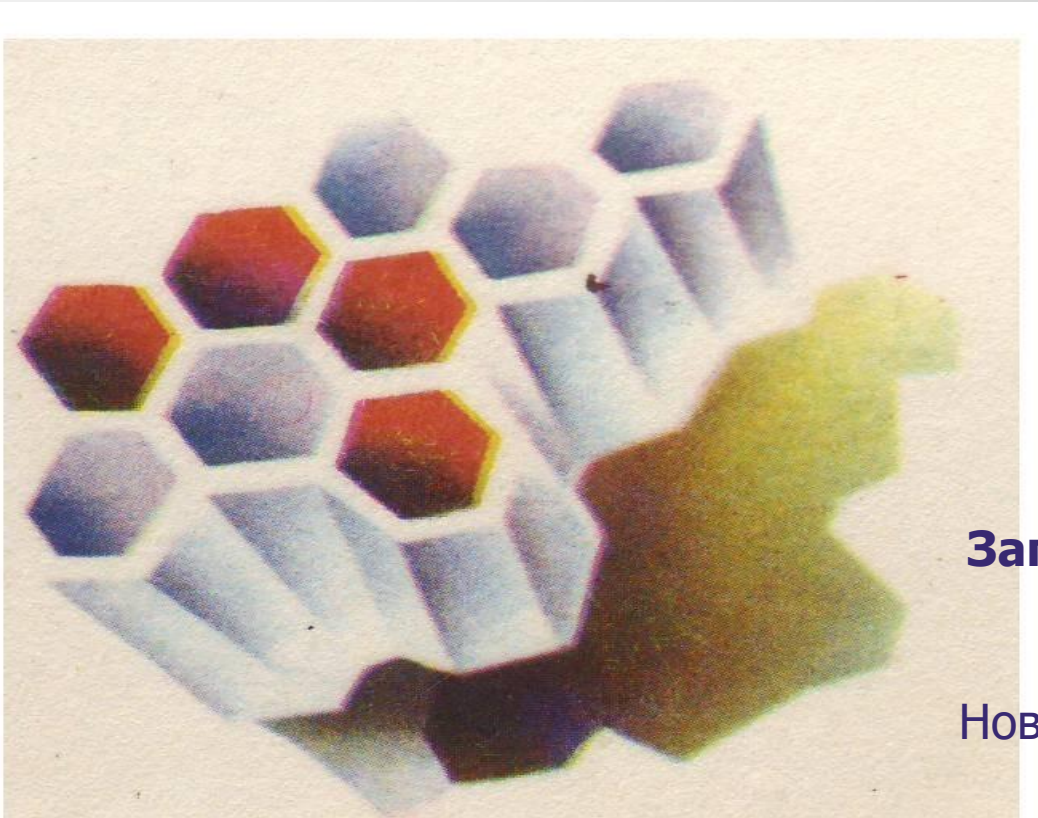


# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВАРИАЦИИ НА «ПЧЕЛИНУЮ» ТЕМУ.



**Запарова Наталья Михайловна,**  
учитель физики  
МОУ «СОШ с. Кутьино  
Новобурасского района Саратовской  
области»

2012г.

