



Подготовка к ГИА. Геометрическая прогрессия.

Рыжова Светлана Александровна
ГБОУ СОШ № 2077 г. Москвы



При создании презентации
были использованы
задачи из книги
«МАТЕМАТИКА.
Все задания части 1
«Закрытый сегмент»
ГИА 3000 задач с ответами»
Под редакцией А.Л.
Семенова, И.В. Яценко

Рыжова Светлана Александровна
ГБОУ СОШ № 2077 г. Москвы

4.3 Геометрическая прогрессия

Одна из данных последовательностей является геометрической прогрессией. Укажите эту последовательность.

- 1) 1; 3; 4; 6; ... 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$
 3) 5; 10; 25; 100; ... 4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

Дано:

- 1) 1; 3; 4; 6; ...
 2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$
 3) 5; 10; 25; 100; ...
 4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

Решение

(b_n) – геометрическая прогрессия, если $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$

1) 1; 3; 4; 6; ...
 $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{3}{1} = 3$ $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{4}{3}$ $q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{6}{4} = 1,5$

Т.к. $3 \neq \frac{4}{3} \neq 1,5$, то

$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{4}{3}$ $q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{6}{4} = 1,5$ (b_n) – не является геометрической прогрессией

$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{6}{4} = 1,5$ $q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ $q = \frac{b_6}{b_5} = \frac{25}{10} = 2,5$

2) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \dots$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/6}{1/3} = \frac{1}{2}$ $q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/6} = \frac{2}{3}$

$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/6}{1/3} = \frac{1}{2}$ $q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/6} = \frac{2}{3}$ $q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{1/27}{1/9} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_6}{b_5} = \frac{1/81}{1/27} = \frac{1}{3}$

$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/6} = \frac{2}{3}$ $q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{1/27}{1/9} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_6}{b_5} = \frac{1/81}{1/27} = \frac{1}{3}$

Т.к. $\frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \neq \frac{2}{3}$, то

Т.к. $2 \neq 1,5 \neq \frac{1}{3}$, то

4) $3; 1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3}$

$q = \frac{b_3}{b_2} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/3} = \frac{1}{3}$

$q = \frac{b_4}{b_3} = \frac{1/9}{1/3} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_5}{b_4} = \frac{1/27}{1/9} = \frac{1}{3}$ $q = \frac{b_6}{b_5} = \frac{1/81}{1/27} = \frac{1}{3}$

(b_n) – геометрическая прогрессия

(b_n) – не является геометрической прогрессией

(b_n) – не является геометрической прогрессией

❖ **Ответ: 4**

Геометрическая прогрессия (c_n) задана условием $c_1 = 3, c_{n+1} = 2c_n$.
Найдите c_5 .

Дано:

(c_n) – геометрическая прогрессия

$$c_1 = 3$$

$$c_{n+1} = 2c_n$$

Найти:

$$c_5$$

Решение

$$c_{n+1} = 2c_n$$

$$1) c_2 = 2c_1$$

$$c_2 = 2 \cdot 3$$

$$c_2 = 6$$

$$2) c_3 = 2c_2$$

$$c_3 = 2 \cdot 6$$

$$c_3 = 12$$

$$3) c_4 = 2c_3$$

$$c_4 = 2 \cdot 12$$

$$c_4 = 24$$

$$4) c_5 = 2c_4$$

$$c_5 = 2 \cdot 24$$

$$c_5 = 48$$



Ответ: 48

Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии: ...; 2; x ; 18; -54 ; ... Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x .

Дано:

(b_n) – геометрическая прогрессия

...; 2; x ; 18; -54 ; ...

Найти: x

Решение

1) Т.к. (b_n) – геометрическая прогрессия, то

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$b_3^2 = b_2 \cdot b_4$$

$$x^2 = 2 \cdot 18$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ или } x = -6$$

2) Т.к. данная геометрическая прогрессия
есть знакопеременная последовательность, то $x = -6$



Ответ: -6

Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = 3$, $b_{n+1} = 3b_n$.
Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

- 1) 6 3) 24
2) 12 4) 27

Дано:

(b_n) – геометрическая прогрессия

$$b_1 = 3$$

$$b_{n+1} = 3b_n$$

Найти:

$$6 \in (b_n)$$

$$12 \in (b_n)$$

$$24 \in (b_n)$$

$$27 \in (b_n)$$

Решение

$$1) b_{n+1} = 3b_n$$

$$b_2 = 3b_1$$

$$b_2 = 3 \cdot 3$$

$$b_2 = 9$$

$$b_3 = 3b_2$$

$$b_3 = 3 \cdot 9$$

$$b_3 = 27$$

$$b_4 = 3b_3$$

$$b_4 = 3 \cdot 27$$

$$b_4 = 81$$

Следовательно, $6 \notin (b_n)$; $12 \notin (b_n)$; $24 \notin (b_n)$; $27 \in (b_n)$



Ответ: 4

Геометрическая прогрессия задана условиями: $a_n = 3 \cdot 2^n$ Какое из данных чисел не является членом этой прогрессии?

