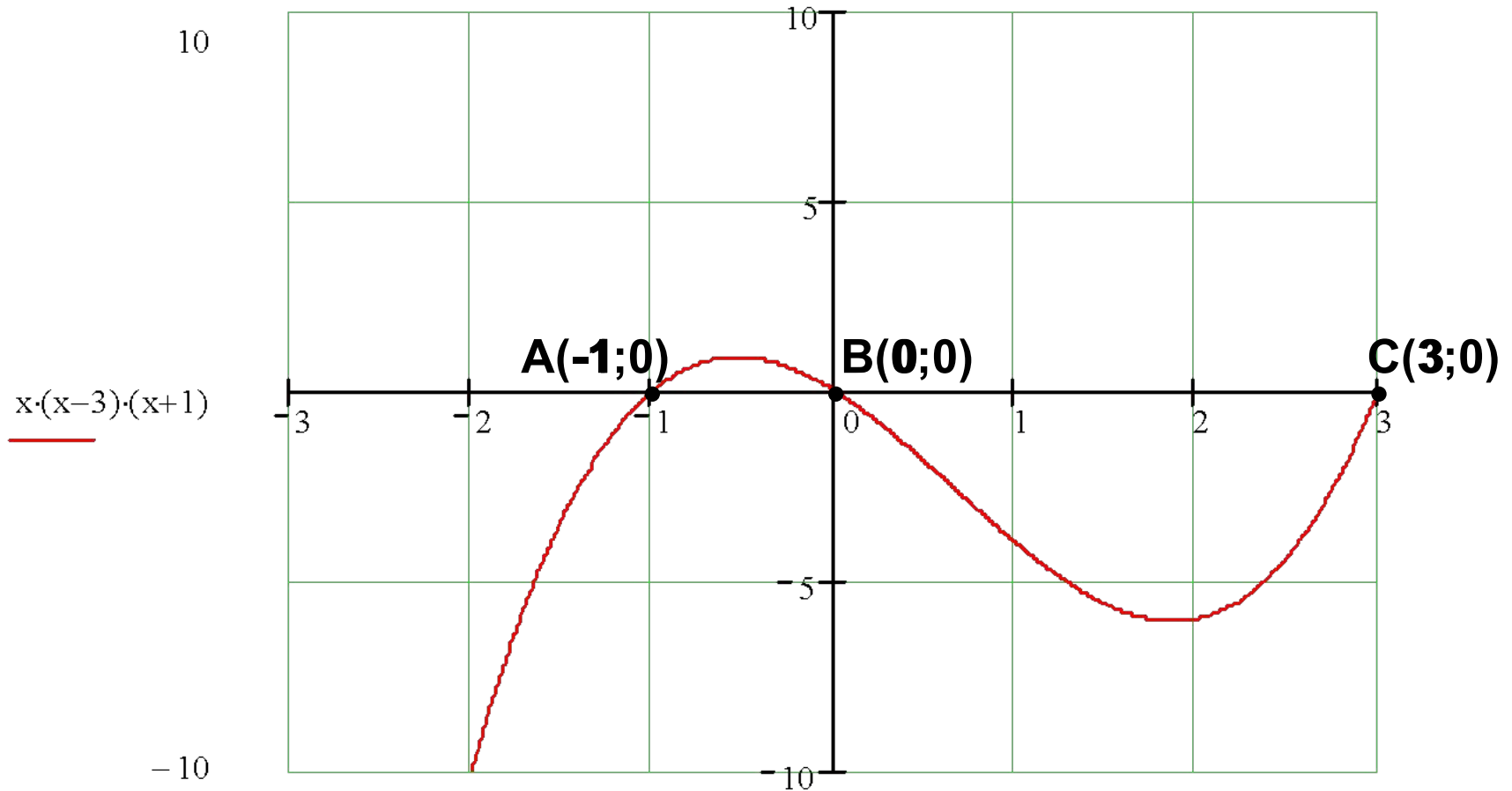
$$x(x+1)(x-3)=0$$

$$x=0, x=-1, x=3.$$

## Графически нуль функции

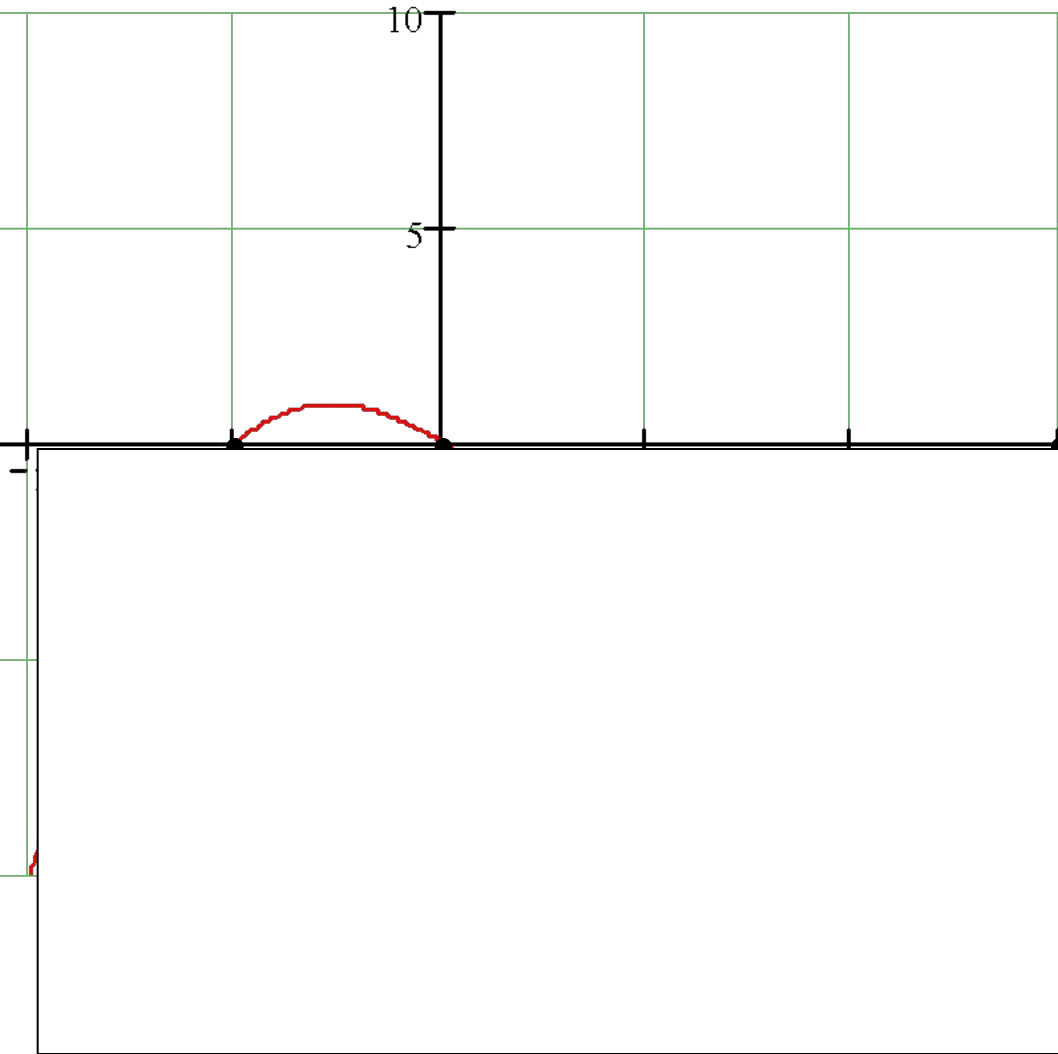
– это абсцисса точки пересечения графика функции с осью абсцисс.

