

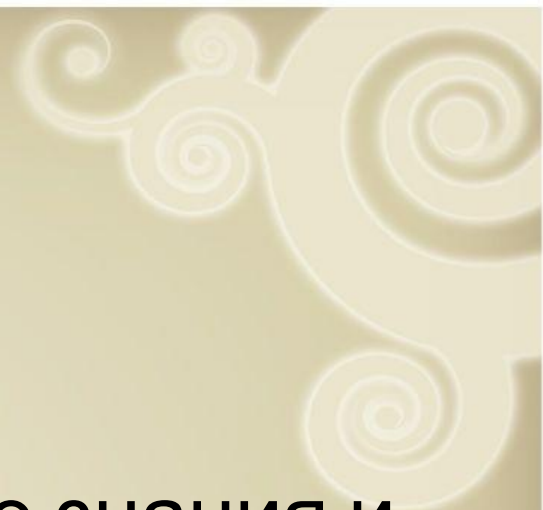
Министерство образования Нижегородской области  
Государственное бюджетное профессиональное  
образовательное учреждение  
«Балахнинский технический техникум»  
Самостоятельная работа №3

Тема: Геометрические тела в пространстве


Выполнил: студент ГБПОУ БТТ 16-РАТ  
Малышев Роман А

Проверила: Мешкова Наталья Борисовна

Г.Балахна  
2016 г.



**Цель: Закрепить теоретические знания и практические умения в решении задач на нахождение площадей и неизвестных элементов геометрических тел.**



Первый слайд – титульный лист.  
Второй слайд – цель работы.  
Третий слайд – план.  
Четвертый слайд – Правильная призма.  
Пятый слайд – Тетраэдр.  
Шестой слайд – Параллелепипед.  
Седьмой слайд – Правильная пирамида.  
Восьмой слайд – Усеченная пирамида.  
Девятый слайд – Правильные многоугольники.  
Десятый слайд – Цилиндр.  
Одиннадцатый слайд – Конус.  
Двенадцатый слайд – Усеченный конус.  
Тринадцатый слайд – Сфера.  
Четырнадцатый слайд – История возникновения многоугольников.  
Пятнадцатый слайд – Многоугольники в природе.  
Шестнадцатый слайд – Заключение.

# 1. Правильная призма

Правильная призма — это прямая призма, основанием которой является правильный многоугольник. Боковые грани правильной призмы — равные прямоугольники.

**Свойства правильной призмы:**

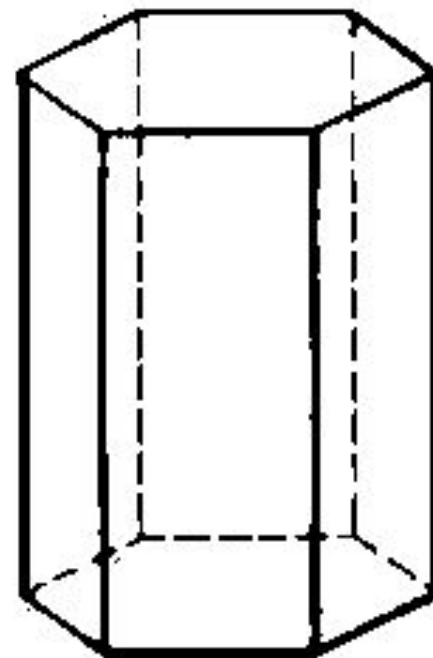
1. Основания правильной призмы являются правильными многоугольниками.
2. Боковые грани правильной призмы являются равными прямоугольниками.
3. Боковые ребра правильной призмы равны.

