

*Геометрические
преобразования графиков
функций.*



Алгебра 9 класс
Гимназия № 19 г. Минск.
Учитель математики В.И. Синявский.

1. Как по графику функции $y = f(x)$ можно построить график функции $y = -f(x)$?

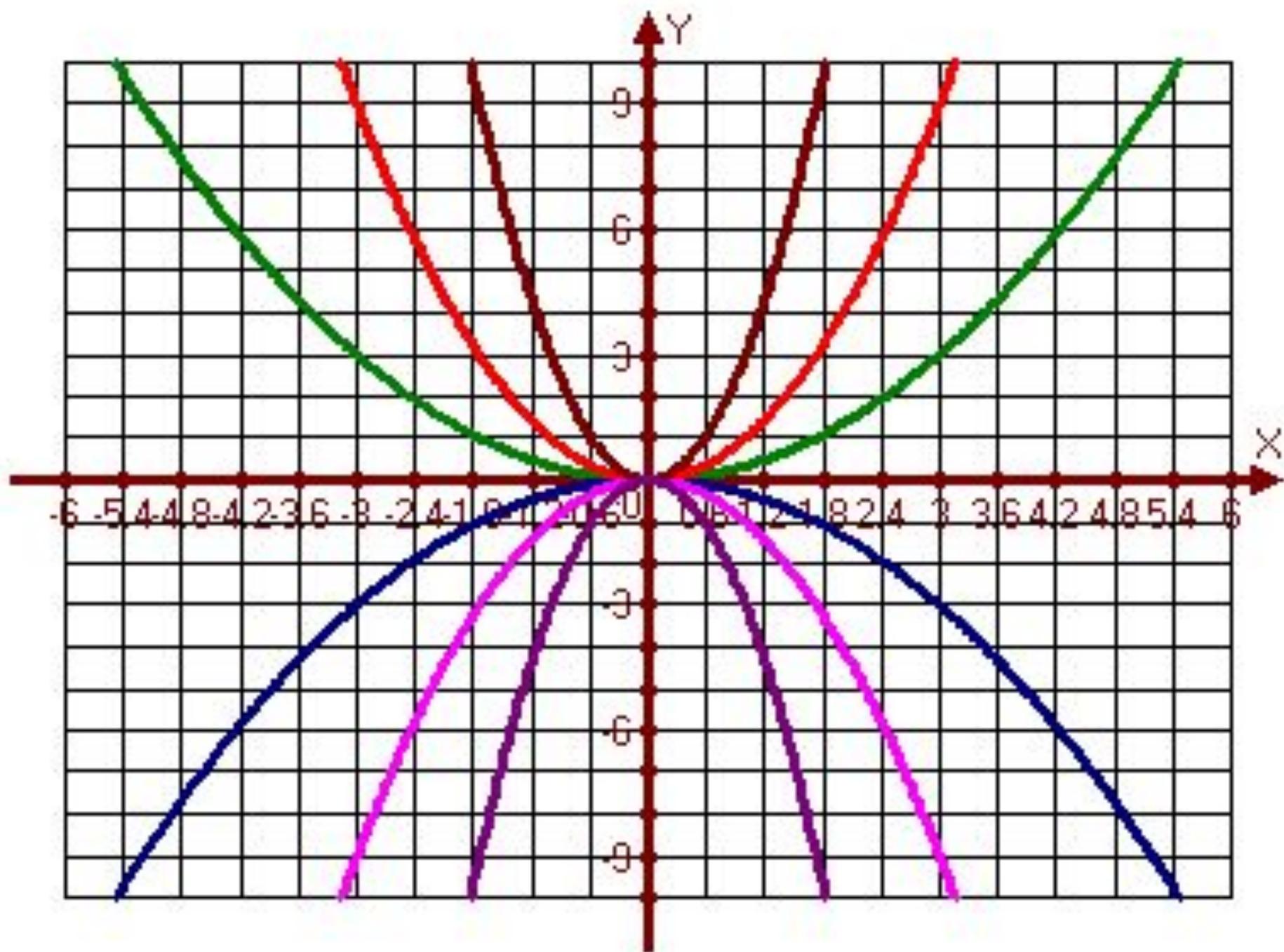
- График функции $y = -f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ с помощью симметрии относительно оси Ox