На рис. представлен график функции  $y=x(x+1)(x-3)$   $x \in [-2; 2]$  с нулями:  $x=-1$ ,  $x=3$  и  $x=0$ .



## Промежутки знакопостоянства функции –

это промежутки, на которых функция сохраняет (не меняет) знак.

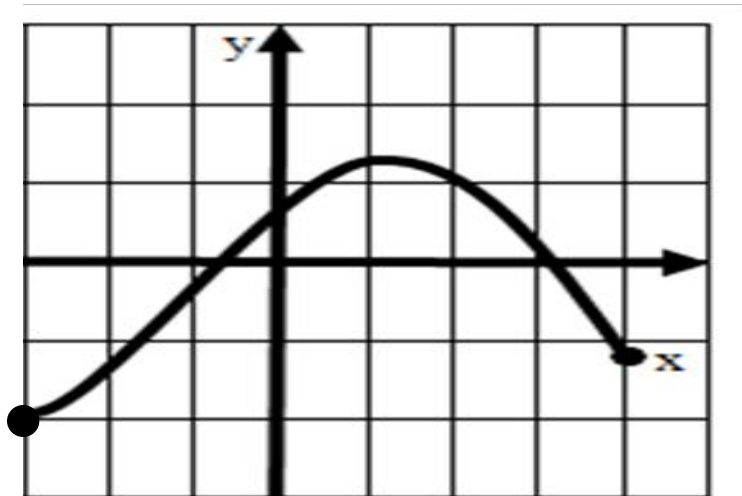


$$y=x(x+1)(x-3) \quad D(f): x \in [-2; 2]$$

$$y > 0 \text{ при } x \in (-1; 0)$$

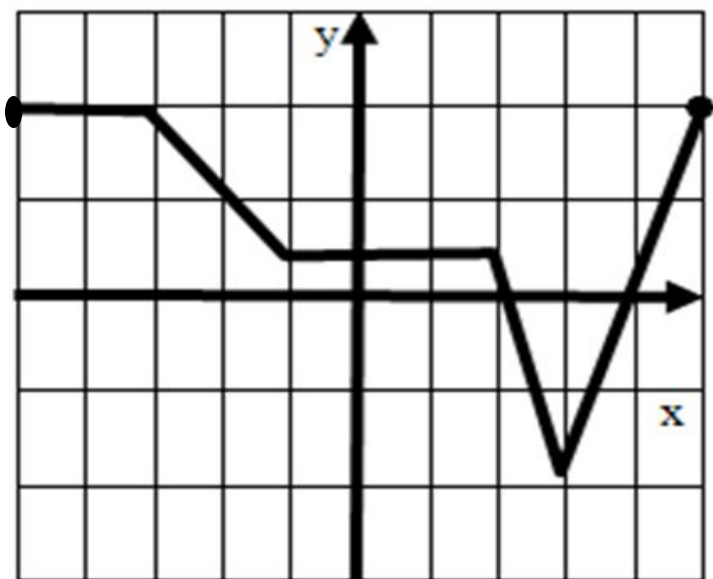
$$y < 0 \text{ при } x \in (-2; -1) \cup (0; 2)$$