**Площадь полной поверхности:**

$$S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

**Площадь боковой поверхности:**

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot h$$

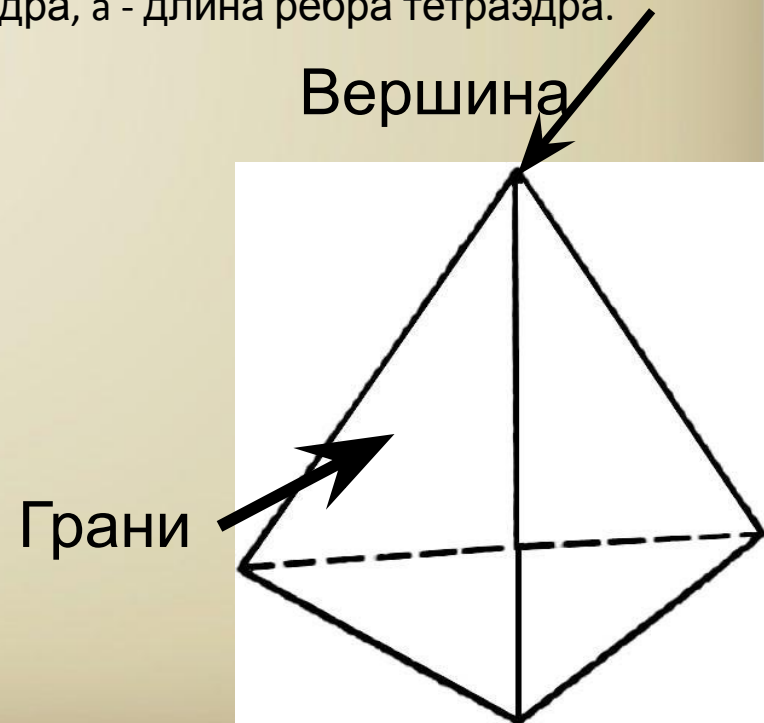


## 2. Тетраэдр

Простейший многогранник, гранями которого являются четыре треугольника. У тетраэдра 4 грани, 4 вершины и 6 рёбер. Тетраэдр, у которого все грани — равносторонние треугольники, называется правильным. Правильный тетраэдр является одним из пяти правильных многогранников.

Площадь поверхности тетраэдра равна сумме площадей всех граней и выражается формулой, где  $S$  - площадь поверхности тетраэдра,  $a$  - длина ребра тетраэдра.

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



# 3. Параллелепипед

Параллелепипед – многогранник, у которого шесть граней и каждая из них параллелепипед – это параллелограмм.

Прямоугольный параллелепипед, у которого все грани прямоугольники.

У параллелепипеда противоположные грани параллельны и равны.

Все диагонали параллелепипеда пересекаются в 1 точке.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна удвоенной сумме площадей трех граней этого параллелепипеда

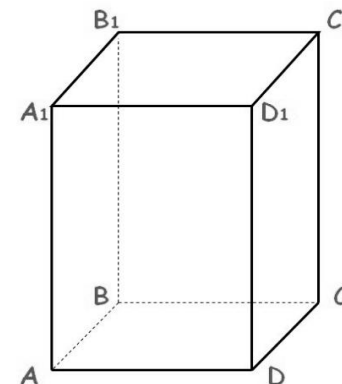
$$S = 2(ab + bc + ac)$$

Площадь боковой поверхности  $S_{б} = 2c(a+b)$ , где  $a, b$  — стороны основания,  $c$  — боковое ребро прямоугольного параллелепипеда

Площадь полной поверхности

$$S_{п} = 2(ab + bc + ac)$$

Прямоугольный параллелепипед



Вершин - 8

Ребер - 12

Граней - 6

# 4. Правильная пирамида

**Пирамида** – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину. Пирамида является частным случаем конуса.

Пирамида называется **правильной**, если её основанием является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

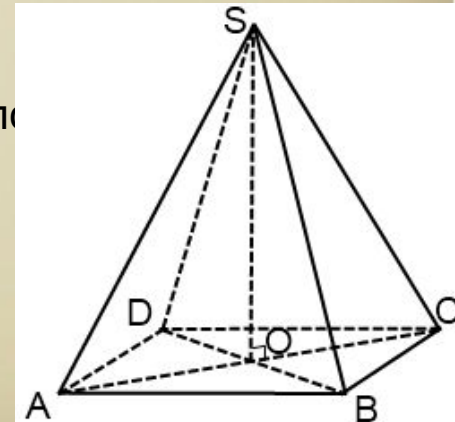
Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называют **апофемой**.

**Площадь боковой поверхности** правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему.

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot h$$

**Площадь полной поверхности** правильной пирамиды равна сумме площади боковой поверхности и площади основания.

$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$



# 5. Усеченная пирамида

Усеченная пирамида – часть пирамиды, заключенная между её основанием, боковыми гранями и сечением этой пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

1. Каждая боковая грань правильной усеченной пирамиды является равнобокими трапециями одной величины.

2. Основания усеченной пирамиды являются подобными многоугольниками.

