

Подготовка к ГИА. Геометрическая прогрессия.



При создании презентации были использованы задачи из книги «МАТЕМАТИКА. Все задания части 1 «Закрытый сегмент» ГИА 3000 задач с ответами» Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

Рыжова Светлана Александровна ГБОУ СОШ № 2077 г. Москвы

4.3 Геометрическая прогрессия

Одна из данных последовательностей является геометрической прогрессией. Укажите эту последовательность.

1)1; 3; 4; 6; ... 2)1;
$$\frac{1}{3}$$
; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{9}$; ... 3)5; 10; 25; 100; ... 4)3; 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; ...

Дано:

1)1;3;4;6; ... Решение
2)1:-:-:-:-: (
$$b_n$$
) – геометрическая прогрессия, если $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$

$$2)1;\frac{1}{3};\frac{1}{6};\frac{1}{9};...$$

$$4)3;1;\frac{1}{3};\frac{1}{9};...$$

Решение

1)1;3;4;6; ...
$$q = \frac{u_2}{b_1} \quad q = \frac{3}{1} \quad q = 1$$
T. K. $3 \neq 1\frac{1}{3} \neq 1,5$, TO

$$q = \frac{b_3}{b_2}$$
 $q = \frac{4}{3}$ $q = 1\frac{1}{3}$

 $q=rac{b_{3}}{b_{2}}$ $q=rac{4}{3}$ $q=1rac{1}{3}$ $(b_{n})-$ не является геометрической прогрессией

 $4)3;1;\frac{1}{2};\frac{1}{0};...$

$$q = \frac{b_4}{b_3}$$
 $q = \frac{6}{4}$ $q = \frac{3}{2}$ $q = 1.5$

$$a_{1} = b_{1} = b_{2} = b_{3} = b_{2} = b_{3} = b_{2} = b_{3} = b_{4} = b_{5} = b_{5$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{1}{3} : 1 \quad q = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{10}{5} \quad q = 2$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} q = \frac{1}{6} : \frac{1}{3} \quad q = \frac{1}{6} : \frac{3}{1} \quad q = \frac{1}{2} \quad q = \frac{b_3}{b_2} \quad q = \frac{25}{10} \quad q = 2,5$$

$$q = \frac{b_3}{b_2} \quad q = \frac{1}{3} : 1 \quad q = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{b_4}{b_3} \quad q = \frac{1}{9} : \frac{1}{6} \quad q = \frac{1}{9} : \frac{6}{1} \quad q = \frac{2}{3} \quad q = \frac{b_4}{b_3} \quad q = \frac{100}{25} \quad q = 4 \qquad q = \frac{b_4}{b_3} \quad q = \frac{1}{9} : \frac{1}{3} \quad q = \frac{1}{9} : \frac{3}{1} \quad q = \frac{1}{3}$$

T.
$$\kappa \cdot \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \neq \frac{2}{3}$$
, TO

$$q - b_3$$
 $q - 25$ $q = 4$

Т. к.
$$2 \neq 1,5 \neq 4$$
, то

$$(b_n)$$
 — геометрическая прогрессия

 (b_n) — не является геометрической прогрессией

Ответ: 4

 (b_n) — не является геометрической прогрессией

Геометрическая прогрессия (c_n) задана условием $c_1=3$, $c_{n+1}=2c_n$. Найдите c_5 .

Дано:

 (c_n) — геометрическая прогрессия

$$c_1 = 3$$

$$c_{n+1} = 2c_n$$

Найти:

 c_5

$$c_{n+1} = 2c_n$$
1) $c_n = 2c_n$

$$\begin{array}{c} 1) \ c_2 = 2c_1 \\ c_2 = 2 \cdot 3 \end{array}$$

$$c_2 = 6$$

2)
$$c_3 = 2c_2$$

$$c_3 = 2 \cdot 6$$

$$c_3 = 12$$

3)
$$c_4 = 2c_3$$

$$c_4 = 2 \cdot 12$$

$$c_4 = 24$$

4)
$$c_5 = 2c_4$$

$$c_5 = 2 \cdot 24$$

$$c_5 = 48$$

Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ...; 2; x; 18; -54; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Дано:

 (b_n) — геометрическая прогрессия ...; 2; x; 18; —54; ...