# Основополагающий вопрос

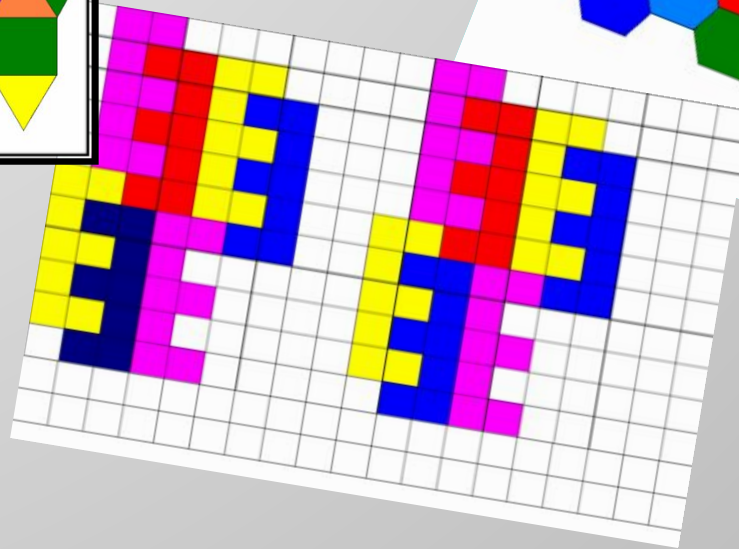
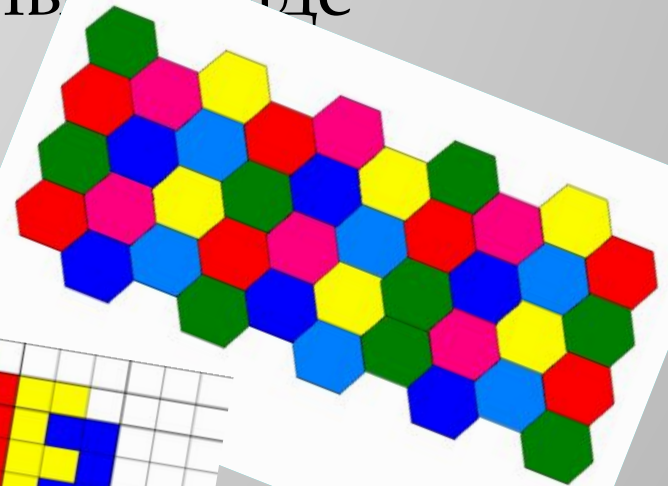
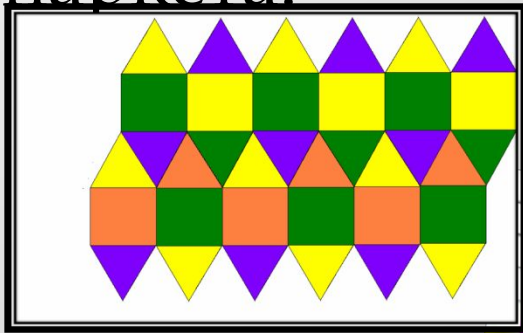


***Чему можно удивляться  
глядя на мир?***

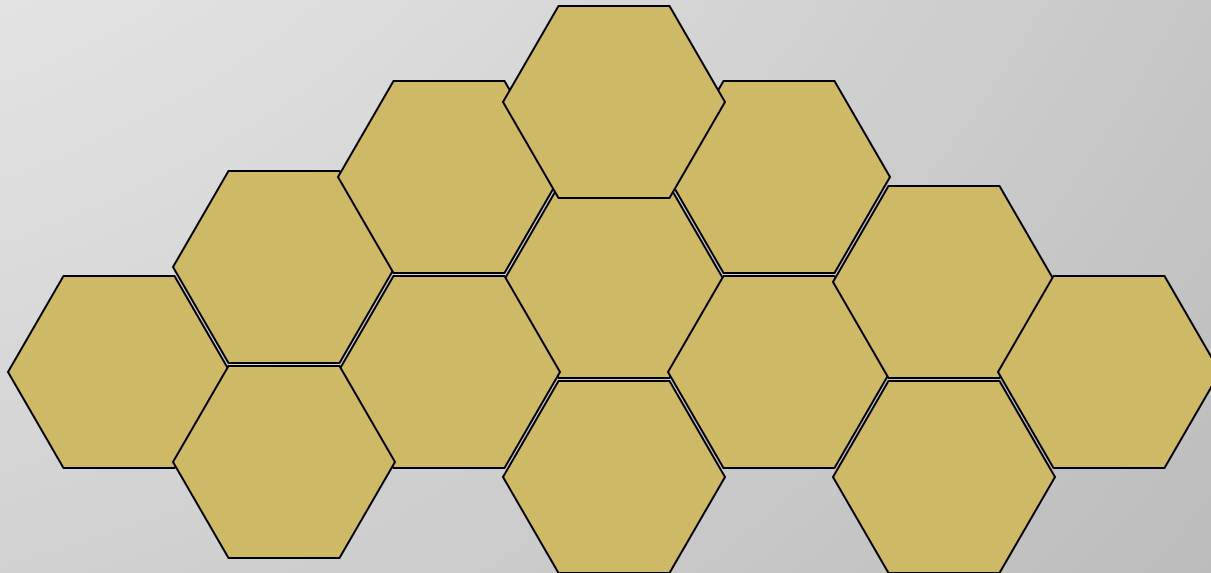
**Пчёлы –  
удивительные  
творения природы.  
Свои  
геометрические  
способности они  
проявляют при  
построении сот.**