## Укажите промежутки знакопостоянства



$y > 0$  при  $x \in (-1; 3)$

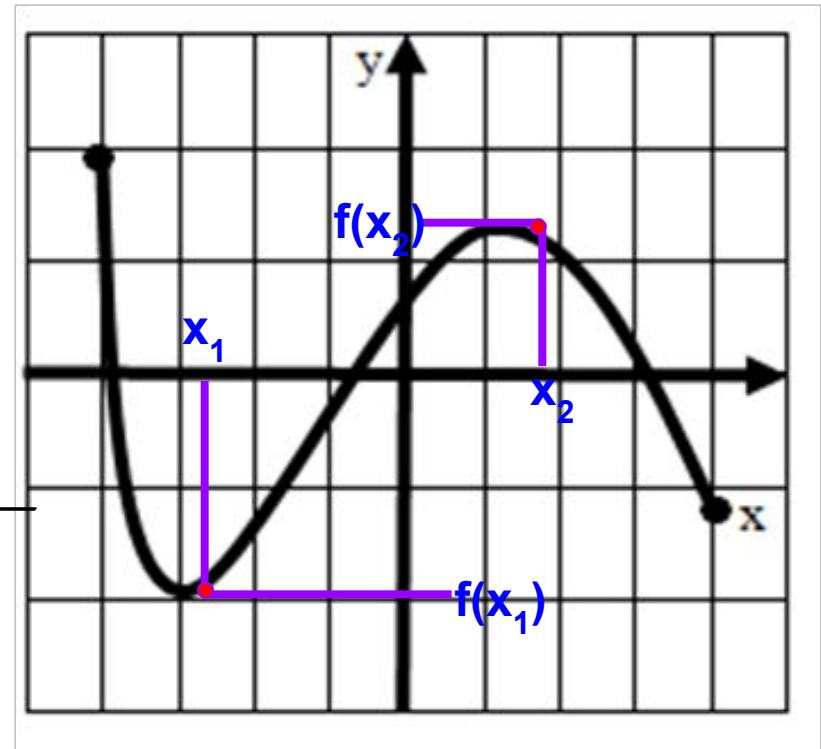
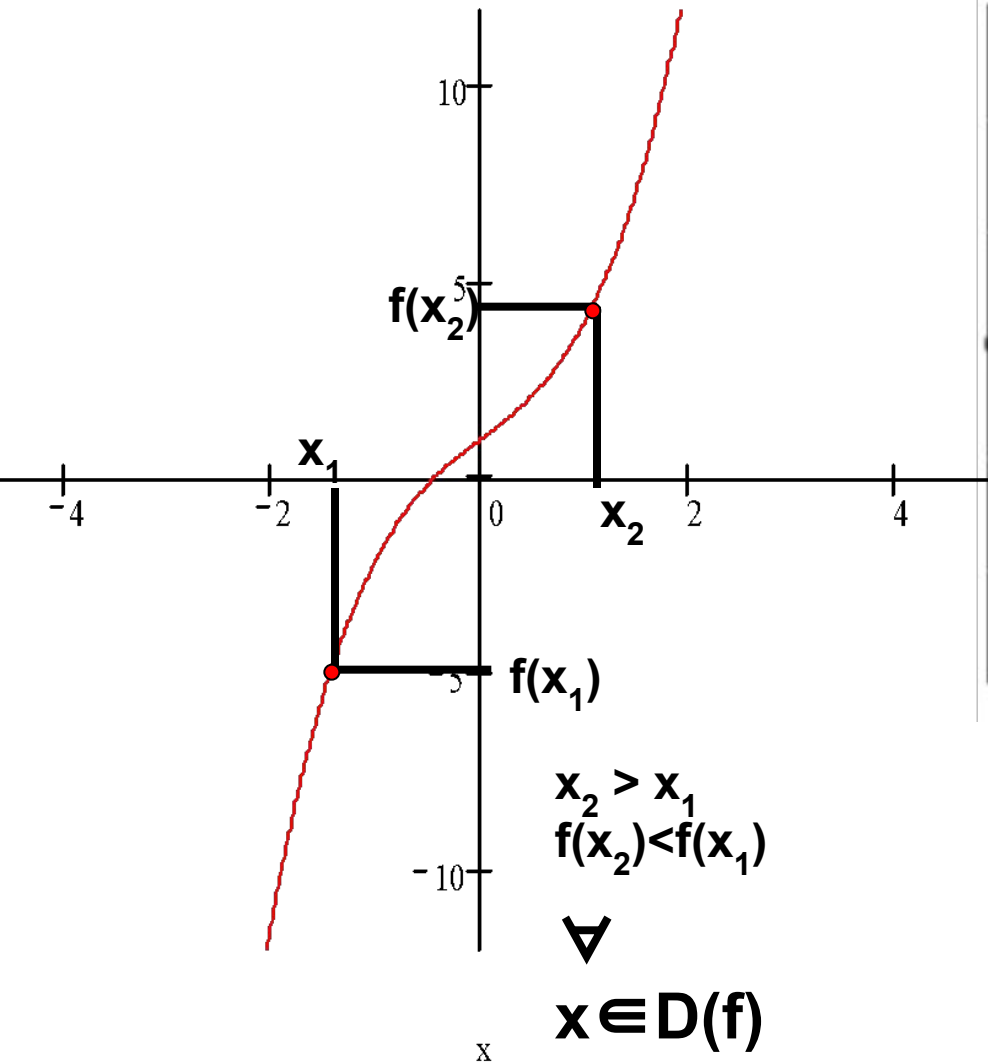
$y < 0$  при  $x \in (-3; -1) \cup (3; 2)$



$y > 0$  при  $x \in (-4; 2) \cup (4; 5)$

$y < 0$  при  $x \in (2; 3)$

- Функция  $f(x)$  называется **возрастающей** на промежутке  $X$ , если
- большему значению аргумента соответствует большее значение функции.
  - для любых двух значений аргумента  $x_1$  и  $x_2$  из этого промежутка, таких что  $x_2 > x_1$  следует  $f(x_2) > f(x_1)$ .