Найти: х

Решение

1) Т. к. (b_n) — геометрическая прогрессия, то ${b_n}^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ ${b_3}^2 = b_2 \cdot b_4$ $x^2 = 2 \cdot 18$

 $x^2 = 36$ x = 6 или x = -6

2) Т. к. данная геометрическая прогрессия есть знакопеременная последовательность, то x = -6



Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1=3,\ b_{n+1}=3b_n$. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

Решение

Дано:
$$(b_n) - \text{геометрическая прогрессия} \\ b_1 = 3 \\ b_{n+1} = 3b_n \\ \text{Найти:} \\ 6 \in (b_n) \\ 12 \in (b_n) \\ 24 \in (b_n) \\ 27 \in (b_n)$$

1)
$$b_{n+1} = 3b_n$$

 $b_2 = 3b_1$
 $b_2 = 3 \cdot 3$
 $b_2 = 9$
 $b_3 = 3b_2$
 $b_3 = 3 \cdot 9$
 $b_3 = 27$
 $b_4 = 3b_3$
 $b_4 = 3 \cdot 27$
 $b_4 = 81$

Следовательно ,6 $\not\in$ (b_n); 12 $\not\in$ (b_n); 24 $\not\in$ (b_n); 27 \in (b_n)



Геометрическая прогрессия задана условиями: $a_n = 3 \cdot 2^n$ Какое из данных чисел не является членом этой прогрессии?

Дано:

 (a_n) — геометрическая прогрессия

 $a_n = 3 \cdot 2^n$ Найти: $18 \notin (a_n)$

 $12 \notin (a_n)$ $24 \notin (a_n)$

 $48 \notin (a_n)$

1)
$$a_n = 3 \cdot 2^n$$

 $18 = 3 \cdot 2^n$
 $3 \cdot 2^n = 18 | : 3$
 $2^n = 6$
 $18 \notin (a_n)$
 $24 = 3 \cdot 2^n$
 $3 \cdot 2^n = 2^2$
 $18 \notin (a_n)$
 $24 = 3 \cdot 2^n$
 $3 \cdot 2^n = 24 | : 3$
 $2^n = 8$
 $2^n = 2^3$
 $n = 3$
 $3 \in N \rightarrow 24 \in (a_n)$
 $12 = 3 \cdot 2^n$
 $3 \cdot 2^n = 12 | : 3$
 $2^n = 4$
 $3 \cdot 2^n = 48 | : 3$
 $2^n = 16$
 $2^n = 2^4$
 $n = 4$
 $4 \in N \rightarrow 48 \in (a_n)$



Выписаны несколько первых членов геометрической прогрессии: -1; 3; -9; 27; Какое из следующих чисел есть среди членов этой

> 1) 81 3)22 2)243 4)343

Дано:

прогрессии.

(b,) - геометрическая прогрессия -1;3;-9;27;...

Найти:

$$81 \in (b_n)$$

$$243 \in (b_n)$$

$$343 \in (b_n)$$

$$243 \in (b_n)$$

$$243 \in (b_n)$$

$$22 \in (b_n)$$

$$343 \in (b_n)$$

$$2) b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$81 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 243$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = -243$$

$$(-3)^{n-1} = -81$$

$$(-3)^{n-1} = (-3)^{5}$$

2 способ

1)
$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$
 $q = \frac{b_2}{b_1}$ $q = \frac{3}{-1}$ $q = -3$