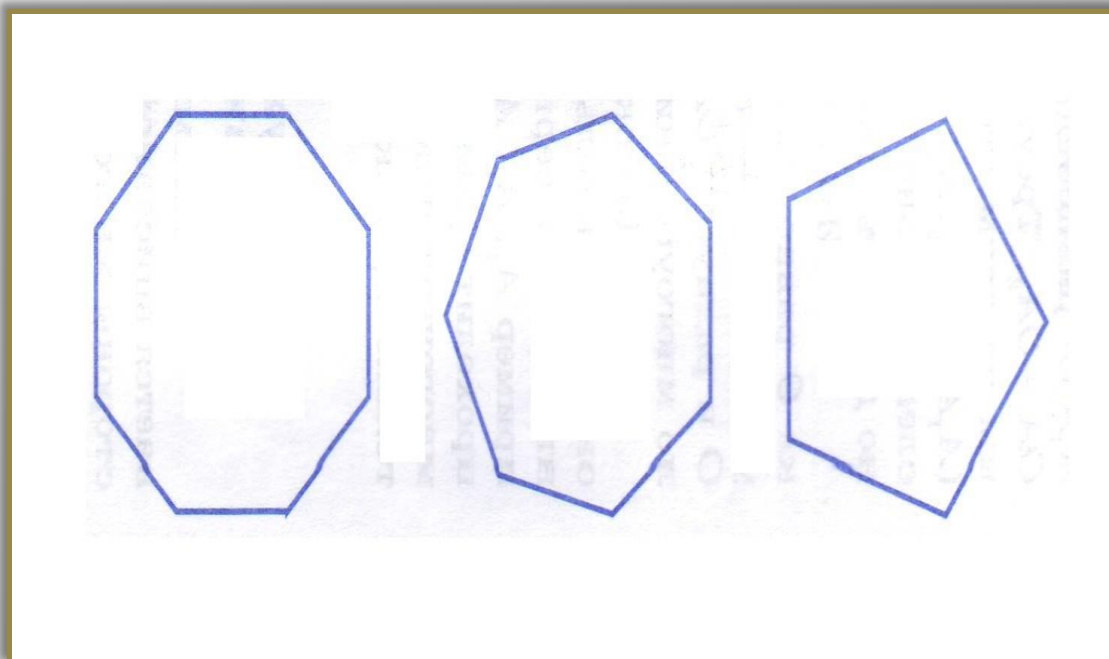
Геометрические способности пчел проявляются при построении сот. Если разрезать пчелиные соты плоскостью, перпендикулярной их ребрам, то станет видна сеть равных друг другу правильных шестиугольников, уложенных в виде паркета.



Выполняя несложные расчеты, убеждаемся, что такими многоугольниками могут быть только правильные треугольники, квадраты или правильные шестиугольники.

