

Геометрический смысл линейного неравенства





Линейное неравенство

$$a_1x_1 + a_2x_2 \geq b$$

на плоскости задает полуплоскость,
границей которой является прямая

$$a_1x_1 + a_2x_2 = b$$



Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$





Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

1. Построим в системе координат прямую - границу полуплоскости (по двум точкам)

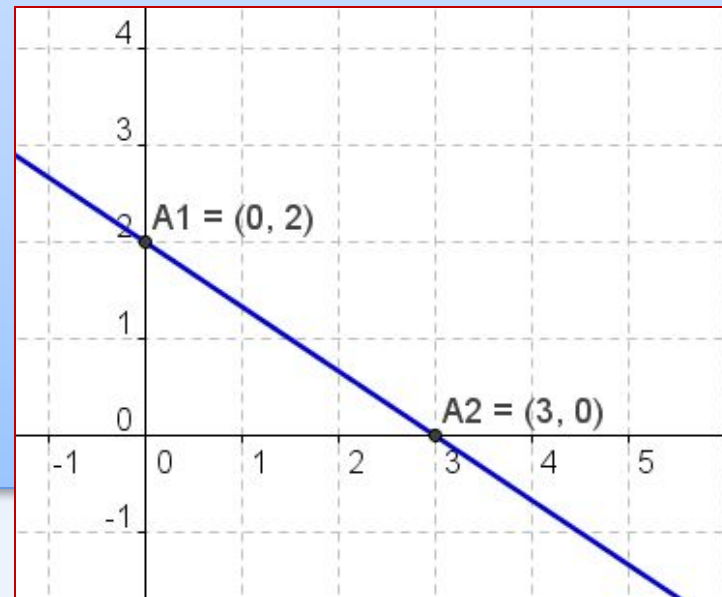
$$2x_1 + 3x_2 = 6$$

x_1	0	3
x_2	2	0

или запишем уравнение прямой в отрезках

$$\frac{2x_1}{6} + \frac{3x_2}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{2} = 1$$

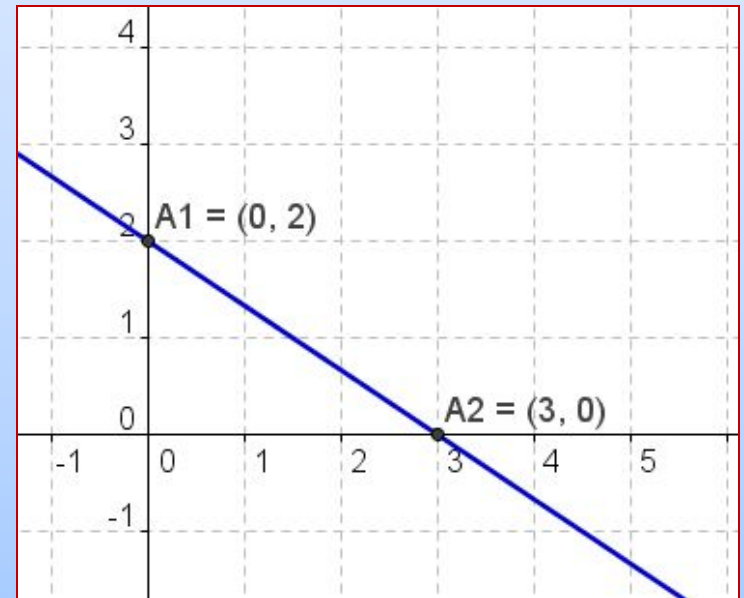




Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство: ниже и левее построенной прямой или выше и правее?





Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

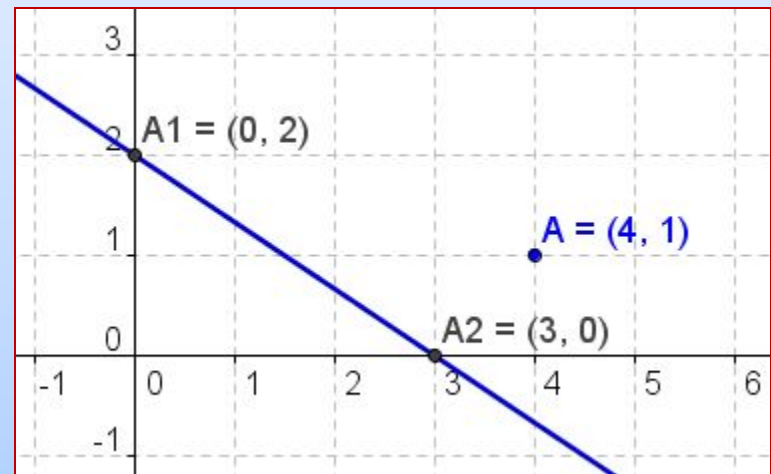
2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство?