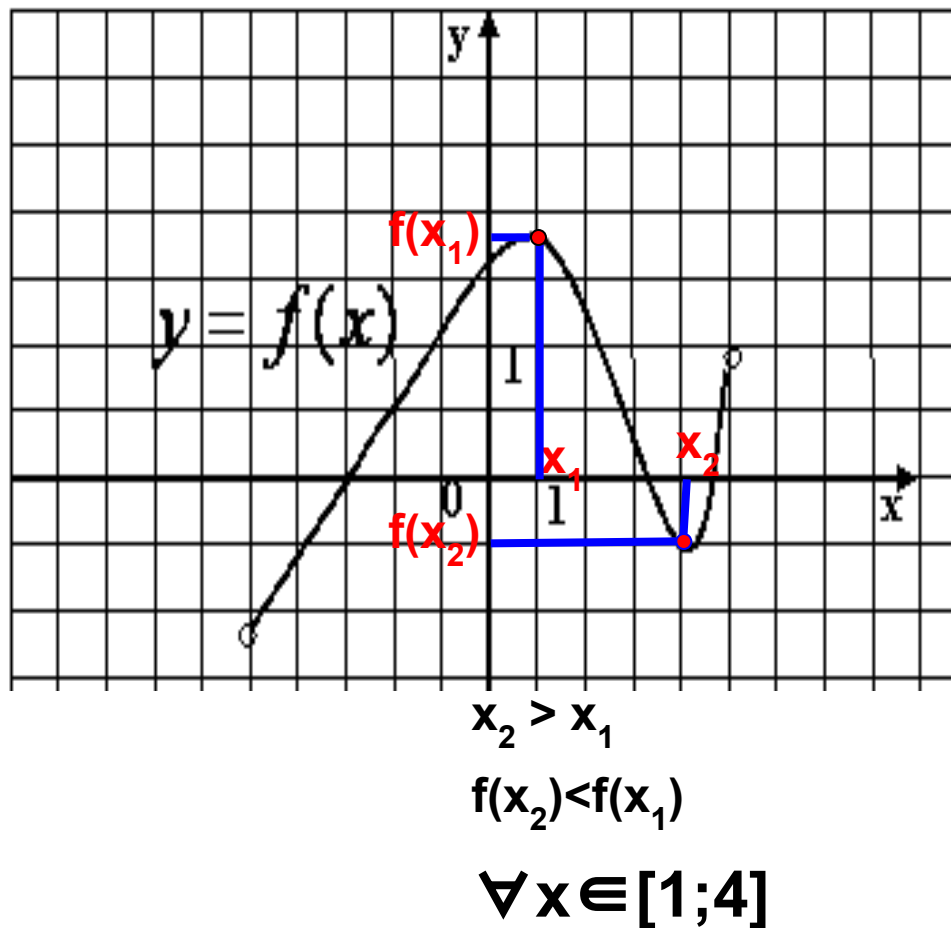
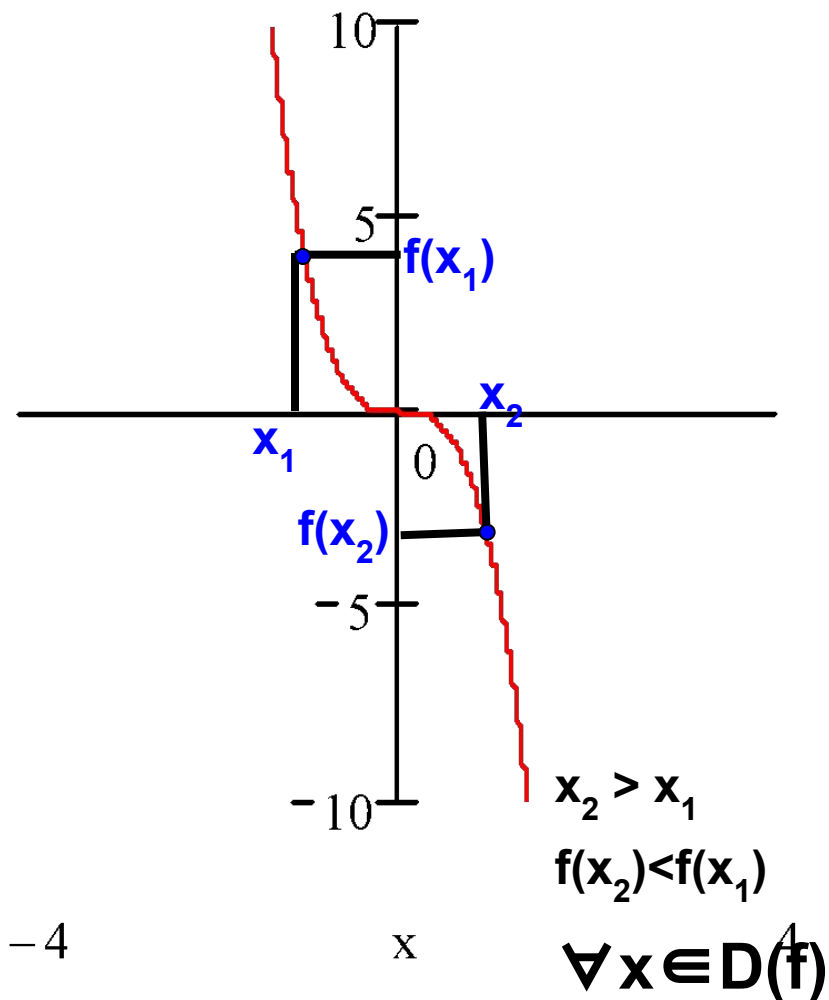
$$x_2 > x_1 \quad f(x_2) > f(x_1)$$

$$\forall x \in [-3; 1,8]$$

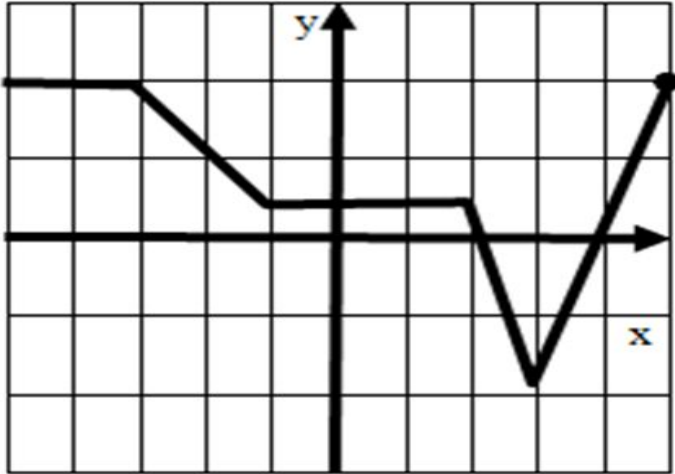
Функция  $f(x)$  называется **убывающей** на промежутке  $X$ , если

- большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

- для любых двух значений аргумента  $x_1$  и  $x_2$  из этого промежутка, таких что  $x_2 > x_1$  следует  $f(x_2) < f(x_1)$ .