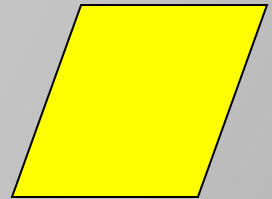
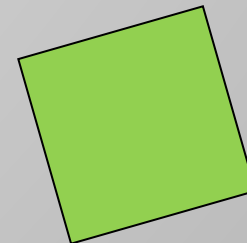
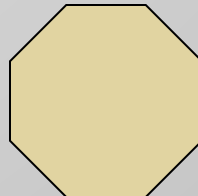
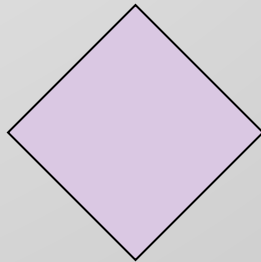
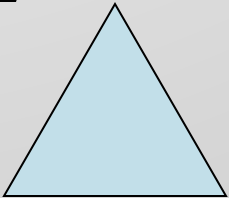
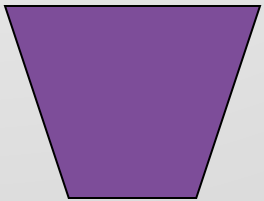


Правильным многоугольником называется выпуклый много угольник, у которого все углы равны.



# Почему пчелы выбрали именно шестиугольник?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо сравнить периметры разных многоугольников, имеющих одинаковую площадь.



- Для того чтобы выяснить, почему пчела строит соты, перпендикулярное сечение которых есть правильный шестиугольник, а не правильный треугольник или квадрат, рассматривается вспомогательная задача





Даны три равновеликие друг другу фигуры  
– правильный треугольник, квадрат и  
правильный шестиугольник. Какая из  
данных фигур имеет наибольший  
периметр?

□ Решение



Пусть  $S$  – площадь каждой из названных фигур,  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_6$  – сторона соответствующего правильного  $n$ -угольника. Тогда  $S = \frac{a_3^2 \sqrt{3}}{4}$  – площадь правильного треугольника,  $S = a_4^2$  – площадь квадрата,  $S = \frac{3a_6^2 \sqrt{3}}{2}$  – площадь правильного шестиугольника.

Теперь нетрудно вычислить периметр  $P_n$  каждой фигуры, зная ее площадь:

$$a_3 = 2\sqrt{S/\sqrt{3}}, \quad P_3 = 6\sqrt{S/\sqrt{3}}; \quad a_4 = \sqrt{S}, \quad P_4 = 4\sqrt{S};$$

$$a_6 = \sqrt{2S/3\sqrt{3}}, \quad P_6 = 6\sqrt{2S/3\sqrt{3}}.$$

Для сравнения периметров фигур найдем их отношение

$$P_3 : P_4 : P_6 = 6 \cdot \sqrt{\frac{S}{\sqrt{3}}} : 4 \cdot \sqrt{S} : 6 \cdot \sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}} = 1 : \frac{2}{3} \sqrt[4]{3} : \frac{1}{3} \sqrt{6} \approx 1 : 0,877 : 0,816.$$



Действительно, сумма внутренних углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $(n-2)*180^\circ$ , где  $n$ -число сторон многоугольника. Сумма углов, сходящихся в одной вершине паркета, равна  $360^\circ$ .



■ Тогда  $(n-2) \cdot 180^\circ / n \cdot k = 360^\circ$ . Отсюда  $k = 2n / (n-2)$ .