Выбираем произвольную точку, **не лежащую** на прямой, например $A(4;1)$

Подставляем ее координаты в неравенство:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 &\geq 6 \\ 11 &\geq 6 \end{aligned}$$





Построить полуплоскость

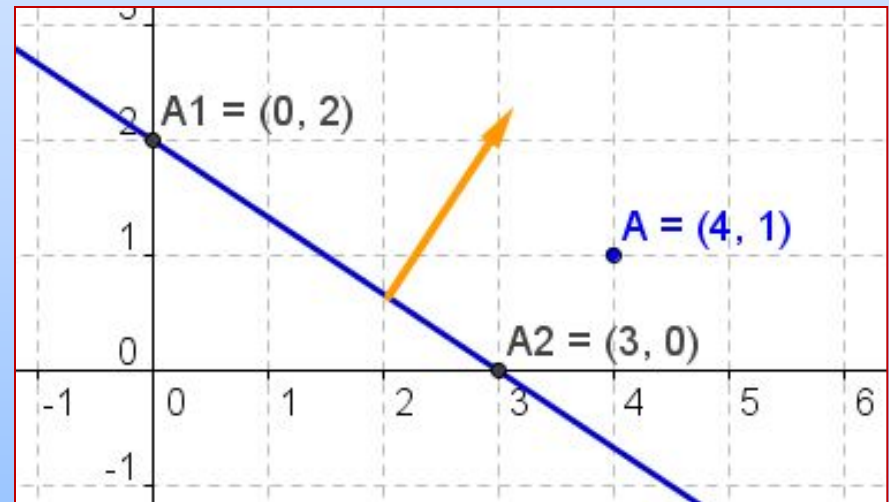
$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство?



Поучили верное числовое неравенство, значит данное неравенство задает полуплоскость содержащую точку $A(4;1)$, т.е. выше и правее прямой

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 \geq 6$$
$$11 \geq 6$$



Замечание

Для проверки проще всего использовать начало координат $A(0;0)$
(если прямая – граница полуплоскости не проходит через начало координат)



Для построения множества точек,
удовлетворяющих **системе линейных
неравенств** необходимо построить
пересечение полуплоскостей, заданных
всеми неравенствами





Построить область решений системы линейных неравенств:

$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 2, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

