

# Геометрический смысл линейного неравенства





Линейное неравенство

$$a_1x_1 + a_2x_2 \geq b$$

на плоскости задает полуплоскость,  
границей которой является прямая

$$a_1x_1 + a_2x_2 = b$$



Построить полуплоскость



$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$



# Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

1. Построим в системе координат прямую - границу полуплоскости (по двум точкам)



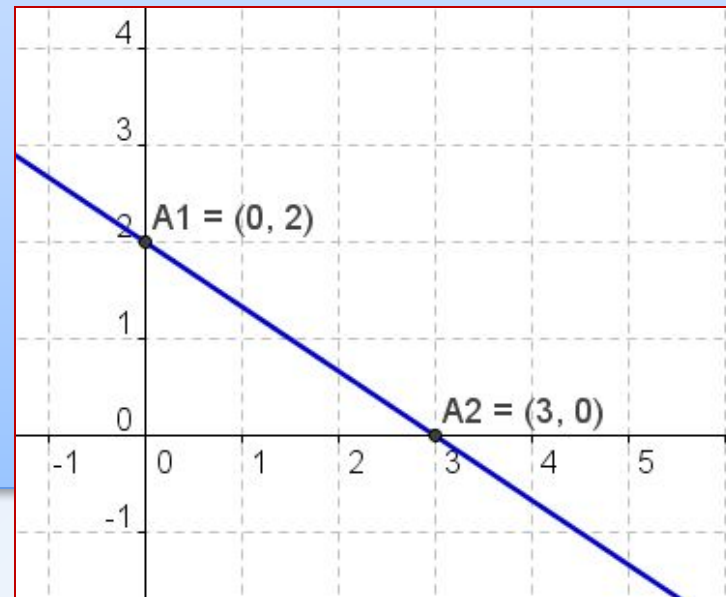
$$2x_1 + 3x_2 = 6$$

$x_1$	0	3
$x_2$	2	0

или запишем уравнение прямой в отрезках

$$\frac{2x_1}{6} + \frac{3x_2}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{2} = 1$$

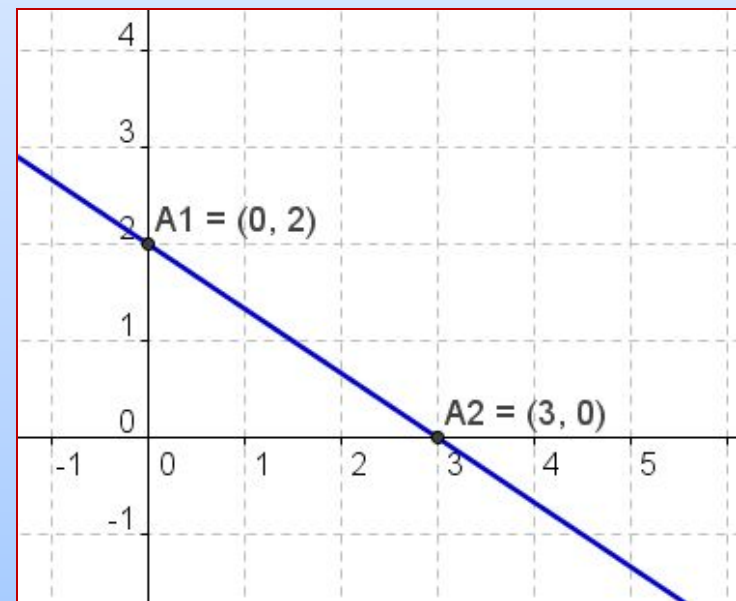




Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство: ниже и левее построенной прямой или выше и правее?







## Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

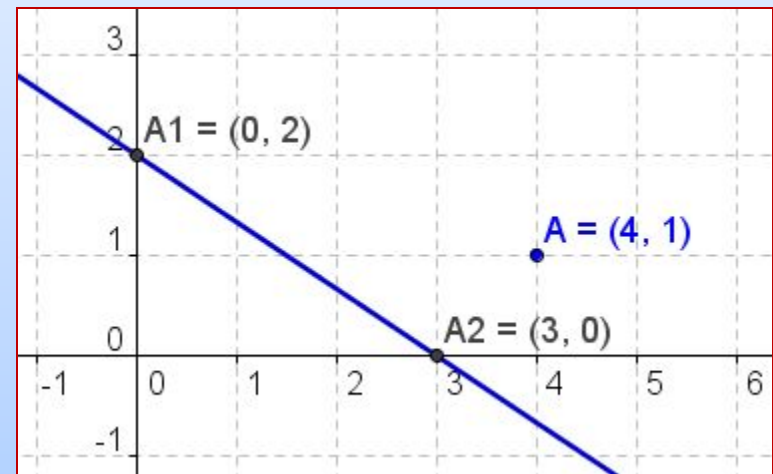
2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство?



Выбираем произвольную точку, **не лежащую** на прямой, например  $A(4;1)$

Подставляем ее координаты в неравенство:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 &\geq 6 \\ 11 &\geq 6 \end{aligned}$$





## Построить полуплоскость

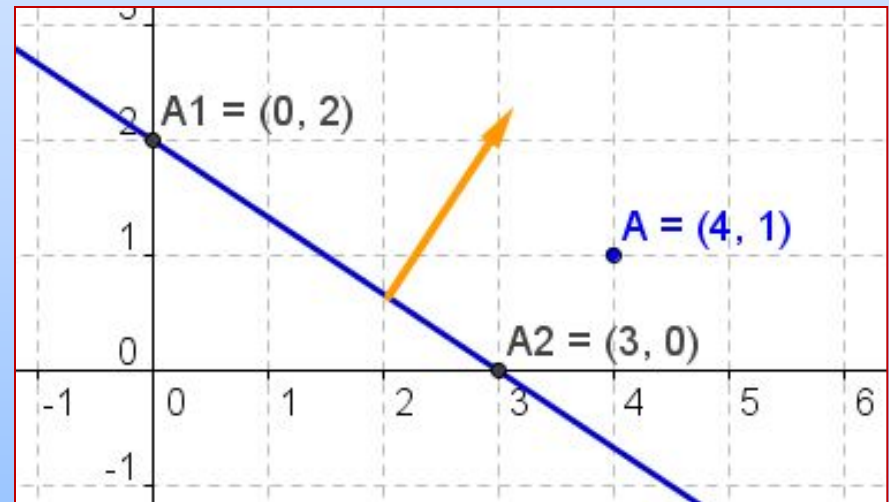
$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство?



Поучили **верное** числовое неравенство, значит данное неравенство задает полуплоскость **содержащую** точку  $A(4;1)$ , т.е. выше и правее прямой

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 &\geq 6 \\ 11 &\geq 6 \end{aligned}$$



## Замечание

Для проверки проще всего использовать начало координат  $A(0;0)$   
(если прямая – граница полуплоскости не проходит через начало координат)





Для построения множества точек,  
удовлетворяющих **системе линейных  
неравенств** необходимо построить  
пересечение полуплоскостей, заданных  
всеми неравенствами





Построить область решений системы линейных неравенств:

$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 2, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

