



Подготовка к ГИА. Геометрическая прогрессия.

Рыжова Светлана Александровна
ГБОУ СОШ № 2077 г. Москвы



При создании презентации
были использованы
задачи из книги
«МАТЕМАТИКА.
Все задания части 1
«Закрытый сегмент»
ГИА 3000 задач с ответами»
Под редакцией А.Л.
Семенова, И.В. Яценко

Рыжова Светлана Александровна
ГБОУ СОШ № 2077 г. Москвы

4.3 Геометрическая прогрессия

Одна из данных последовательностей является геометрической прогрессией. Укажите эту последовательность.

- 1) 1; 3; 4; 6; ... 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$
 3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

Дано:

- 1) 1; 3; 4; 6; ...
 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$
 3) 5; 10; 25; 100; ...
 4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

Решение

(b_n) – геометрическая прогрессия, если $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$

1) 1; 3; 4; 6; ...

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{3}{1} = 3 \quad q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{4}{3} \neq 3 \quad q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{6}{4} = 1,5 \neq 3$$

Т.к. $3 \neq 1,5$, то

$$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{4}{3} \quad q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{6}{4} = 1,5$$

(b_n) – не является геометрической прогрессией

$$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{6}{4} = 1,5 \quad q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{10}{6} = 1,666 \dots$$

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3} \quad q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/6}{1/3} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/6}{1/3} = \frac{1}{2} \quad q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/6} = \frac{2}{3} \neq \frac{1}{2}$$

$$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/6} = \frac{2}{3} \quad q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{1/12}{1/9} = \frac{3}{4} \neq \frac{2}{3}$$

Т.к. $\frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$, то

(b_n) – не является геометрической прогрессией

3) 5; 10; 25; 100; ...

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{10}{5} = 2 \quad q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{25}{10} = 2,5 \neq 2$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{25}{10} = 2,5 \quad q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{100}{25} = 4 \neq 2,5$$

$$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{100}{25} = 4 \quad q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{625}{100} = 6,25 \neq 4$$

Т.к. $2 \neq 4$, то

(b_n) – не является геометрической прогрессией

4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{3} \quad q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3} \quad q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/3} = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/3} = \frac{1}{3} \quad q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{1/27}{1/9} = \frac{1}{3}$$

(b_n) – геометрическая прогрессия

Ответ: 4

1) $1; 3; 4; 6; \dots$

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) $5; 10; 25; 100; \dots$ 4) $3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{9}; \dots$

Решение

Дано:

 (c_n) – геометрическая прогрессия

$c_1 = 3$

$c_{n+1} = 2c_n$

Найти:

c_5

$c_{n+1} = 2c_n$

1) $c_2 = 2c_1$

$c_2 = 2 \cdot 3$

$c_2 = 6$

2) $c_3 = 2c_2$

$c_3 = 2 \cdot 6$

$c_3 = 12$

3) $c_4 = 2c_3$

$c_4 = 2 \cdot 12$

$c_4 = 24$

4) $c_5 = 2c_4$

$c_5 = 2 \cdot 24$

$c_5 = 48$



Ответ: 48

1) $1; 3; 4; 6; \dots$

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) $5; 10; 25; 100; \dots$ 4) $3; 1; \frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \dots$

Решение

Дано:

 (b_n) – геометрическая прогрессия $\dots; 2; x; 18; -54; \dots$ Найти: x 1) Т.к. (b_n) – геометрическая прогрессия, то

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$b_3^2 = b_2 \cdot b_4$$

$$x^2 = 2 \cdot 18$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ или } x = -6$$

2) Т.к. данная геометрическая прогрессия
есть знакопеременная последовательность, то $x = -6$ 

Ответ: -6

1) 1; 3; 4; 6; ...

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{9}; \dots$

1) 1; 3; 4; 6; ... 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

Дано:

 (b_n) – геометрическая прогрессия

$b_1 = 3$

$b_{n+1} = 3b_n$

Найти:

$6 \in (b_n)$

$12 \in (b_n)$

$24 \in (b_n)$

$27 \in (b_n)$

Решение

1) $b_{n+1} = 3b_n$

$b_2 = 3b_1$

$b_2 = 3 \cdot 3$

$b_2 = 9$

$b_3 = 3b_2$

$b_3 = 3 \cdot 9$

$b_3 = 27$

$b_4 = 3b_3$

$b_4 = 3 \cdot 27$

$b_4 = 81$

Следовательно, $6 \notin (b_n); 12 \notin (b_n); 24 \notin (b_n); 27 \in (b_n)$ 

Ответ: 4

1) 1; 3; 4; 6; ...