- Приведём примеры графиков

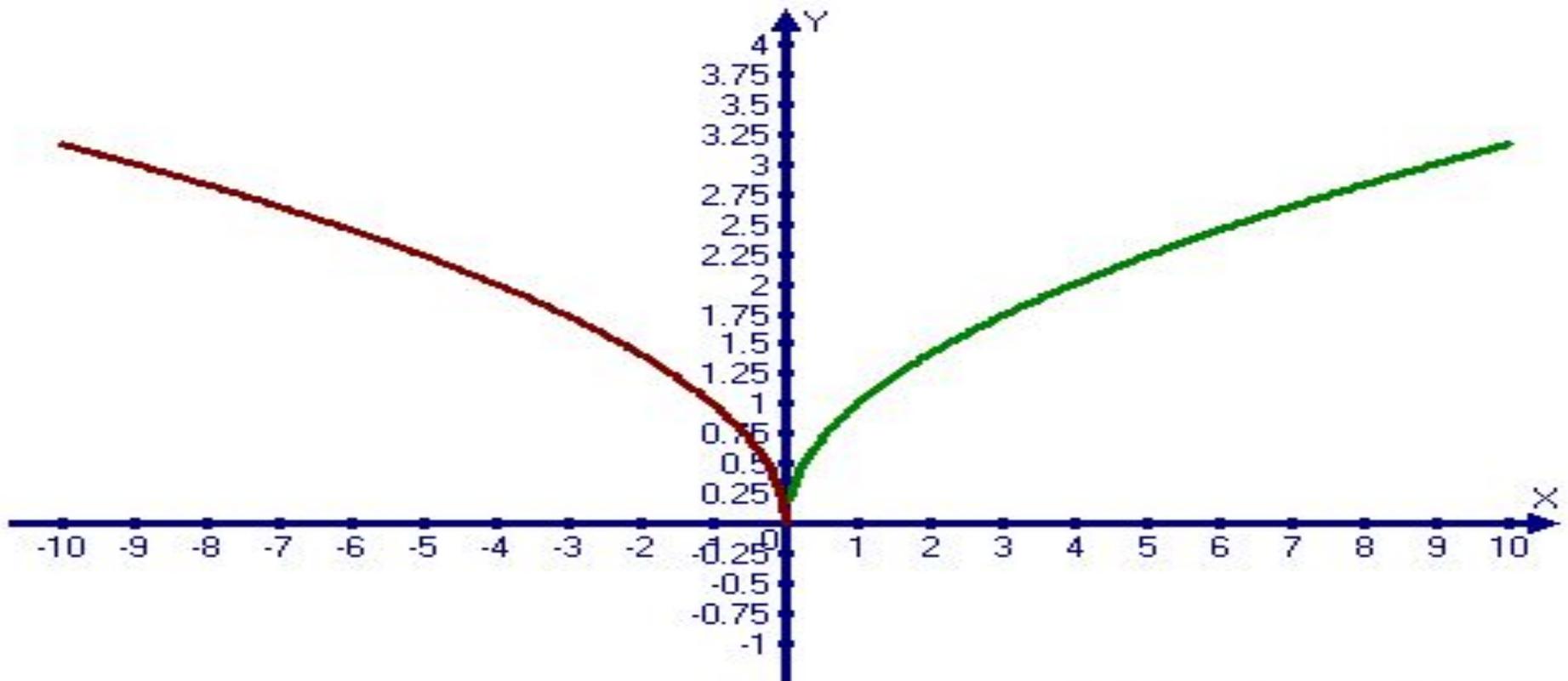
$$y = x^2 \text{ и } y = -x^2;$$

$$y = 3x^2 \text{ и } y = -3x^2$$

$$y = \frac{1}{3}x^2 \text{ и } y = -\frac{1}{3}x^2$$

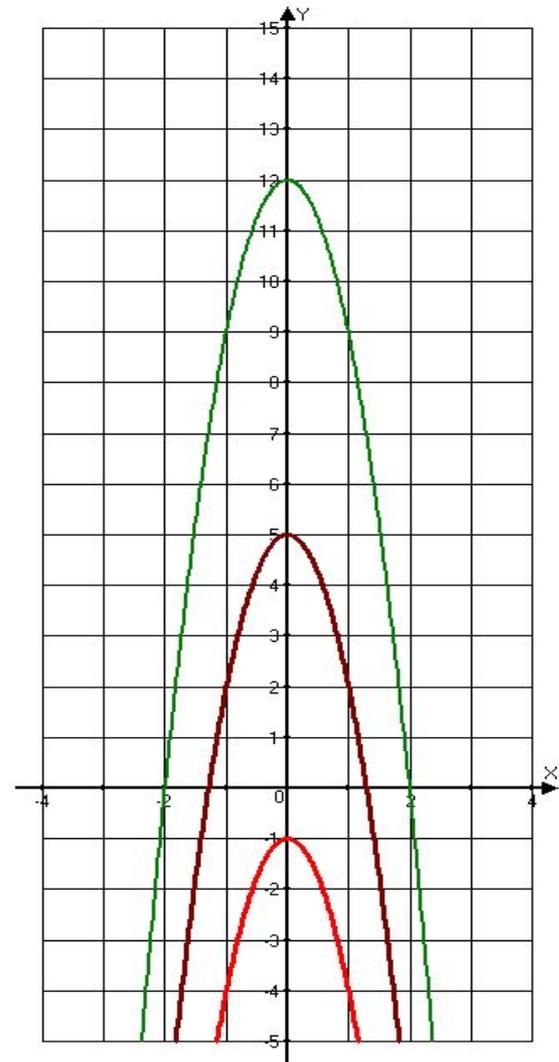
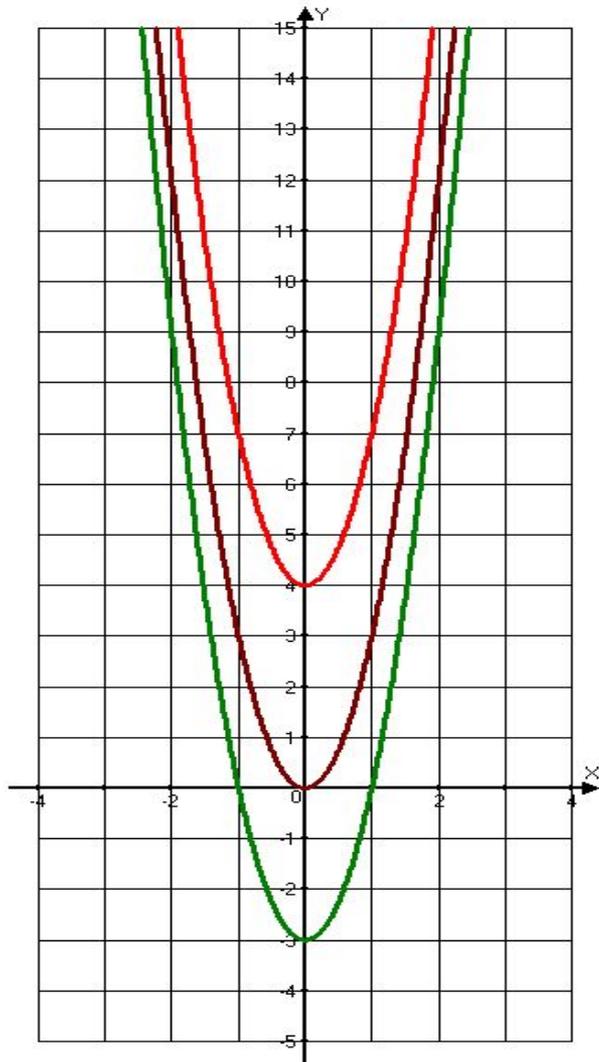


2. График функции $y = f(-x)$ можно получить из графика функции $y=f(x)$ с помощью симметрии относительно оси Oy



— $Y(x) = \sqrt{x}$
— $Y(x) = \sqrt{-x}$

3. $y = f(x) + a$



$$y = f(x) + a$$

График функции $y = f(x) + a$ можно получить из графика функции $y = f(x)$ параллельным переносом вдоль оси Oy на расстояние a вверх, если $a > 0$, и на расстояние $|a|$ вниз, если $a < 0$.