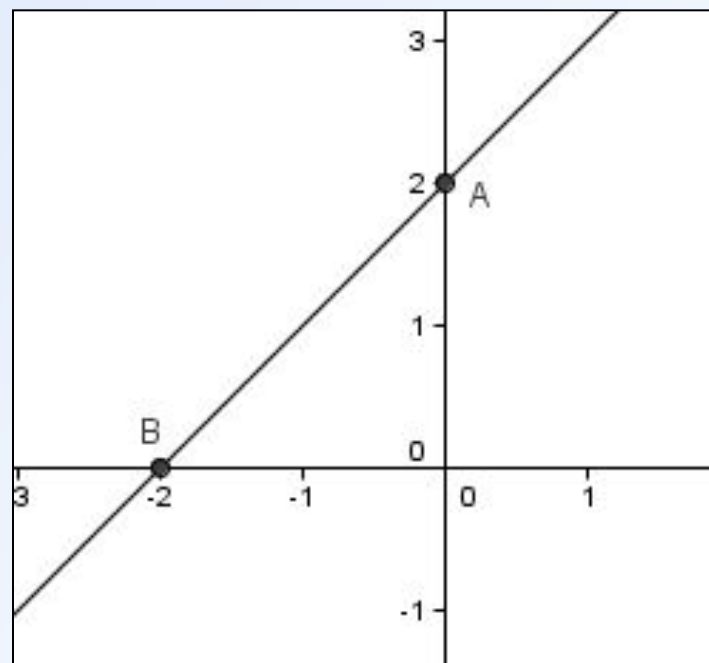


# Построить область решений системы неравенств

1. Построим полуплоскость, заданную первым неравенством  $x_2 - x_1 \leq 2$

Граница полуплоскости:  $x_2 - x_1 = 2$

$x_1$	0	-2
$x_2$	2	0





# Построить область решений системы неравенств

1. Построим полуплоскость, заданную первым неравенством  $x_2 - x_1 \leq 2$

## Определим полуплоскость

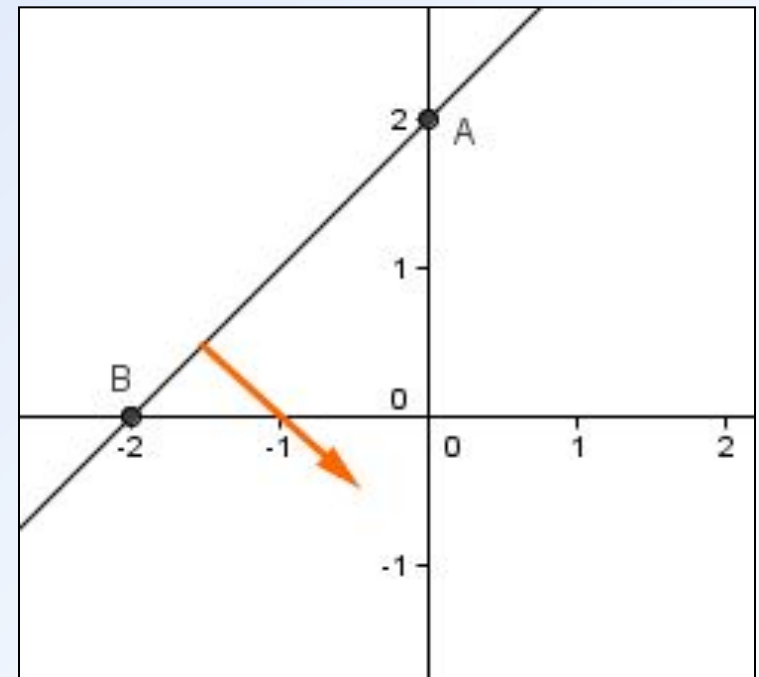
Подставим координаты точки  $A(0;0)$  в неравенство:

$$0 - 0 \leq 2$$

$0 \leq 2$  - **верно**

Значит полуплоскость

**содержит** начало координат  
- точку  $A(0;0)$





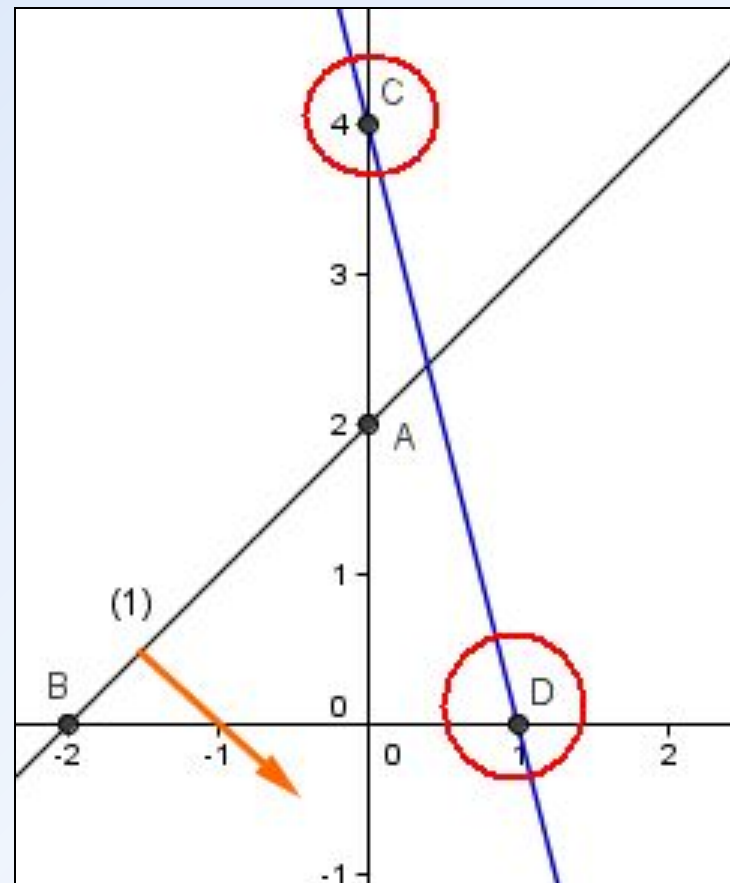
# Построить область решений системы неравенств

2. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством  $4x_1 + x_2 \geq 4$

Граница полуплоскости:

$$4x_1 + x_2 = 4$$

$x_1$	0	1
$x_2$	4	0







## Построить область решений системы неравенств

2. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством  $4x_1 + x_2 \geq 4$

### Определим полуплоскость

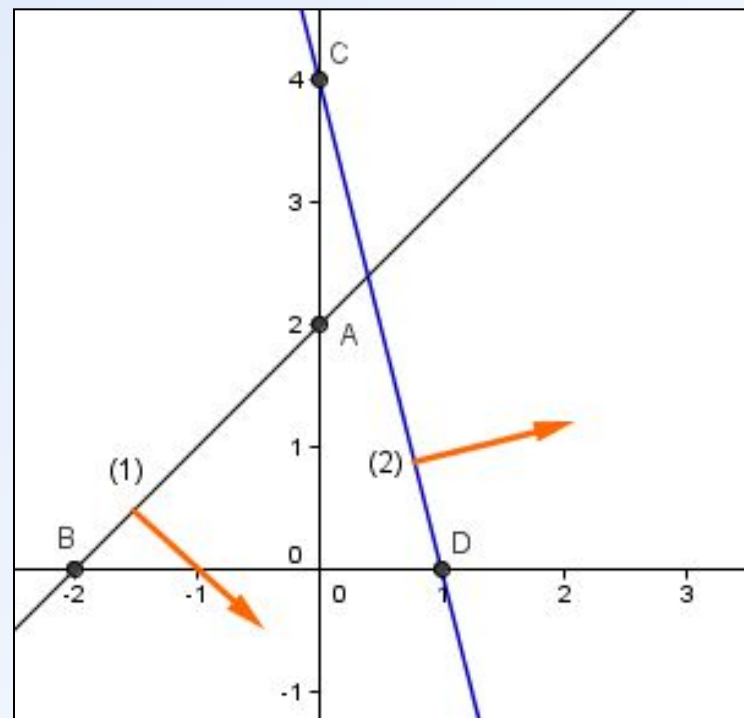
Подставим координаты точки  $A(0;0)$  в неравенство:

$$0 + 0 \geq 4$$

$0 \geq 4$  – не верно

Значит полуплоскость

не содержит начало координат - точку  $A(0;0)$





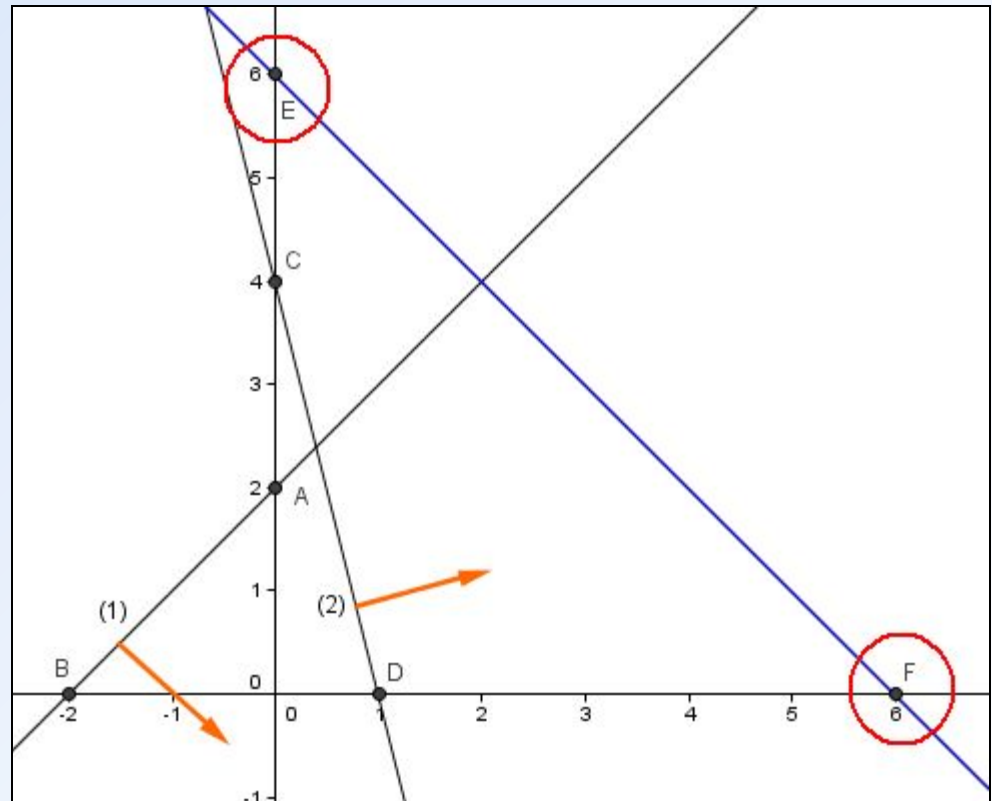
# Построить область решений системы неравенств

3. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством  $x_1 + x_2 \leq 6$

Граница полуплоскости:

$$x_1 + x_2 = 6$$

$x_1$	0	6
$x_2$	6	0





## Построить область решений системы неравенств

3. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством  $x_1 + x_2 \leq 6$

### Определим полуплоскость

Подставим координаты точки  $A(0;0)$  в неравенство:

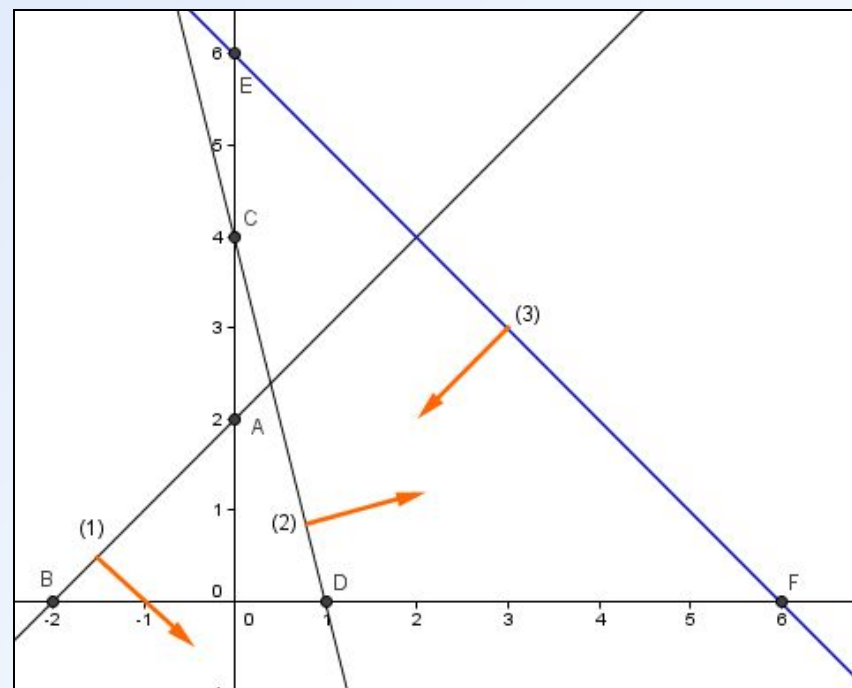
$$0 + 0 \leq 6$$

$$0 \leq 6 \text{ – верно}$$

Значит полуплоскость

**содержит** начало

координат - точку  $A(0;0)$



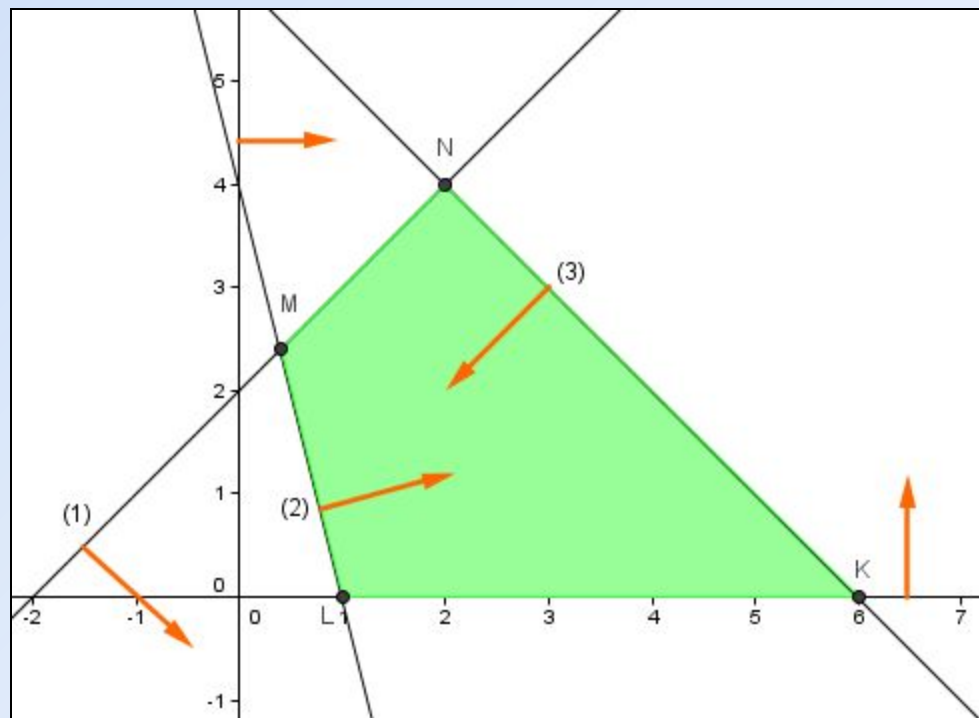


## Построить область решений системы неравенств

4. Условие неотрицательности переменных задает первую координатную четверть

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Получаем область допустимых решений **KLMN**:



$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 2, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$





# Литература

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.  
Высшая математика в упражнениях и задачах.  
Часть 1. - М.: Высшая школа, 1986. – С.271-274