2)
$$b_5 = b_4 \cdot q$$
 $b_5 = 27 \cdot (-3)$ $b_5 = -81$

 $81 \notin (b_n)$

3)
$$b_6 = b_5 \cdot q$$
 $b_6 = -81 \cdot (-3)$ $b_6 = 243$

4)
$$b_7 = b_6 \cdot q$$
 $b_7 = 243 \cdot (-3)$ $b_7 = -729$

1 способ
1)
$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$
 $q = \frac{b_2}{b_1}$ $q = \frac{3}{-1}$ $q = -3$

$$\begin{array}{lll} b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \\ 81 = -1 \cdot (-3)^{n-1} & 243 = -1 \cdot (-3)^{n-1} & 343 = -1 \cdot (-3)^{n-1} \\ -1 \cdot (-3)^{n-1} = 81 | : (-1) & (-3)^{n-1} = 243 | : (-1) & (-3)^{n-1} = -343 \\ (-3)^{n-1} = -81 & (-3)^{n-1} = (-3)^5 & 343 \notin (b_n) \\ 81 \notin (b_n) & n-1 = 5 \\ n = 6 \\ 6 \in \mathbb{N} \to 243 \in (b_n) & 22 \notin (b_n) \end{array}$$

В геометрической прогрессии $(a_n)a_5=1, a_7=\frac{1}{4}$. Найдите знаменатель прогрессии (a_n), если известно, что он положительный.

Дано:

 (a_n) — геометрическая прогрессия

$$a_5 = 1$$

$$a_7 = \frac{1}{4}$$

Найти: q

Решение

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$\frac{a_7}{a_5} = \frac{a_1 \cdot q^6}{a_1 \cdot q^4}$$

$$q^2 = \frac{a_7}{a_5}$$

$$q^2 = \frac{a_7}{a_5}$$
$$q^2 = \frac{1}{4} : 1$$

$$q^2 = \frac{1}{4}$$

$$q = \frac{1}{2}$$
 или $q = -\frac{1}{2}$

не удовлетворяет условию q > 0

$$q = 0.5$$



 (b_n) - геометрическая прогрессия, знаменатель прогрессии равен 5, $\mathbf{b}_1 = \frac{1}{2}$. Найдите сумму первых шести её членов.

Дано:

 (b_n) — геометрическая прогрессия

$$q = 3$$

$$b_1 = \frac{1}{9}$$

Найти: S_6

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$$

$$S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9}(1-3^6)}{1-3}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9}(1 - 729)}{-2}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1 \cdot 279}{9}}{-2}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9} - 81}{-2}$$

$$S_6 = \frac{-80\frac{8}{9}}{-2}$$

$$S_6 = \frac{728}{2 \cdot 9}$$

$$S_6 = \frac{728}{18}$$

$$S_6 = \frac{364}{9}$$
 $S_6 = 40\frac{4}{9}$



Геометрическая прогрессия (b_n) задана условием: $b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Найдите сумму первых четырёх членов прогрессии.

 $S_4 = \frac{54 \cdot 80 \cdot 3}{2 \cdot 81}$

 $S_4 = \frac{27 \cdot 80 \cdot 3}{81}$

 $S_4 = \frac{81 \cdot 80}{81}$

 $S_4 = 80$

Дано:

 (b_n) — геометрическая прогрессия

$$b_n = 3$$
$$b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

Hайти: S_4

$$(3)q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{18}{54} \quad q = \frac{1}{3}$$

4)
$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$$

 $S_4 = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$

$$S_4 = \frac{54 \cdot (1 - \left(\frac{1}{3}\right)^4)}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$S_4 = \frac{54 \cdot (1 - \frac{1}{81})}{\frac{2}{3}}$$

$$S_4 = \frac{54 \cdot \frac{80}{81}}{\frac{2}{3}}$$

Решение

$$b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$1) b_1 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$b_1 = 162 \cdot 3$$

$$b_1 = 54$$

$$b_{n} = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$$
1) $b_{1} = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{1}$
2) $b_{2} = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2}$

$$b_{1} = 162:3$$

$$b_{1} = 54$$

$$b_{2} = 162:9$$

$$b_{3} = 18$$



Ответ: 80