4. $y = k \cdot f(x), \quad k > 0$

Пусть точка M принадлежит графику функции $y = f(x)$, а точка M' – графику функции $y = k \cdot f(x)$.

Обе функции имеют одну и ту же **область определения**. Рассмотрим следующие случаи:

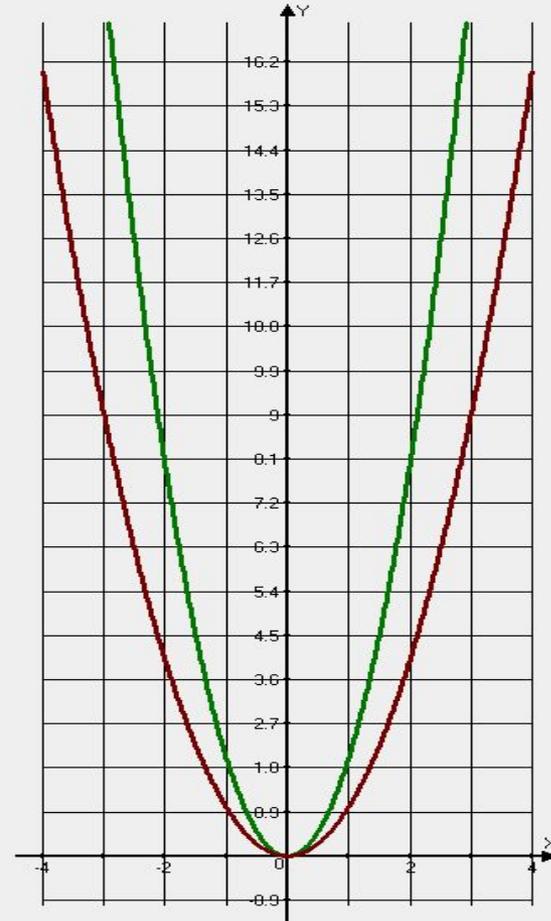
$$k > 1$$

Очевидно, что точка М' получается из точки М растяжением ординаты точки в k раз. Поэтому обычно говорят, что график второй функции получается из графика первой функции «растяжением» в k раз вдоль оси Oy , если $k > 1$.

См графики

$$y = x^2 \quad \text{и} \quad y = 3x^2$$

Где какой?



2) $k=1$

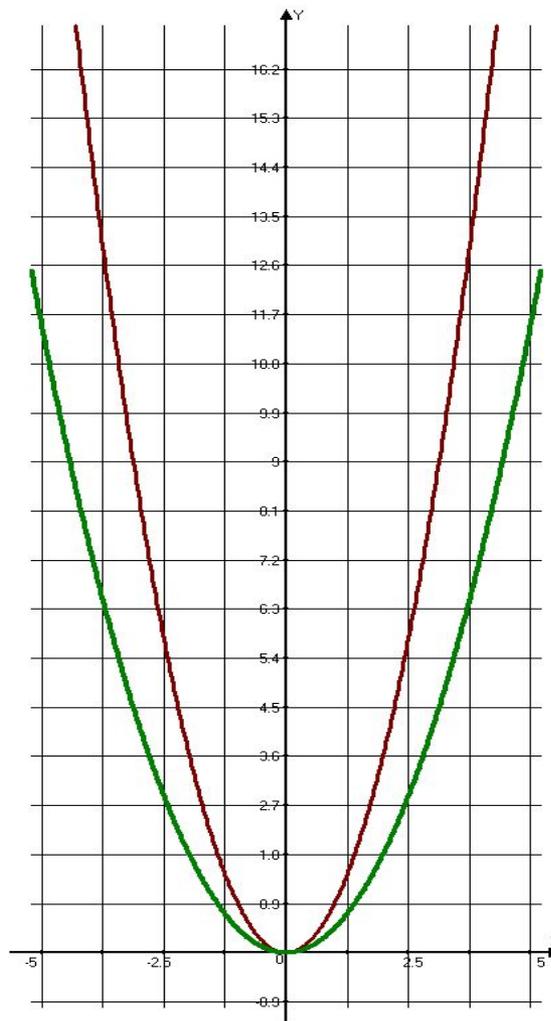
- При $k=1$ графики обеих функций, естественно, совпадают.
- У кого есть сомнения?