**Задание 4.** По графику функции определите промежутки монотонности функций

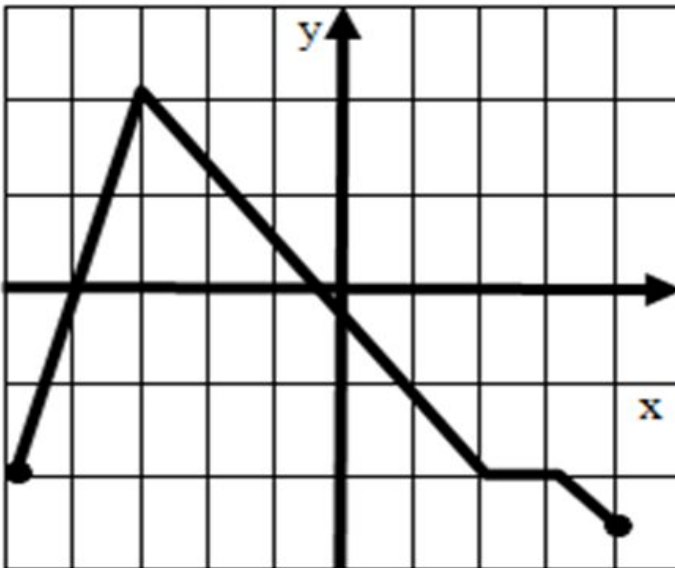


Функция возрастает

$$x \in [3; 5]$$

Функция убывает

$$x \in [-3; -1] \text{ и } x \in [2; 3]$$



Функция возрастает

$$x \in [-5; -3]$$

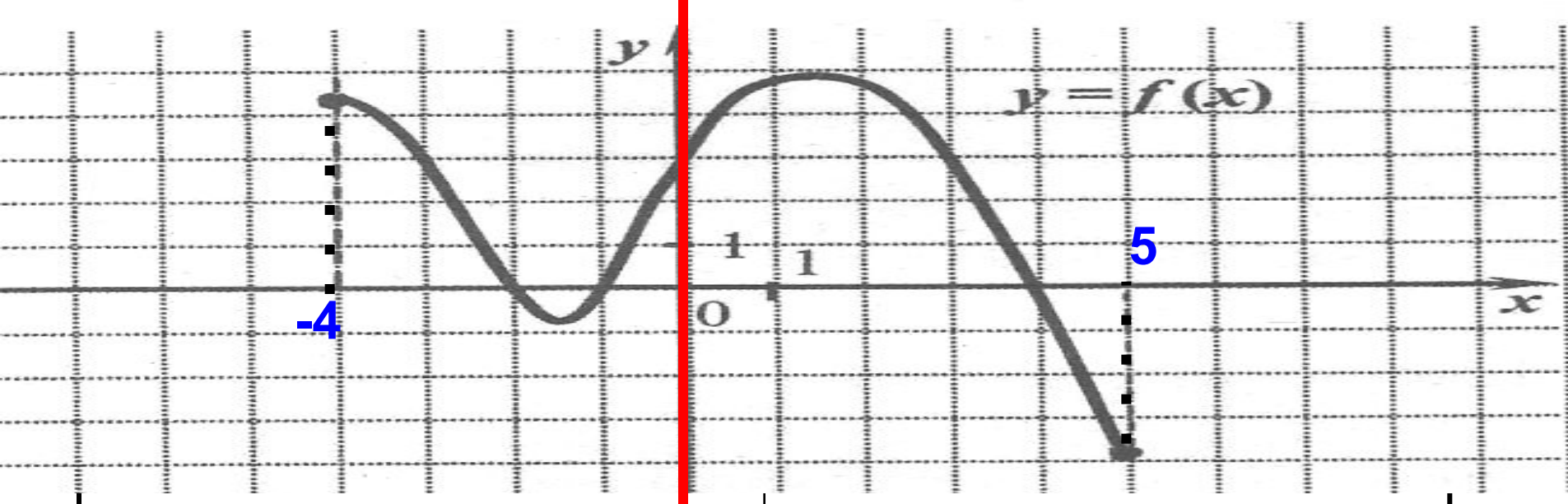
Функция убывает

$$x \in [-3; 2] \text{ и } x \in [3; 4]$$

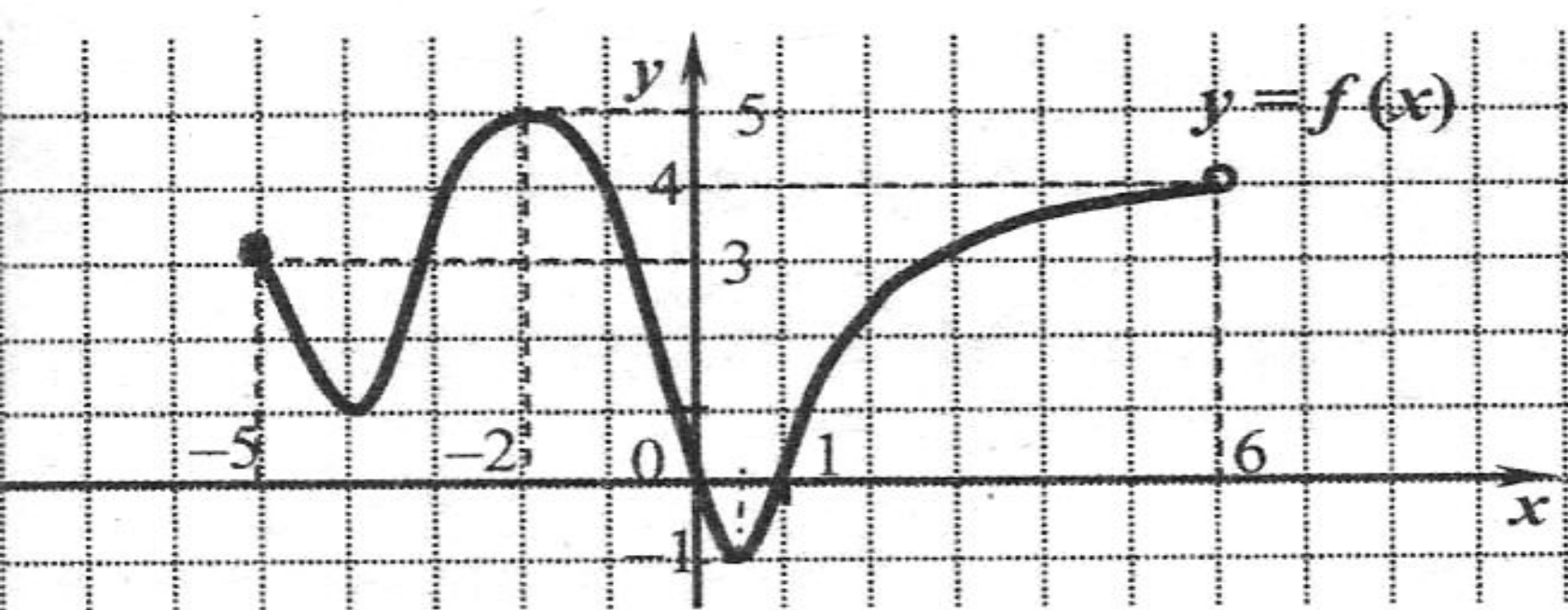
## Схема элементарного исследования функции