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{9}; \dots$

1) 1; 3; 4; 6; ... 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

Решение

Дано:

 (a_n) – геометрическая прогрессия

$$a_n = 3 \cdot 2^n$$

Найти:

$18 \notin (a_n)$

$12 \notin (a_n)$

$24 \notin (a_n)$

$48 \notin (a_n)$

1) $a_n = 3 \cdot 2^n$

$18 = 3 \cdot 2^n$

$3 \cdot 2^n = 18 | :3$

$2^n = 6$

$18 \notin (a_n)$

$24 = 3 \cdot 2^n$

$3 \cdot 2^n = 24 | :3$

$2^n = 8$

$2^n = 2^3$

$n = 3$

$3 \in N \rightarrow 24 \in (a_n)$

$12 = 3 \cdot 2^n$

$3 \cdot 2^n = 12 | :3$

$2^n = 4$

$2^n = 2^2$

$n = 2$

$2 \in N \rightarrow 12 \in (a_n)$

$48 = 3 \cdot 2^n$

$3 \cdot 2^n = 48 | :3$

$2^n = 16$

$2^n = 2^4$

$n = 4$

$4 \in N \rightarrow 48 \in (a_n)$



Ответ: 1

$$\begin{array}{ll}
 1) 1; 3; 4; 6; \dots & 2) 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots \\
 3) 5; 10; 25; 100; \dots & 4) 3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots \\
 \quad 1) 1; 3; 4; 6; \dots & \quad 2) 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots \\
 \quad 3) 5; 10; 25; 100; \dots & \quad 4) 3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots
 \end{array}$$

Дано:

(b_n) – геометрическая прогрессия

$$-1; 3; -9; 27; \dots$$

Найти:

$$81 \in (b_n)$$

$$243 \in (b_n)$$

$$22 \in (b_n)$$

$$343 \in (b_n)$$

$$2) b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$81 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 81 | :(-1)$$

$$(-3)^{n-1} = -81$$

$$81 \notin (b_n)$$

1 способ

$$1) q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{3}{-1} \quad q = -3$$

$$243 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 243 | :(-1)$$

$$(-3)^{n-1} = -243$$

$$(-3)^{n-1} = (-3)^5$$

$$n-1 = 5$$

$$n = 6$$

$$6 \in \mathbb{N} \rightarrow 243 \in (b_n) \quad 22 \notin (b_n)$$

$$343 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 343 | :(-1)$$

$$(-3)^{n-1} = -343$$

$$343 \notin (b_n)$$

2 способ

$$1) q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{3}{-1} \quad q = -3$$

$$2) b_5 = b_4 \cdot q \quad b_5 = 27 \cdot (-3) \quad b_5 = -81$$

$$3) b_6 = b_5 \cdot q \quad b_6 = -81 \cdot (-3) \quad b_6 = 243$$

$$4) b_7 = b_6 \cdot q \quad b_7 = 243 \cdot (-3) \quad b_7 = -729$$

Решение

Ответ: 2

1) 1; 3; 4; 6; ...

2) 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{9}$; ...

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) 3; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; ...

Дано:

 (a_n) – геометрическая прогрессия

$$a_5 = 1$$

$$a_7 = \frac{1}{4}$$

$$q > 0$$

Найти: q

Решение

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$\frac{a_7}{a_5} = \frac{a_1 \cdot q^6}{a_1 \cdot q^4}$$

$$q^2 = \frac{a_7}{a_5}$$

$$q^2 = \frac{1}{4} : 1$$

$$q^2 = \frac{1}{4}$$

$$q = \frac{1}{2} \text{ или } q = -\frac{1}{2}$$

не удовлетворяет условию $q > 0$

$$q = 0,5$$



Ответ: 0,5

1) 1; 3; 4; 6; ...

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{9}; \dots$

Дано:

 (b_n) – геометрическая прогрессия

$q = 3$

$b_1 = \frac{1}{9}$

Найти: S_6

Решение

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_6 = \frac{b_1(1 - q^6)}{1 - q}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9}(1 - 3^6)}{1 - 3}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9}(1 - 729)}{-2}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1 \cdot 729}{9}}{-2}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9} - 81}{-2}$$

$$S_6 = \frac{-80\frac{8}{9}}{-2}$$

$$S_6 = \frac{728}{2 \cdot 9}$$

$$S_6 = \frac{728}{18}$$

$$S_6 = \frac{364}{9} \quad S_6 = 40\frac{4}{9}$$

1) 1; 3; 4; 6; ... 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{9}; \dots$

1) 1; 3; 4; 6; ...

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \dots$

Дано:

 (b_n) – геометрическая прогрессия

$n = 3$

$b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Найти: S_4

3) $q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{18}{54} \quad q = \frac{1}{3}$

4) $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$

$S_4 = \frac{b_1(1 - q^4)}{1 - q}$

$S_4 = \frac{54 \cdot (1 - (\frac{1}{3})^4)}{1 - \frac{1}{3}}$

$S_4 = \frac{54 \cdot (1 - \frac{1}{81})}{\frac{2}{3}}$

$S_4 = \frac{54 \cdot \frac{80}{81}}{\frac{2}{3}}$

Решение

$b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

1) $b_1 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1$

$b_1 = 162:3$

$b_1 = 54$

2) $b_2 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$b_2 = 162 \cdot \frac{1}{9}$

$b_2 = 162:9$

$b_2 = 18$

$S_4 = \frac{54 \cdot 80 \cdot 3}{2 \cdot 81}$

$S_4 = \frac{27 \cdot 80 \cdot 3}{81}$

$S_4 = \frac{81 \cdot 80}{81}$

$S_4 = 80$

❖ Ответ: 80