Геометрический смысл линейного неравенства

Линейное неравенство

$a_1x_1+a_2x_2 \geq b$

на плоскости задает полуплоскость, границей которой является прямая

$a_1x_1+a_2x_2=b$

Построить полуплоскость

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

Построить полуплоскость $2x_1 + 3x_2 \geq 6$

1. Построим в системе координат прямую - границу полуплоскости (по двум точкам)

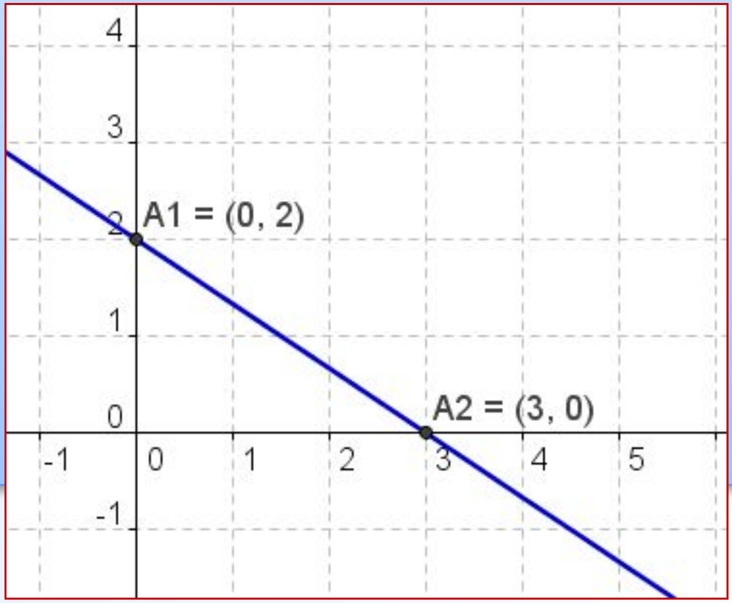
$$2x_1 + 3x_2 = 6$$

x_1	0	3
x_2	2	0

или запишем уравнение прямой в отрезках

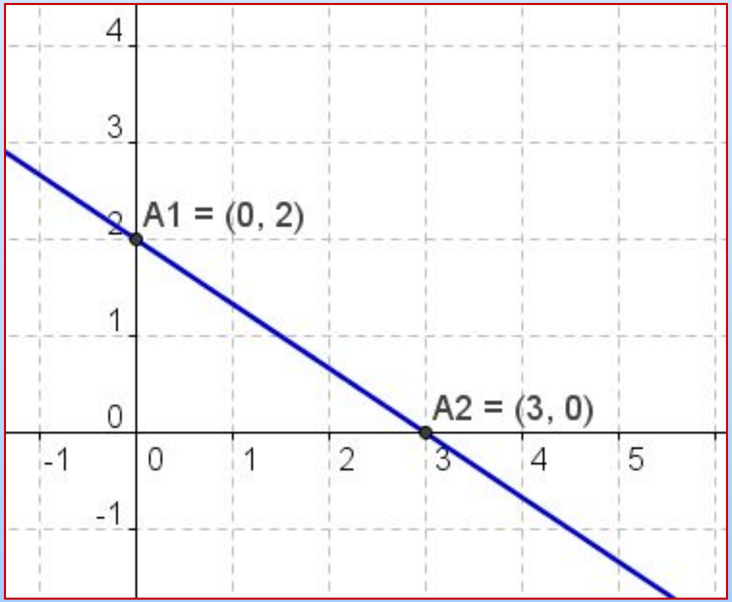
$$\frac{2x_1}{6} + \frac{3x_2}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{2} = 1$$



Построить полуплоскость $2x_1 + 3x_2 \geq 6$

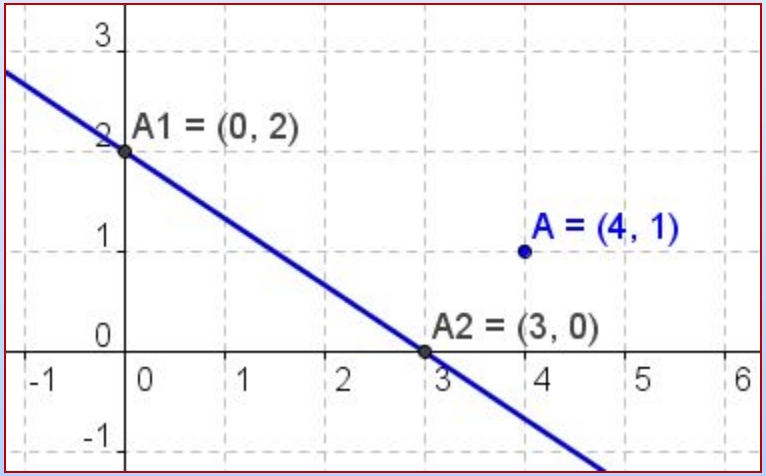
2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство: ниже и левее построенной прямой или выше и правее?