1. Указывается область определения ( $D(y)=...$ ) и область значения ( $E(y)=...$ )
2. Указывается функция является чётной, нечетной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью  $X$ )
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции



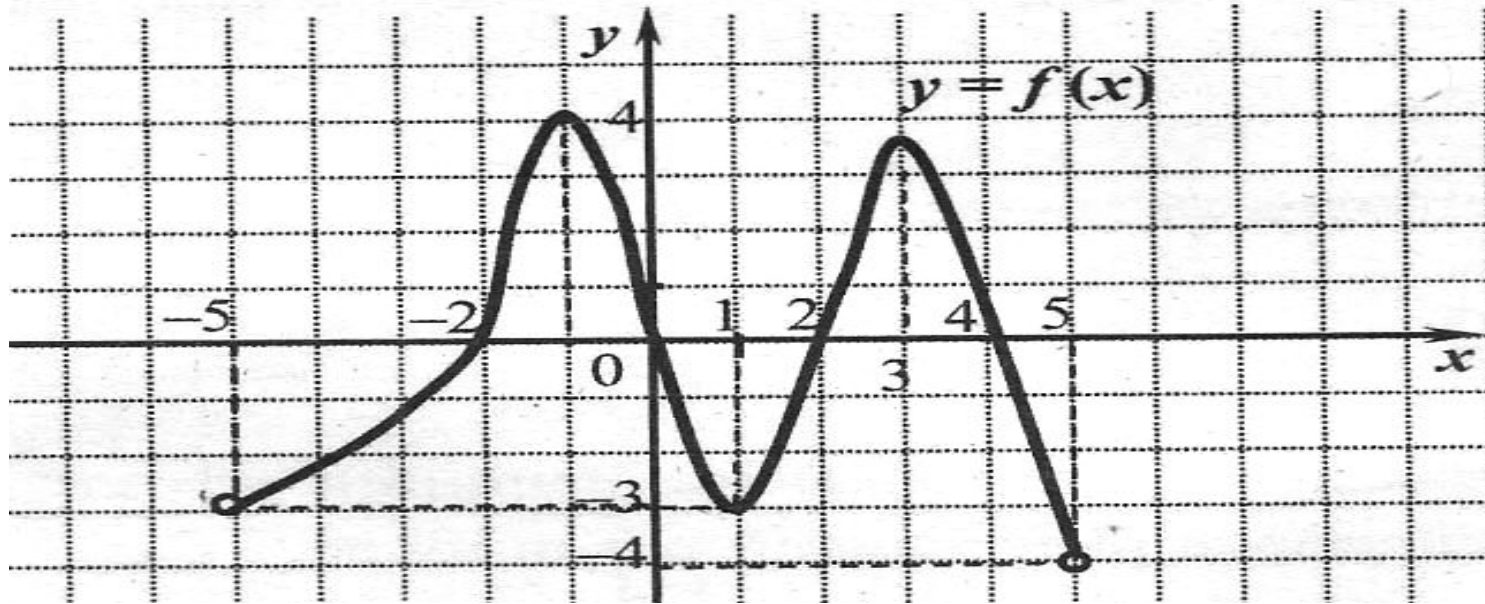


1. Указывается область определения ( $D(y)=\dots$ ) и область значения ( $E(y)=\dots$ )
2. Указывается функция является чётной, нечётной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью  $X$ )
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции



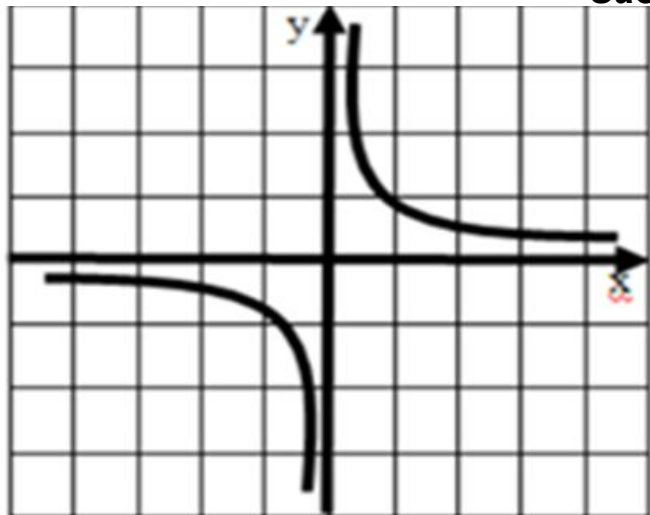
$(y=...)$  и область значения ( $E(y)=...$ )

2. Указывается функция является чётной, нечётной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью  $X$ )
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции



1. Указывается область определения ( $D(y)=\dots$ ) и область значения ( $E(y)=\dots$ )
2. Указывается функция является чётной, нечетной или ни чётной ни нечётной
3. Указывается периодичность функции
4. Определяются нули функции (графически – точки пересечения с осью  $X$ )
5. Указываются промежутки знакопостоянства функции
6. Указываются промежутки возрастания и убывания функции