- 1) 18 3) 24
2) 12 4) 48

Дано:

(a_n) – геометрическая прогрессия

$$a_n = 3 \cdot 2^n$$

Найти:

$$18 \notin (a_n)$$

$$12 \notin (a_n)$$

$$24 \notin (a_n)$$

$$48 \notin (a_n)$$

$$1) a_n = 3 \cdot 2^n$$

$$18 = 3 \cdot 2^n$$

$$3 \cdot 2^n = 18 | :3$$

$$2^n = 6$$

$$18 \notin (a_n)$$

$$24 = 3 \cdot 2^n$$

$$3 \cdot 2^n = 24 | :3$$

$$2^n = 8$$

$$2^n = 2^3$$

$$n = 3$$

$$3 \in N \rightarrow 24 \in (a_n)$$

Решение

$$12 = 3 \cdot 2^n$$

$$3 \cdot 2^n = 12 | :3$$

$$2^n = 4$$

$$2^n = 2^2$$

$$n = 2$$

$$2 \in N \rightarrow 12 \in (a_n)$$

$$48 = 3 \cdot 2^n$$

$$3 \cdot 2^n = 48 | :3$$

$$2^n = 16$$

$$2^n = 2^4$$

$$n = 4$$

$$4 \in N \rightarrow 48 \in (a_n)$$



Ответ: 1

Выписаны несколько первых членов геометрической прогрессии:
 $-1; 3; -9; 27; \dots$. Какое из следующих чисел есть среди членов этой прогрессии.

- 1) 81 3) 22
 2) 243 4) 343

Дано:

(b_n) – геометрическая прогрессия

$-1; 3; -9; 27; \dots$

Найти:

$81 \in (b_n)$

$243 \in (b_n)$

$22 \in (b_n)$

$343 \in (b_n)$

$$2) b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$81 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 81 | : (-1)$$

$$(-3)^{n-1} = -81$$

$$81 \notin (b_n)$$

1 способ

$$1) q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{3}{-1} \quad q = -3$$

$$243 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 243 | : (-1)$$

$$(-3)^{n-1} = -243$$

$$(-3)^{n-1} = (-3)^5$$

$$n - 1 = 5$$

$$n = 6$$

$$6 \in \mathbb{N} \rightarrow 243 \in (b_n) \quad 22 \notin (b_n)$$

$$343 = -1 \cdot (-3)^{n-1}$$

$$-1 \cdot (-3)^{n-1} = 343 | : (-1)$$

$$(-3)^{n-1} = -343$$

$$343 \notin (b_n)$$

Решение

2 способ

$$1) q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{b_2}{b_1} \quad q = \frac{3}{-1} \quad q = -3$$

$$2) b_5 = b_4 \cdot q \quad b_5 = 27 \cdot (-3) \quad b_5 = -81$$

$$3) b_6 = b_5 \cdot q \quad b_6 = -81 \cdot (-3) \quad b_6 = 243$$

$$4) b_7 = b_6 \cdot q \quad b_7 = 243 \cdot (-3) \quad b_7 = -729$$

❖ Ответ: 2

В геометрической прогрессии (a_n) $a_5 = 1$, $a_7 = \frac{1}{4}$. Найдите знаменатель прогрессии (a_n) , если известно, что он положительный.

Дано:

(a_n) – геометрическая прогрессия

$$a_5 = 1$$

$$a_7 = \frac{1}{4}$$

$$q > 0$$

Найти: q

Решение

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$\frac{a_7}{a_5} = \frac{a_1 \cdot q^6}{a_1 \cdot q^4}$$

$$q^2 = \frac{a_7}{a_5}$$

$$q^2 = \frac{1}{4} : 1$$

$$q^2 = \frac{1}{4}$$

$$q = \frac{1}{2} \text{ или } q = -\frac{1}{2}$$

не удовлетворяет условию $q > 0$

$$q = 0,5$$



Ответ: 0,5

(b_n) - геометрическая прогрессия, знаменатель прогрессии равен 5,
 $b_1 = \frac{1}{9}$. Найдите сумму первых шести её членов.

Дано:

(b_n) – геометрическая прогрессия

$$q = 3$$

$$b_1 = \frac{1}{9}$$

Найти: S_6

Решение

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_6 = \frac{b_1(1 - q^6)}{1 - q}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9}(1 - 3^6)}{1 - 3}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9}(1 - 729)}{-2}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1 \cdot 729}{9}}{-2}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{9} - 81}{-2}$$

$$S_6 = \frac{-80\frac{8}{9}}{-2}$$

$$S_6 = \frac{728}{2 \cdot 9}$$

$$S_6 = \frac{728}{18}$$

$$S_6 = \frac{364}{9} \quad S_6 = 40\frac{4}{9}$$



Ответ: $40\frac{4}{9}$

Геометрическая прогрессия (b_n) задана условием: $b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
Найдите сумму первых четырёх членов прогрессии.

Дано:

(b_n) – геометрическая прогрессия

$n = 3$

$$b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

Найти: S_4

$$3) q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \quad q = \frac{18}{54} \quad q = \frac{1}{3}$$

$$4) S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_4 = \frac{b_1(1 - q^4)}{1 - q}$$

$$S_4 = \frac{54 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^4\right)}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$S_4 = \frac{54 \cdot \left(1 - \frac{1}{81}\right)}{\frac{2}{3}}$$

$$S_4 = \frac{54 \cdot \frac{80}{81}}{\frac{2}{3}}$$

Решение

$$b_n = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$1) b_1 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$b_1 = 162:3$$

$$b_1 = 54$$

$$2) b_2 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$b_2 = 162 \cdot \frac{1}{9}$$

$$b_2 = 162:9$$

$$b_2 = 18$$

$$S_4 = \frac{54 \cdot 80 \cdot 3}{2 \cdot 81}$$

$$S_4 = \frac{27 \cdot 80 \cdot 3}{81}$$

$$S_4 = \frac{81 \cdot 80}{81}$$

$$S_4 = 80$$

❖ Ответ: 80