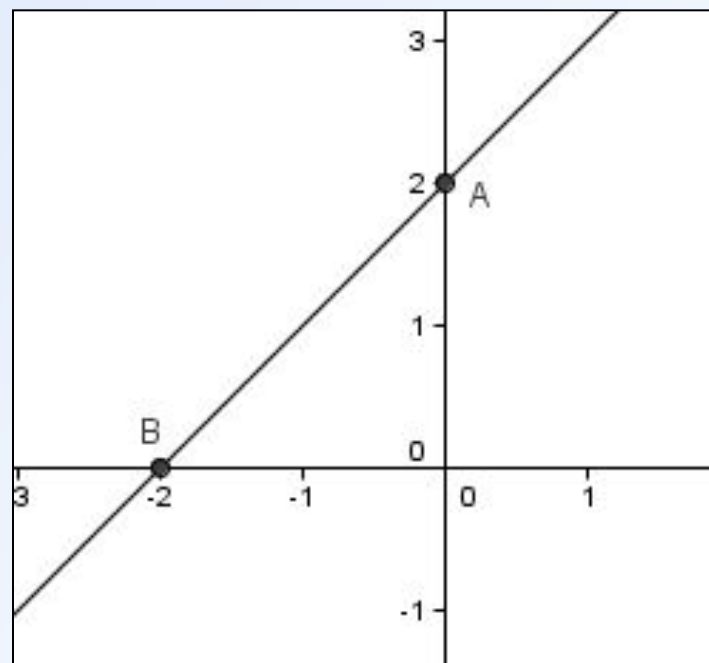


Построить область решений системы неравенств

1. Построим полуплоскость, заданную первым неравенством $x_2 - x_1 \leq 2$

Граница полуплоскости: $x_2 - x_1 = 2$

x_1	0	-2
x_2	2	0





Построить область решений системы неравенств

1. Построим полуплоскость, заданную первым неравенством $x_2 - x_1 \leq 2$

Определим полуплоскость

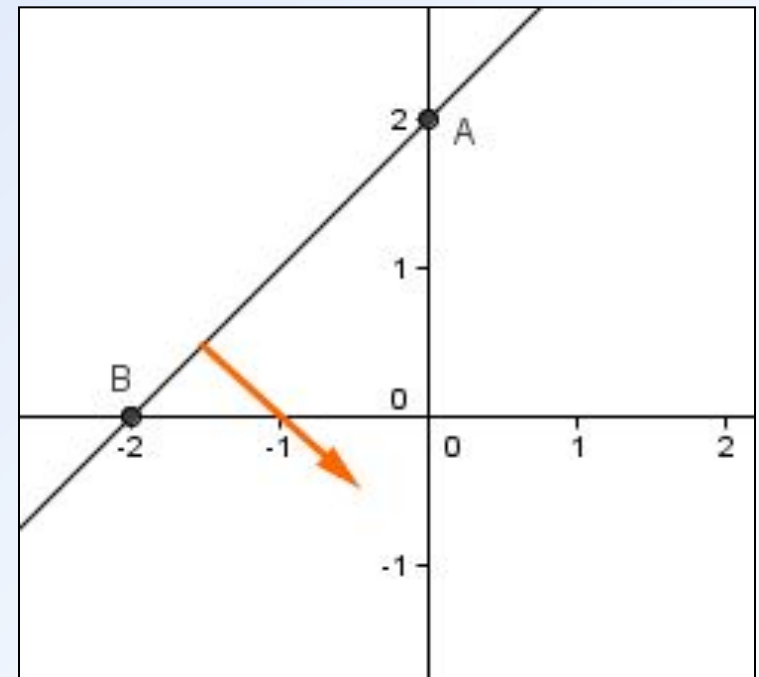
Подставим координаты точки $A(0;0)$ в неравенство:

$$0 - 0 \leq 2$$

$0 \leq 2$ - **верно**

Значит полуплоскость

содержит начало координат
- точку $A(0;0)$





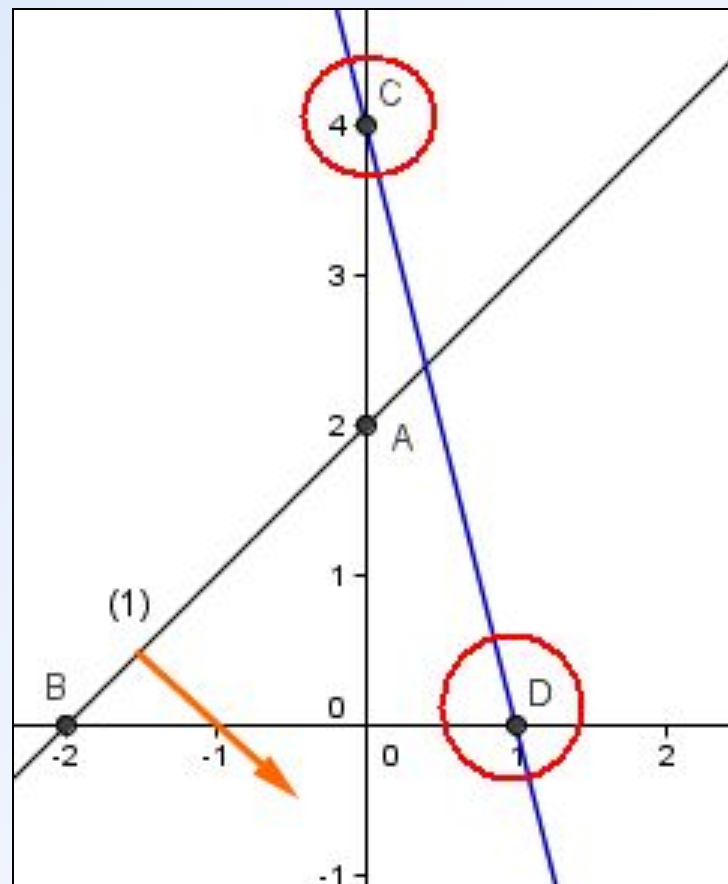
Построить область решений системы неравенств

2. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $4x_1 + x_2 \geq 4$

Граница полуплоскости:

$$4x_1 + x_2 = 4$$

x_1	0	1
x_2	4	0





Построить область решений системы неравенств

2. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $4x_1 + x_2 \geq 4$

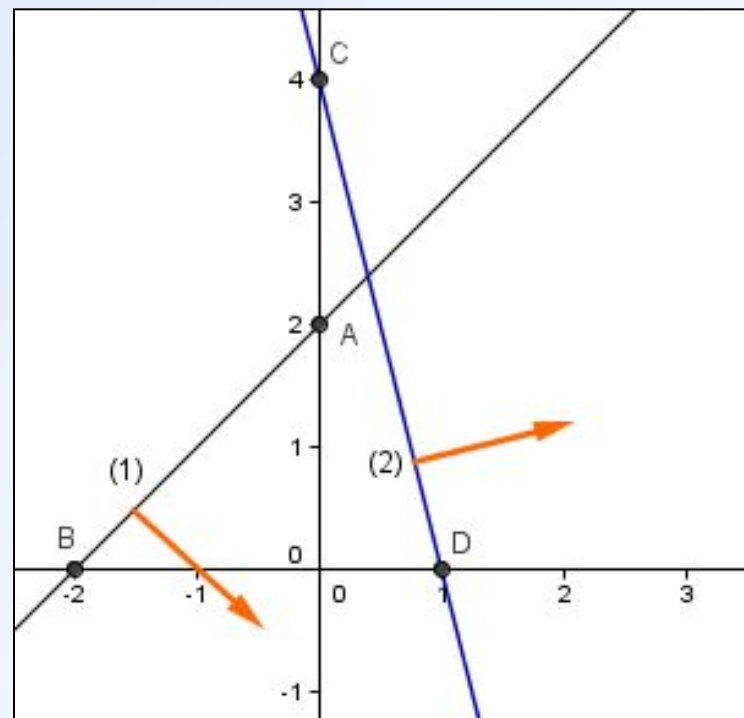
Определим полуплоскость

Подставим координаты точки $A(0;0)$ в неравенство:

$$0 + 0 \geq 4$$

$0 \geq 4$ – не верно

Значит полуплоскость не содержит начало координат - точку $A(0;0)$





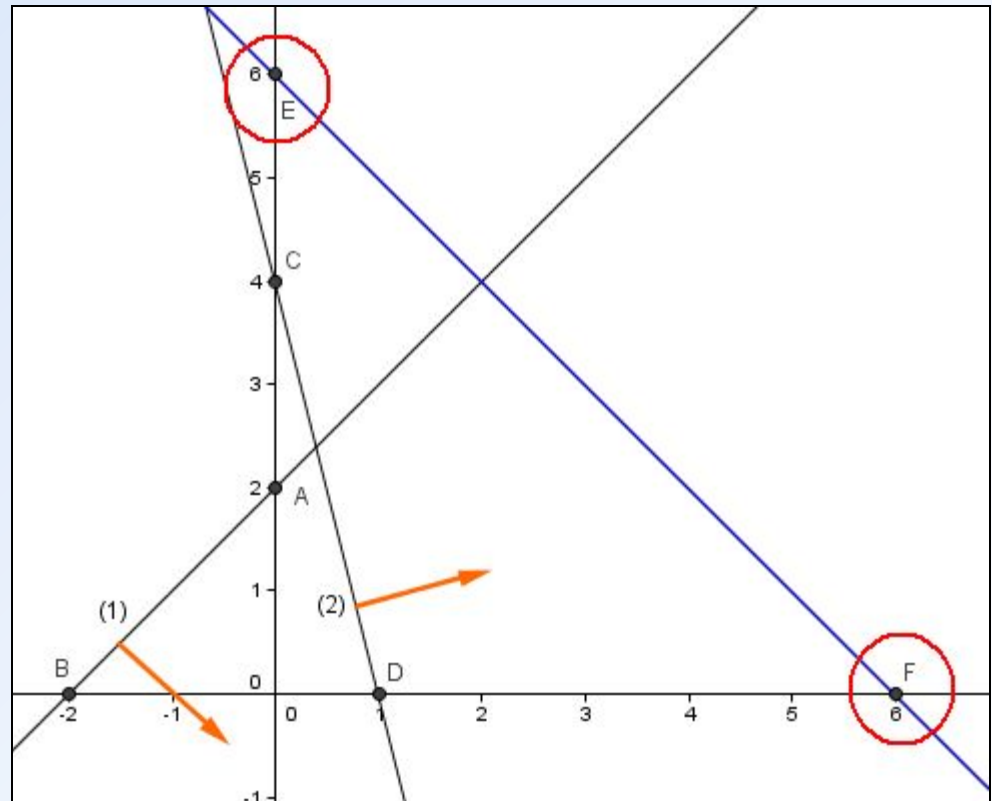
Построить область решений системы неравенств

3. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $x_1 + x_2 \leq 6$

Граница полуплоскости:

$$x_1 + x_2 = 6$$

x_1	0	6
x_2	6	0





Построить область решений системы неравенств

3. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $x_1 + x_2 \leq 6$

Определим полуплоскость

Подставим координаты точки $A(0;0)$ в неравенство:

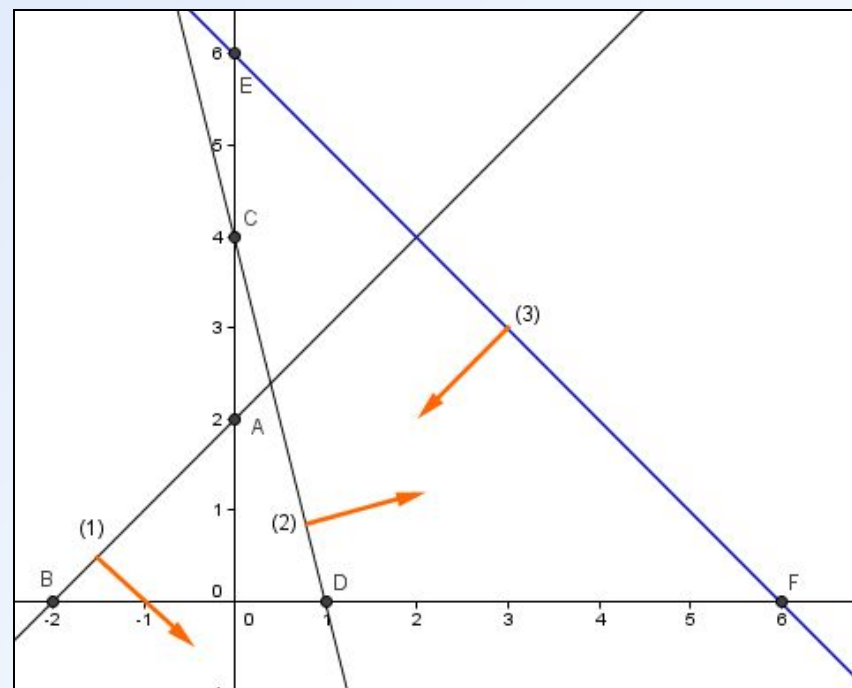
$$0 + 0 \leq 6$$

$$0 \leq 6 \text{ – верно}$$

Значит полуплоскость

содержит начало

координат - точку $A(0;0)$



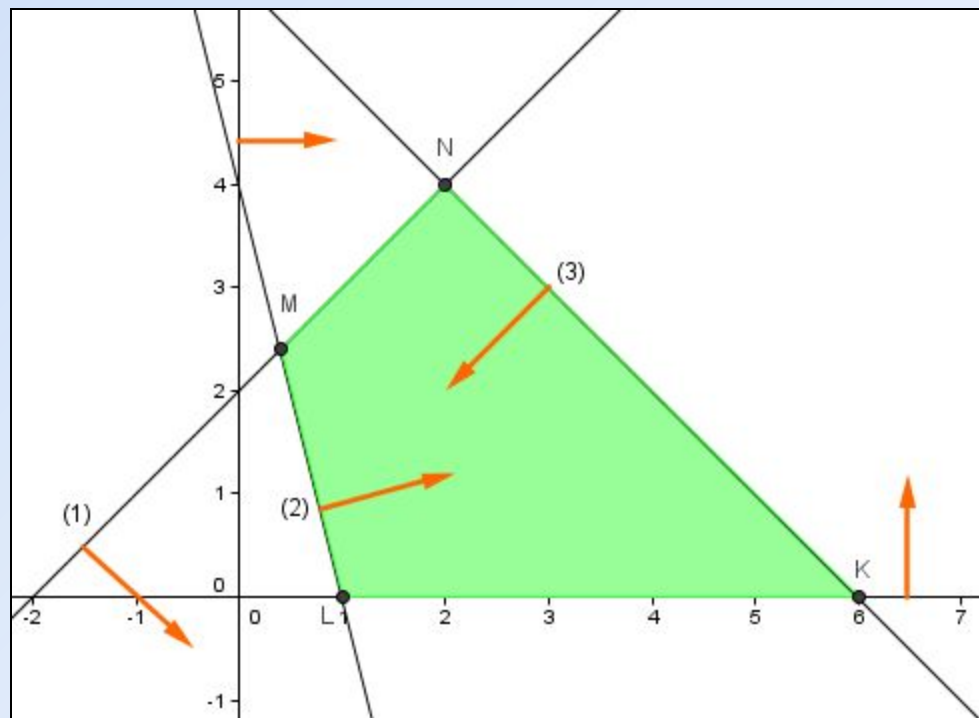


Построить область решений системы неравенств

4. Условие неотрицательности переменных задает первую координатную четверть

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Получаем область допустимых решений **KLMN**:



$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 2, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$



Литература

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.
Высшая математика в упражнениях и задачах.
Часть 1. - М.: Высшая школа, 1986. – С.271-274