Задание 1. Установите соответствие



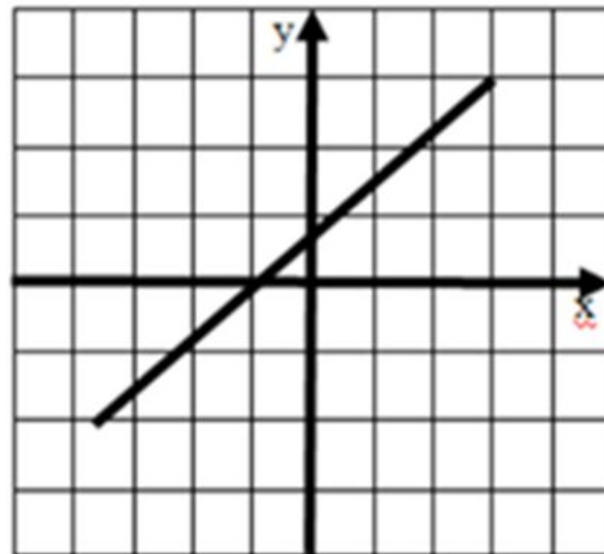
1

$$y = \frac{k}{x}$$

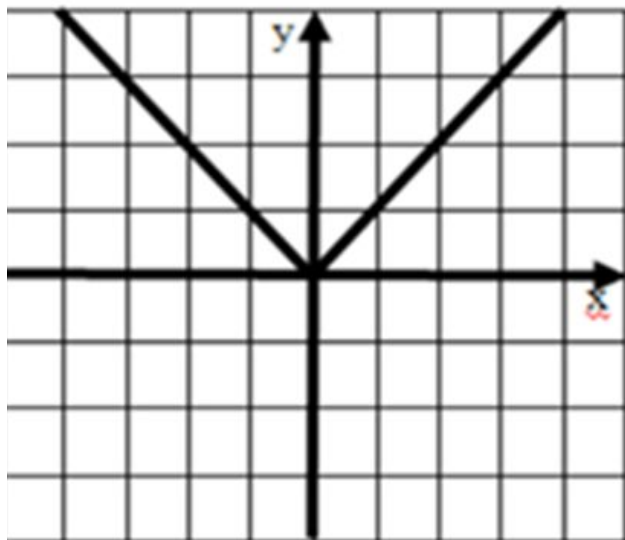
$$y = a|x|$$

$$y = \sqrt{x}$$

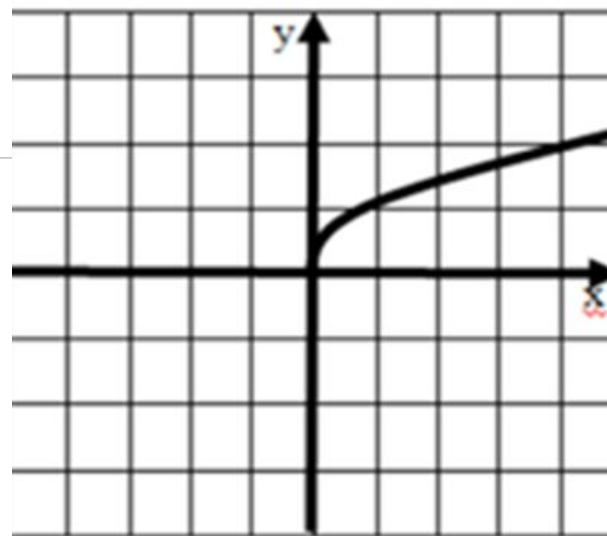
$$y = kx + b$$



3



2



4

## Задание 2.

Используя графики функций на рисунках 1 - 9, укажите области определения этих функций