3. Боковые ребра правильной усеченной пирамиды имеют равную величину и один наклонен по отношению к основанию пирамиды.

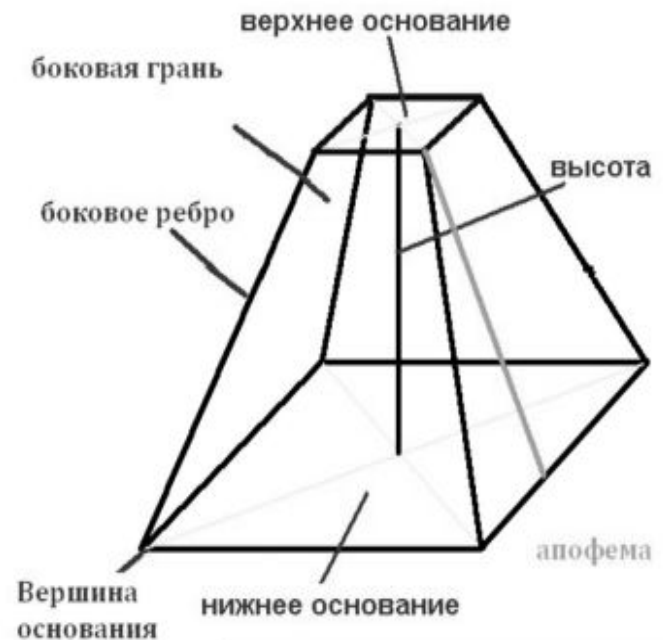
4. Боковые грани усеченной пирамиды являются трапециями.

5. Двугранные углы при боковых ребрах правильной усеченной пирамиды имеют равную величину.

Площадь полной поверхности

$$S_{\text{полн}} = S_1 + S_2 + S_{\text{бок}}$$

Усечённая пирамида



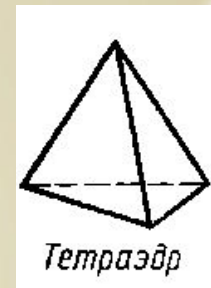


# 6. Правильные многогранники

Правильный многогранник - это выпуклый многогранник, состоящий из одинаковых правильных многоугольников и обладающий пространственной симметрией.

1) Правильный тетраэдр.

Составлен из 4 равносторонних треугольников



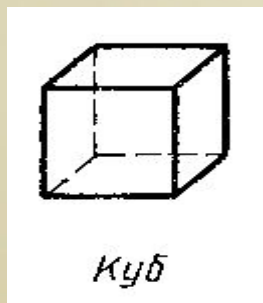
2) Правильный октаэдр.

Составлен из 8 равносторонних треугольников



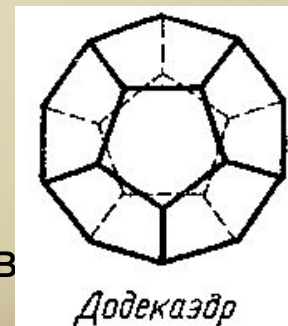
3) Правильный икосаэдр.

Составлен из 20 равносторонних треугольников



4) Куб.

Составлен из 6 квадратов



5) Правильный додекаэдр.

Составлен из 12 правильных пятиугольников

# 7. Цилиндр

Цилиндр – геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её.

Высота любого цилиндра - это расстояние между плоскостями, в которых лежат основания.

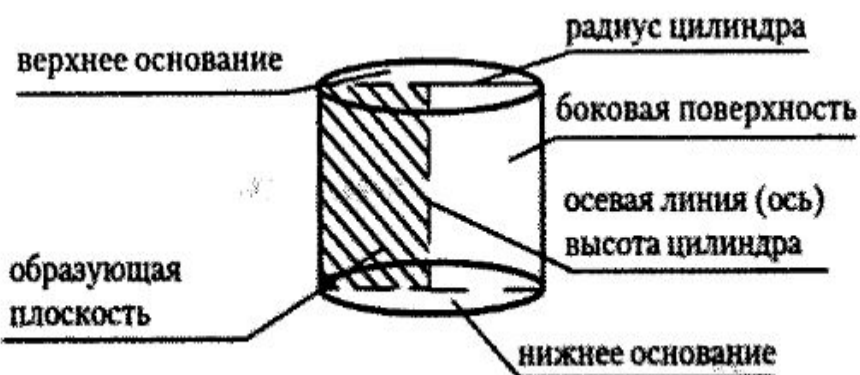
Радиус любого цилиндра - это радиус его основания.