$$0 < k < 1$$

Точка M' получается из точки M сжатием ординаты точки M в $\frac{1}{k}$ раз. Поэтому говорят, что график второй функции получается из графика первой

«сжатием» в $\frac{1}{k}$ раз
вдоль оси Oy , если

см $y = x^2$ и $y = 0.5x^2$

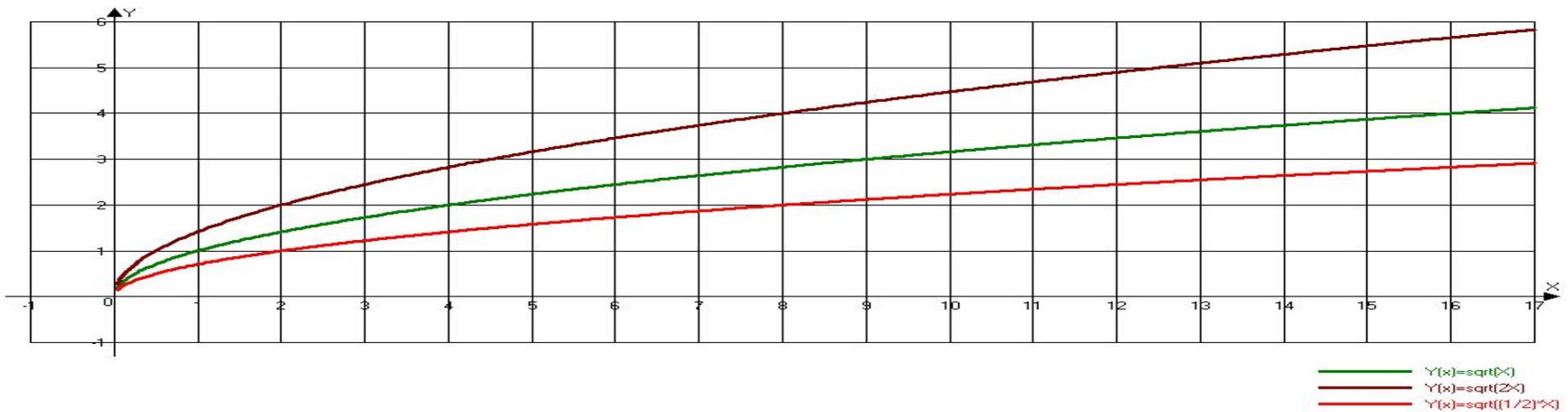


5. Как построить график $y=f(kx)$?



- 1) $k > 1$. Точка A' получается из точки A сжатием абсциссы точки A в k раз. Поэтому обычно говорят что график второй функции

получается из графика первой функции сжатием в k раз вдоль оси Ox , если $k > 1$.
- 2) $k = 1$. Графики функций совпадают.
- 3) $0 < k < 1$. Точка A' получается из точки A растяжением абсциссы точки A в $1/k$ раз. Поэтому обычно говорят что график второй функции получается из графика первой функции растяжением в $1/k$ раз вдоль оси Ox , если $0 < k < 1$.