Построить полуплоскость $2x_1 + 3x_2 \geq 6$

2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство?

Выбираем произвольную точку, **<u>не лежащую</u>** на прямой, например А(4;1)



Подставляем ее координаты в неравенство:

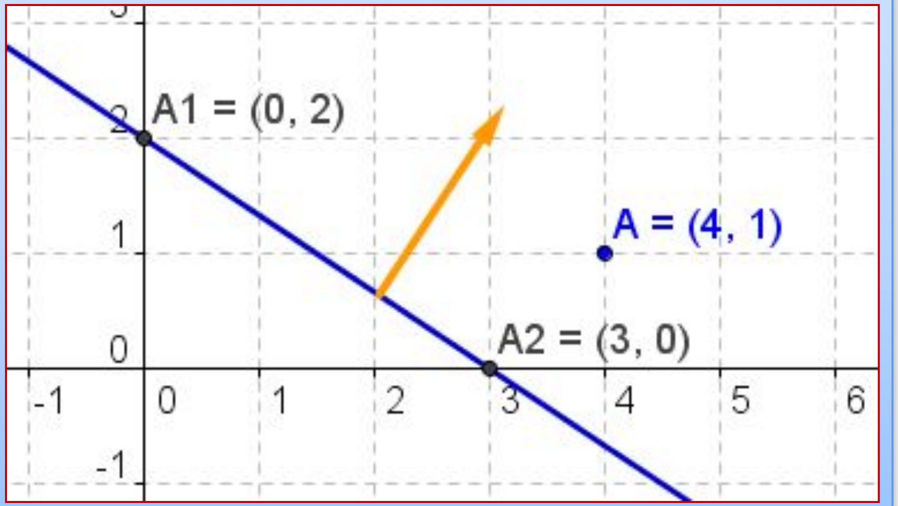
$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 \geq 6$$
$$11 \geq 6$$

Построить полуплоскость $2x_1 + 3x_2 \geq 6$

2. Определим, какую полуплоскость задает неравенство?

Поучили **верное** числовое неравенство, значит данное неравенство задает полуплоскость **содержащую** точку А(4;1), т.е. выше и правее прямой

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 \geq 6$$
$$11 \geq 6$$



Замечание

Для проверки проще всего использовать начало координат A(0;0)

(если прямая – граница полуплоскости не проходит через начало координат)

Для построения множества точек, удовлетворяющих **системе линейных неравенств** необходимо построить пересечение полуплоскостей, заданных всеми неравенствами

Построить область решений системы линейных неравенств:

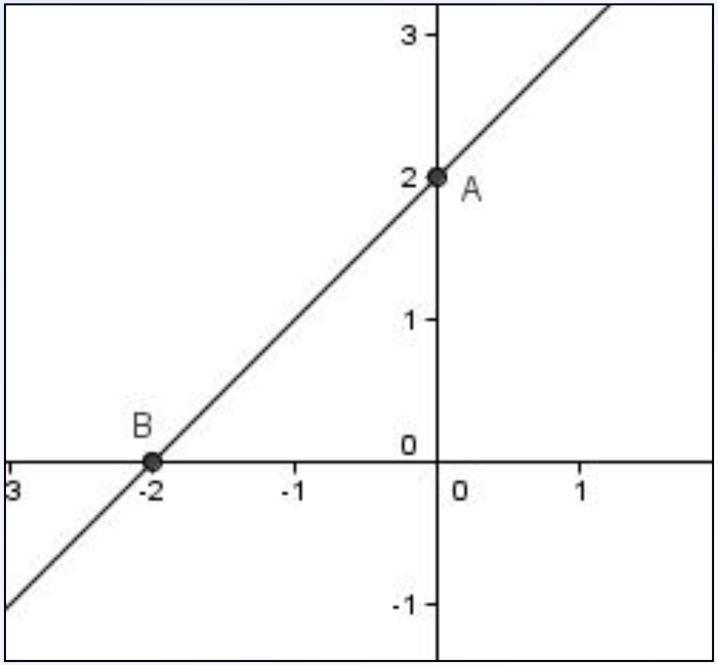
$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 2, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Построить область решений системы неравенств