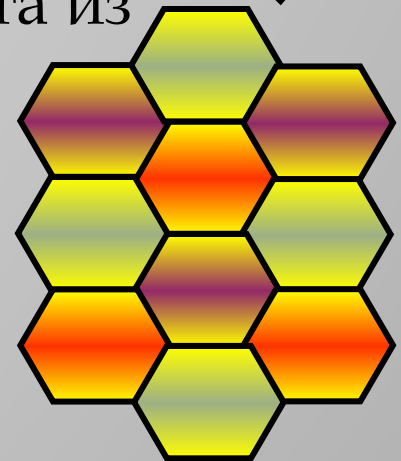
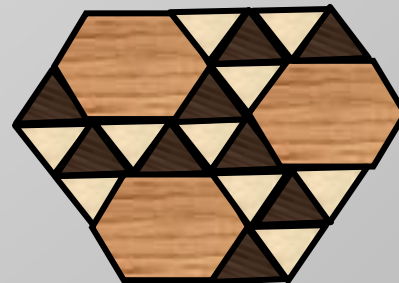
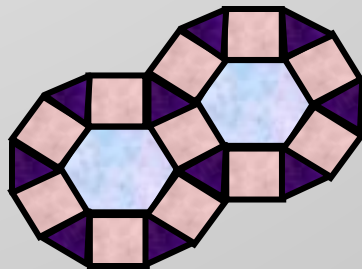
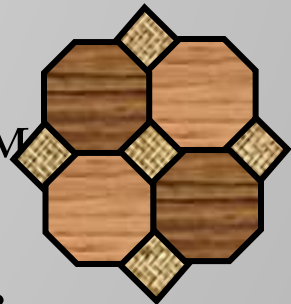
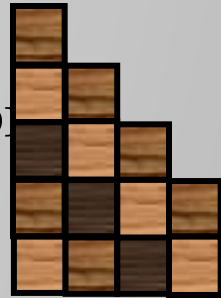
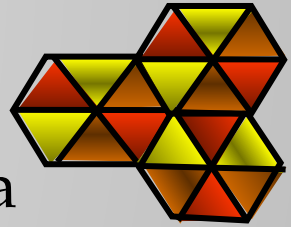
■ Если  $n=3$ , то  $k=6$ , т.е. в одной вершине паркета могут сходиться 6 правильных треугольников.

■ Если  $n=4$ , то  $k=4$  т.е. в одной вершине паркета могут сходиться 4 квадрата.

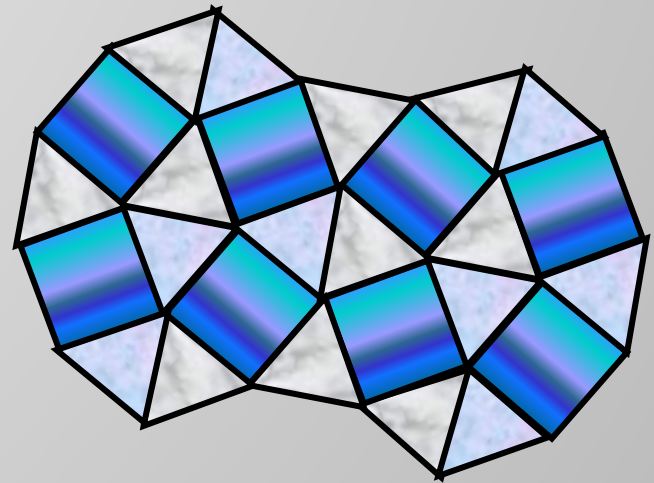
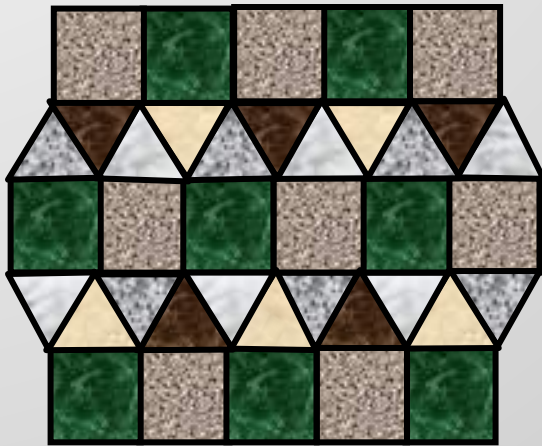
■ Если  $n=5$ , то  $k=3$ . т.е. не существует паркета из правильных пятиугольников.

■ Если  $n=6$ , то  $k=3$  т.е. в одной вершине паркета могут сходиться 3 правильных шестиугольника.

■ Если  $n=7$ , то  $k=2.8$  т.е. не существует паркета из правильных семиугольников. Итак далее.