Ось цилиндра - это прямая, которая проходит через оба центра оснований цилиндра. Она параллельна образующим.

Плоскость, которая проходит через любую образующую прямого цилиндра и в тоже время перпендикулярна осевому сечению, которое проведено через эту же образующую, называют касательной плоскостью прямого цилиндра.

Сечение любого цилиндра плоскостью, которая проходит через его же ось, называют осевым сечением.

Плоскость, которая перпендикулярна оси цилиндра, будет пересекать боковую поверхность цилиндра по окружности, которая равна окружности основания.



$$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

Площадь боковой поверхности:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R H$$

# 8. Конус

Конус – тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (вершины конуса) и проходящих через плоскую поверхность.

Сечение конуса плоскостью, который проходит через вершину конуса – это равнобедренный треугольник, боковые стороны этого треугольника являются образующими конуса.

Равнобедренным треугольником оказывается и осевое сечение конуса. Это сечение, проходящее через ось конуса.

Площадь боковой стороны конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую

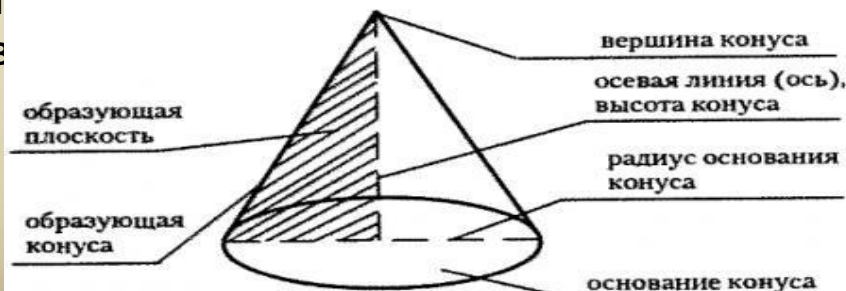
Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется образующей конуса.

Объединение образующих конуса называется образующей (или боковой) поверхностью конуса. Образующая поверхность конуса является конической поверхностью.

Отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания (а также длина такого отрезка), называется высотой конуса.

Угол вершины конуса – угол между двумя противоположными образующими (угол

Полная поверхность	$S_{\text{Полн}} = \pi R (R + l)$
Боковая поверхность	$S_{\text{Бок}} = \pi R l = \pi R \sqrt{R^2 + h^2}$
Площадь основания	$S_{\text{Осн}} = \pi R^2$



# 9. Усеченный конус

Усеченный конус – часть конуса, расположенная между его основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

Два круга, ограничивающие конус, называются его основаниями. Высотой усеченного конуса называется расстояние между его основаниями. Отрезки, образующие коническую поверхность усеченного конуса называются образующими. Прямая, проходящая через центры оснований, называется осью усеченного конуса. Осевым сечением называется

$$\begin{aligned} \text{Полная поверхность} & S_{\text{Полн}} = \pi l (R+r) + \pi R^2 + \pi r^2 \\ \text{Боковая поверхность} & S_{\text{Бок}} = \pi l (R+r) \\ \text{Площадь основания} & S_{\text{Осн1}} = \pi R^2, S_{\text{Осн2}} = \pi r^2 \end{aligned}$$

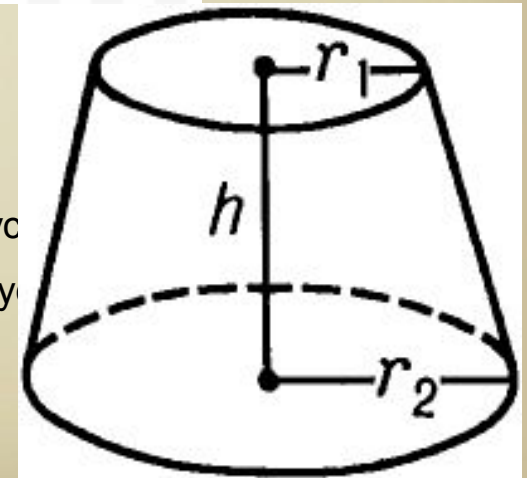
где

$h$  – высота усеченного конуса,

$r$  – радиус нижнего основания усеченного конуса

$r_1$  – радиус верхнего основания усеченного конуса

$l$  – длина образующей усеченного конуса.