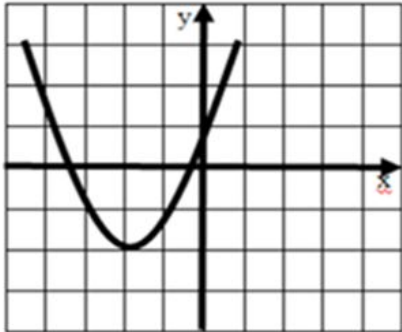


рис. 1)  $(-\infty; +\infty)$

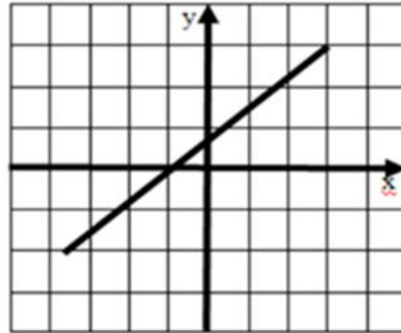


рис. 2)  $(-\infty; +\infty)$

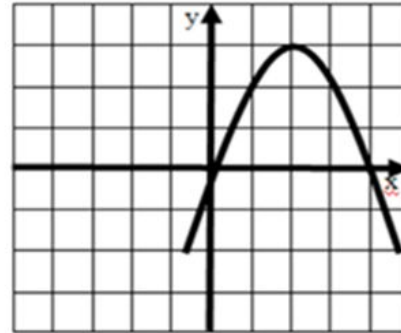


рис. 3)  $(-\infty; +\infty)$

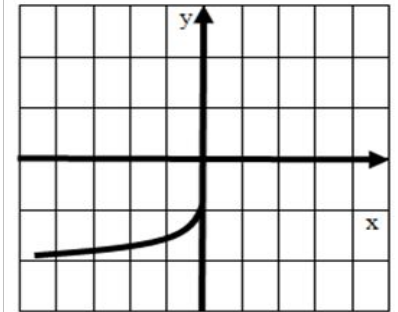


рис. 4)  $(-\infty; 0]$

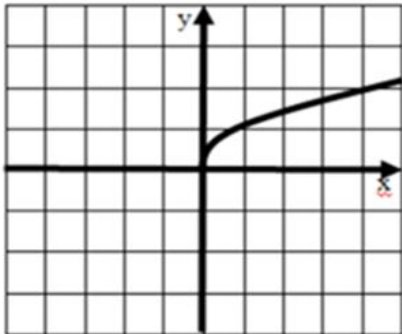


рис. 5)  $[0; +\infty)$

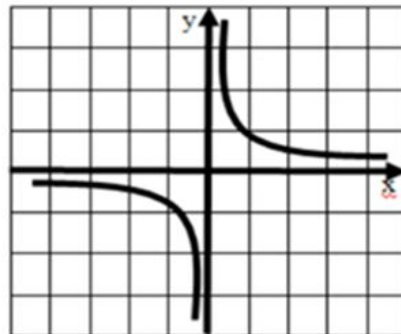


рис. 6)  $(-\infty; +\infty)$

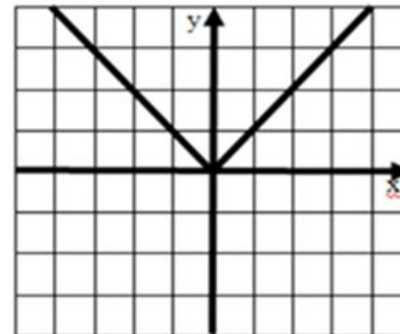


рис. 7)  $(-\infty; +\infty)$

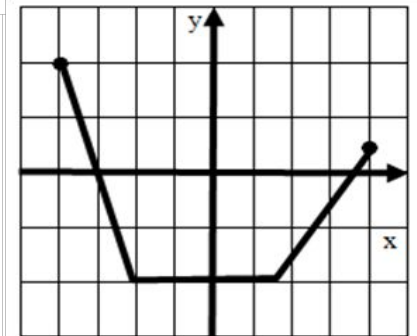


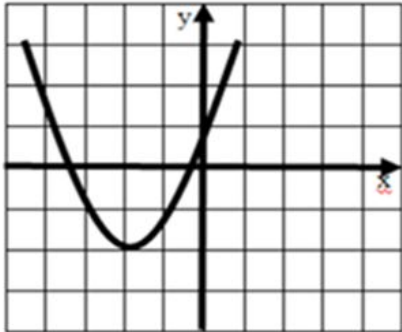
рис. 8)  $[-4; 4]$

| Вариант   | 1 вариант |   |   |   | 2 вариант |   |   |   |
|-----------|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|
| № рисунка | 1         | 2 | 3 | 4 | 5         | 6 | 7 | 8 |
| D(y)      |           |   |   |   |           |   |   |   |

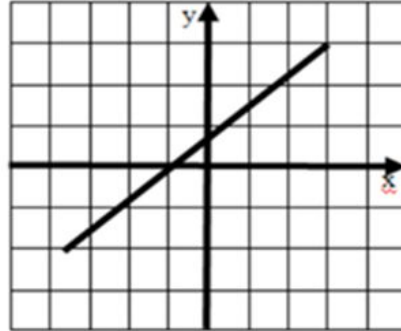
- 1)  $(-\infty; +\infty)$     2)  $(-\infty; -1]$     3)  $(-\infty; 0]$     4)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$     5)  $[-2; 2]$     6)  $[0; +\infty)$
- 7)  $[-4; 4]$     8)  $[-2; +\infty)$     9)  $(-\infty; 3)$

### Задание 3.

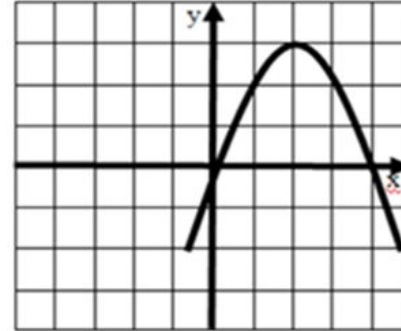
Используя графики функций на рисунках 1 - 9, укажите область значений этих функций



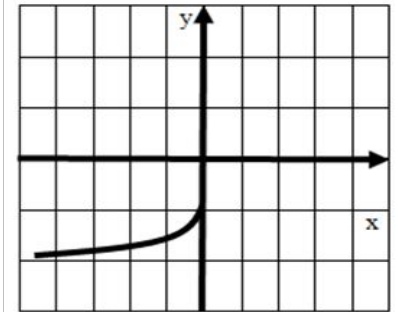
8)  $[-2; +\infty)$



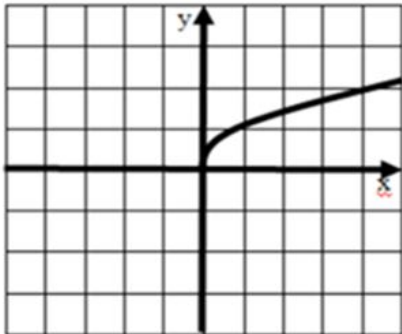
1)  $(-\infty; +\infty)$



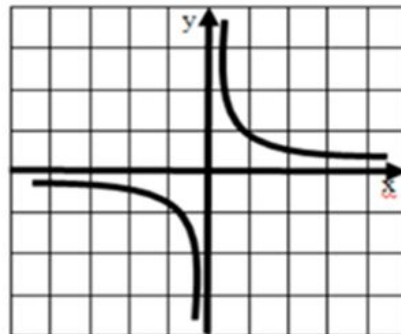
9)  $(-\infty; 3)$



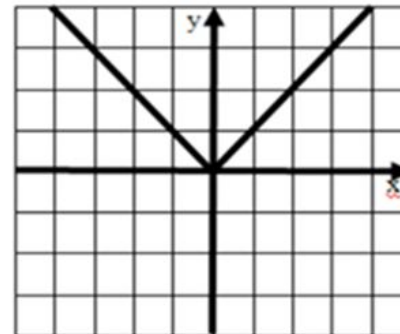
2)  $(-\infty; -1]$



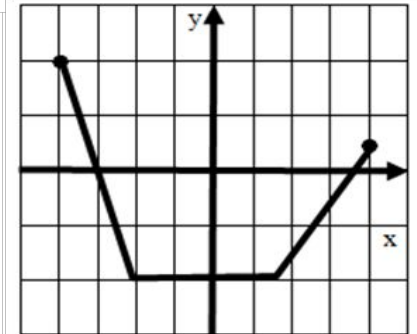
6)  $[0; +\infty)$



4)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$



6)  $[0; +\infty)$



5)  $[-2; 2]$

| Вариант   | 1 вариант |   |   |   | 2 вариант |   |   |   |
|-----------|-----------|---|---|---|-----------|---|---|---|
| № рисунка | 1         | 2 | 3 | 4 | 5         | 6 | 7 | 8 |
| D(y)      |           |   |   |   |           |   |   |   |

- 1)  $(-\infty; +\infty)$     2)  $(-\infty; -1]$     3)  $(-\infty; 0]$     4)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$     5)  $[-2; 2]$     6)  $[0; +\infty)$   
 7)  $[-4; 4]$     8)  $[-2; +\infty)$     9)  $(-\infty; 3)$