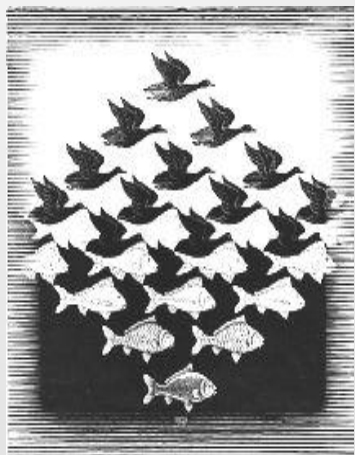
Теперь рассуждаем следующим образом:  $2/(n-2) > 2$ , так как внутренний угол правильного многоугольника меньше  $180$ ; значит  $2n/(n-2) - 2 > 0$ , или  $4/(n-2) > 0$ .



**Как не согласиться с  
мнением Пчелы из сказки  
«Тысяча и одна ночь»: «Мой дом  
построен по законам самой  
строгой архитектуры. Сам  
Евклид мог бы поучиться,  
познавая геометрию моих сот».**

Паркетные с древних времён привлекали к себе внимание людей. Ими мостили дороги, украшали полы в помещениях, стены домов, использовали в декоративно-прикладном искусстве.

Знаменитый голландский художник Мариус Эшер (1898 – 1972) посвятил паркетам несколько своих картин.



«небо и море»



«Ящерицы»



«Добро и зло»

Несколько картин Мариуса Эшера посвящены паркетам на модели Пуанкаре  
**плоскости Лобачевского.**

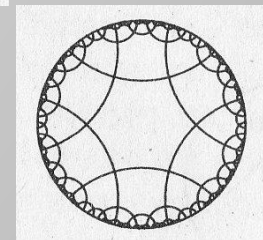
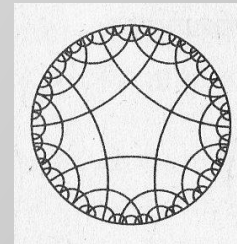
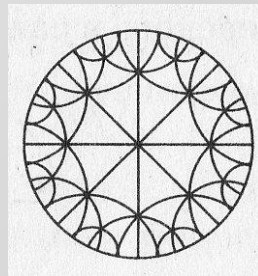
Паркетом на плоскости Лобачевского называется такое ее заполнение  
многоугольниками, при котором любые два многоугольника либо имеют общую сторону,  
либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек.

Паркет называется

**правильным**, если он состоит  
из равных правильных многоугольников.

В каждой вершине правильного паркета на  
плоскости Лобачевского может сходиться любое  
число правильных треугольников, больше шести,  
любое число правильных четырёхугольников, больше  
четырёх; любое число правильных пятиугольников, большее  
трёх и т.д.

Для плоскости Лобачевского будем называть симметрией инверсию  
относительно окружности, перпендикулярной данной.





# Вывод:



Строя шестиугольные ячейки пчелы наиболее экономно используют площадь внутри небольшого улья. Таким образом, с помощью геометрии и математического анализа мы раскрыли тайну математических шедевров из воска, убедившись во всесторонней эффективности математики

# Литература

- 1. [http// www.tymen-lechnopfrk.ru](http://www.tymen-lechnopfrk.ru)
- 2. [http// www.vip.km.ru/vschool/](http://www.vip.km.ru/vschool/)
- 3. Глухова А. Правильные многоугольники в природе. Математика. Еженедельное учебно-методическое приложение к газете « Первое сентября», № 38, 1999.
- 4. Фирсина С. Правильные многоугольники. Математика. Еженедельное учебно-методическое приложение к газете « Первое сентября», № 10, 2000.
- 5. Шарыгин И.Ф. Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. Учебное пособие для 5-6 классов. - М.: МИРОС, 1992.
- 6. Зоология 6-7 калсс. 2006г.
- 7. Лечение пчелиным мёдом и ядом.
- 8. Математика в школе. Научно-теоретический и методический журнал. Геометрические вариации на «пчелиную» тему.