# 10. Сфера

Сфера - это геометрическое место точек в пространстве, равноудаленных от некоторой заданной точки (центра сферы). Сфера является поверхностью

вращения, образованной при вращении полуокружности вокруг своего диаметра.

Точками сферы оказывается каждая точка шара, которая удалена от центра на расстояние, которое равно радиусу. Каждый отрезок, который соединяет центр шара и точку на шаровой поверхности, тоже называют радиусом.

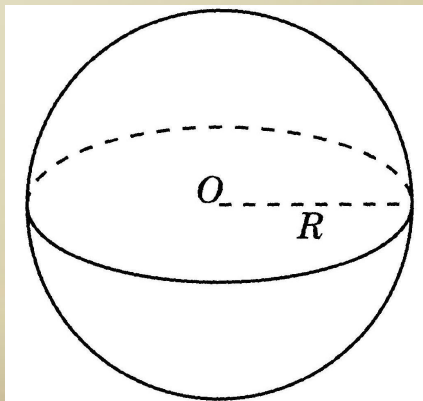
Отрезок, который соединяет 2 точки шаровой поверхности и который проходит сквозь центр шара, называется диаметр. Любой диаметр соответствует 2-м радиусам. Концы всякого диаметра называются диаметрально противоположными точками шара.

Эта точка  $O$  называется центром сферы, а расстояние  $AO$ , в свою очередь, называется радиусом сферы.

Площадь сферы вычисляется по формуле:

$$S = 4\pi r^2$$

$$S = \pi d^2$$



# Из истории геометрии о ВОЗНИКНОВЕНИИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

Построение правильного многоугольника с  $n$  сторонами оставалось проблемой для математиков вплоть до XIX века. Такое построение идентично разделению окружности на  $n$  равных частей, так как соединив между собой точки, делящие окружность на части, можно получить искомый многоугольник.

Эвклид в своих «Началах» занимался построением правильных многоугольников в книге IV, решая задачу для  $n = 3, 4, 5, 6, 15$

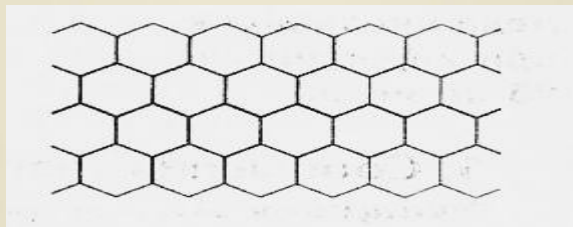
Средневековая математика почти никак не продвинулась в этом вопросе. Лишь в 1796 году Карлу Фридриху Гауссу удалось доказать, что если число сторон правильного многоугольника равно простому числу Ферма, к которым, кроме 3 и 5, относятся 17, 257 и 65537, то его можно построить при помощи циркуля и линейки.

Гаусс подозревал, что это условие является не только достаточным, но и необходимым, но впервые это было доказано Пьером-Лораном Ванцелем в 1836 году.

Точку в деле построения правильных многоугольников поставило нахождение построений 17-, 257- и 65537-угольника. Первое было найдено Йоханнесом Эрхингером в 1825 году, второе — Фридрихом Юлиусом Ришелло в 1832 году, а последнее — Иоганном Густавом Гермесом в 1894 году.

# Многоугольники в природе

Правильные многоугольники встречаются в природе. Один из примеров – пчелиные соты, которые представляют собой многоугольник, покрытый правильными шестиугольниками. Конечно, геометрию они не изучали, но природа наделила их талантом строить себе дома в форме геометрических фигур. На этих шестиугольниках пчёлы выращивают из воска ячейки. В них пчёлы и откладывают мёд, а за тем снова покрывают сплошным прямоугольником из



Паркетный пол во все времена считался символом престижа и хорошего вкуса. Применение для производства элитного паркета ценных пород дерева и использование различных геометрических узоров придают помещению



и.

# Заключение

Свойства многогранников используются в различных сферах деятельности человека. Например, в архитектуре: почти все здания строятся с соблюдением симметрии. Многие знаменитые художники пишут свои картины, используя симметрию. За счет этого картины смотрятся более эффектно.

Таким образом вся наша жизнь наполнена многогранниками, с ними сталкивается каждый человек: и маленькие дети и зрелые люди.