На рисунке показаны графики функций

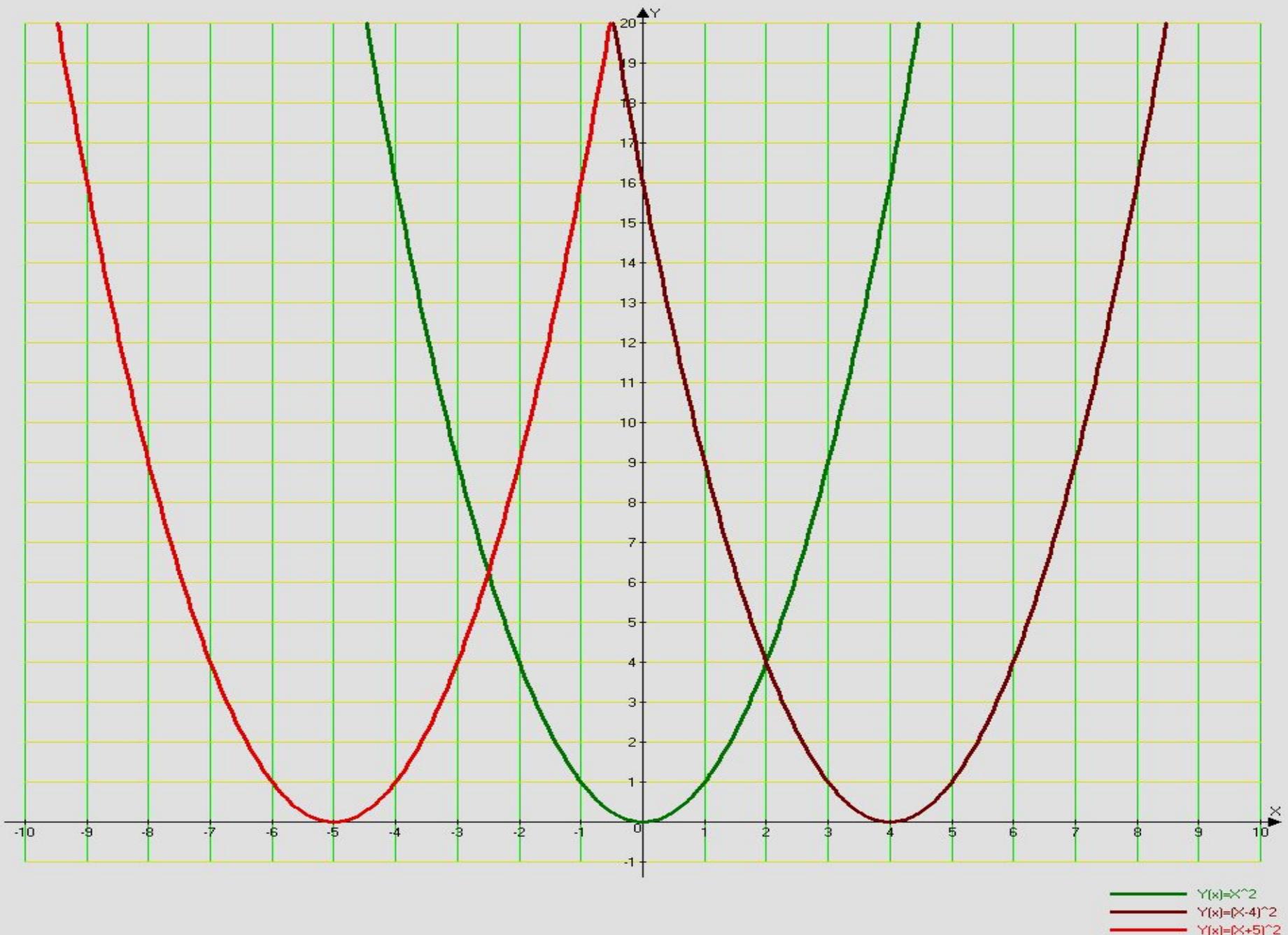
$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{2x}$$

$$y = \sqrt{0,5x}$$

6. $y=f(x - a)$

График функции $y=f(x - a)$ получается из графика функции $y=f(x)$ параллельным переносом вдоль оси Ox на расстояние a вправо, если $a>0$, и на расстояние $|a|$ влево, если $a<0$.



- $Y(x) = x^2$
- $Y(x) = (x-4)^2$
- $Y(x) = (x+5)^2$

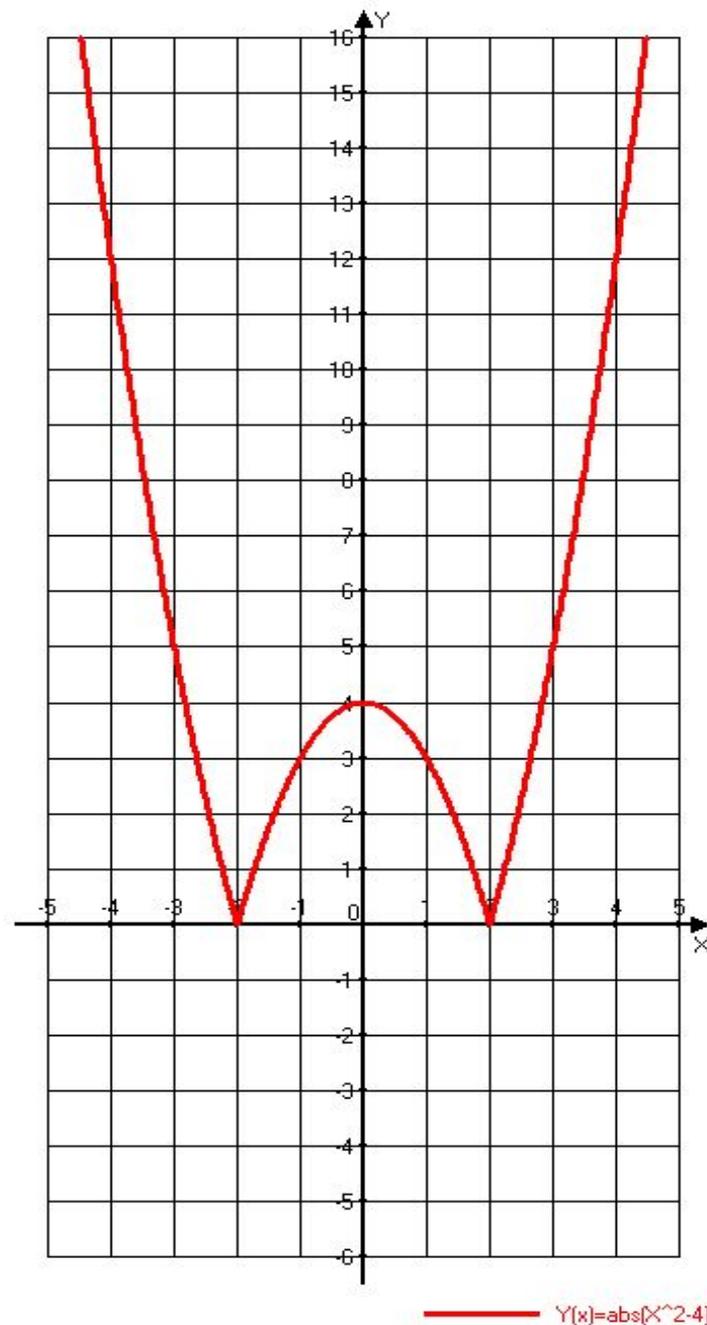
7. $y = |f(x)|$

По определению модуля имеем:

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0. \end{cases}$$

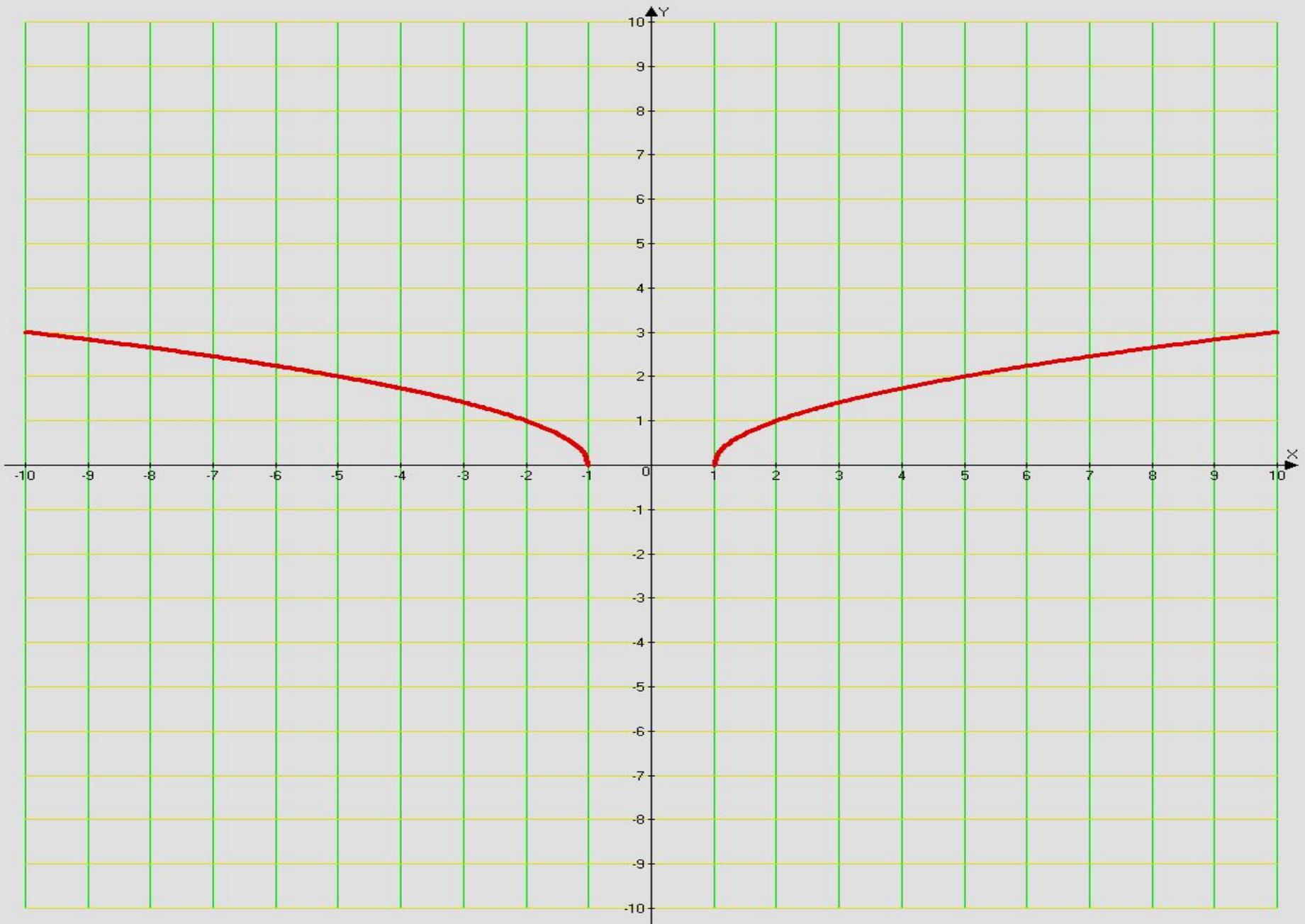
Это значит, что график функции $y = |f(x)|$ можно получить следующим образом:

1. Построить график функции $y=f(x)$,
2. Оставить без изменения все точки графика, которые лежат выше оси абсцисс или на ней,
3. К части графика функции, лежащего ниже оси абсцисс, применить преобразование симметрии относительно оси Ox



8. $y=f(|x|)$

Функция $y=f(|x|)$ чётная и поэтому её график симметричен относительно оси Oy . Значит, для построения графика заданной функции нужно построить график функции $y=f(x)$ при $x \geq 0$, а при $x < 0$ график заданной функции получается преобразованием симметрии относительно оси Oy графика функции $y=f(x)$, построенного для $x \geq 0$. Рассмотрим пример $y = \sqrt{|x| - 1}$



— $Y(x)=\sqrt{\text{abs}(x)-1}$

КОНЕЦ