1. Построим полуплоскость, заданную первым неравенством $x_2 - x_1 \leq 2$

   Граница полуплоскости: $x_2 - x_1 = 2$

x_1	0	-2
x_2	2	0



Построить область решений системы неравенств

1. Построим полуплоскость, заданную первым неравенством $x_2 - x_1 \le 2$

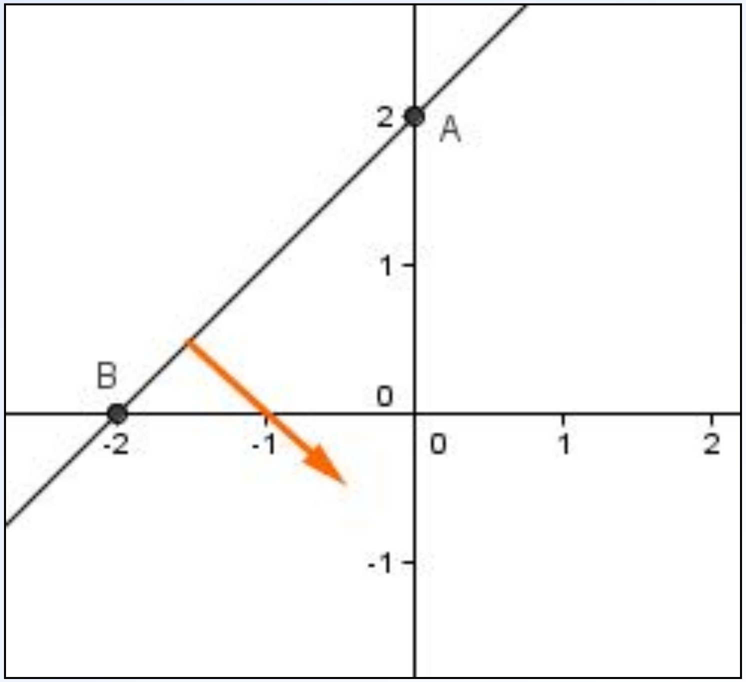
Определим полуплоскость

Подставим координаты точки А(0;0) в неравенство:

$0 – 0 \le 2$

$0 \le 2$ - **верно**

Значит полуплоскость **<u>содержит</u>** начало координат - точку А(0;0)



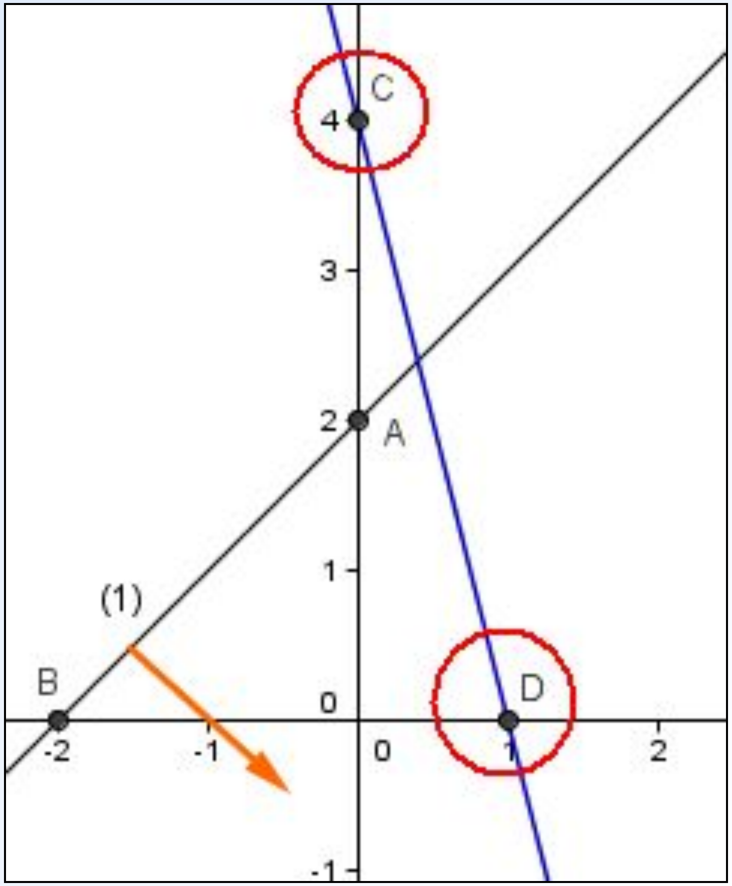
Построить область решений системы неравенств

2. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $4x_1+x_2 \geq 4$

Граница полуплоскости:

$4x_1+x_2=4$

x_1	0	1
x_2	4	0



Построить область решений системы неравенств

2. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $4x_1+x_2 \geq 4$

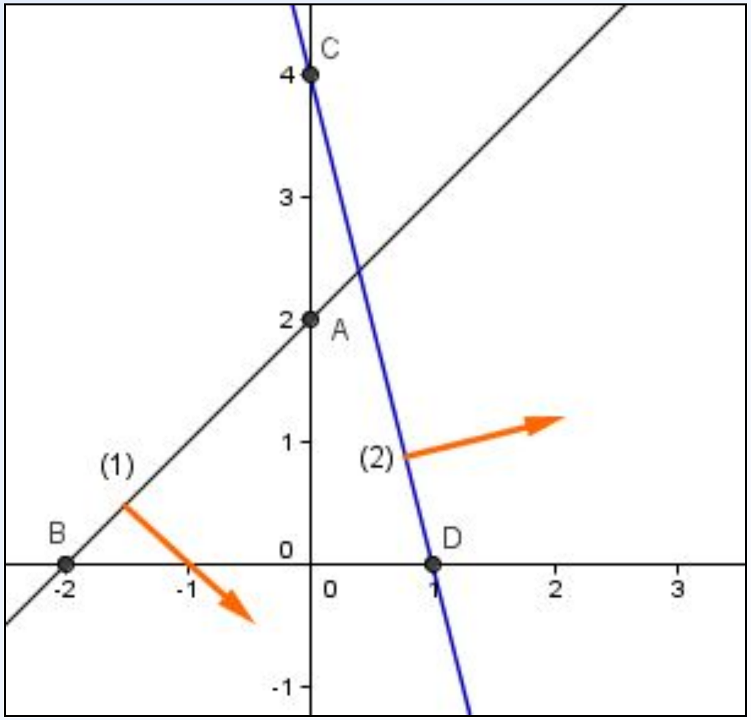
Определим полуплоскость

Подставим координаты точки A(0;0) в неравенство:

$0 + 0 \geq 4$

$0 \geq 4$ – **не верно**

Значит полуплоскость **не содержит** начало координат - точку A(0;0)



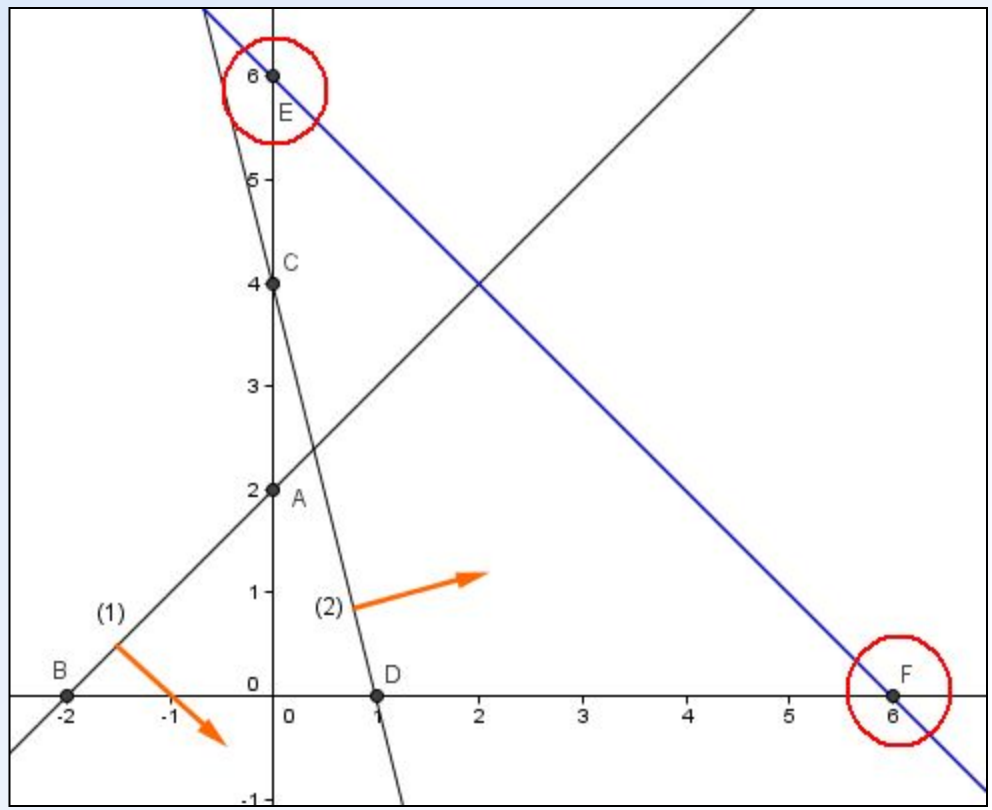
Построить область решений системы неравенств

3. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $x_1+x_2 \le 6$

Граница полуплоскости:

$x_1+x_2=6$

x_1	0	6
x_2	6	0



Построить область решений системы неравенств

3. Построим полуплоскость, заданную вторым неравенством $x_1+x_2 \le 6$

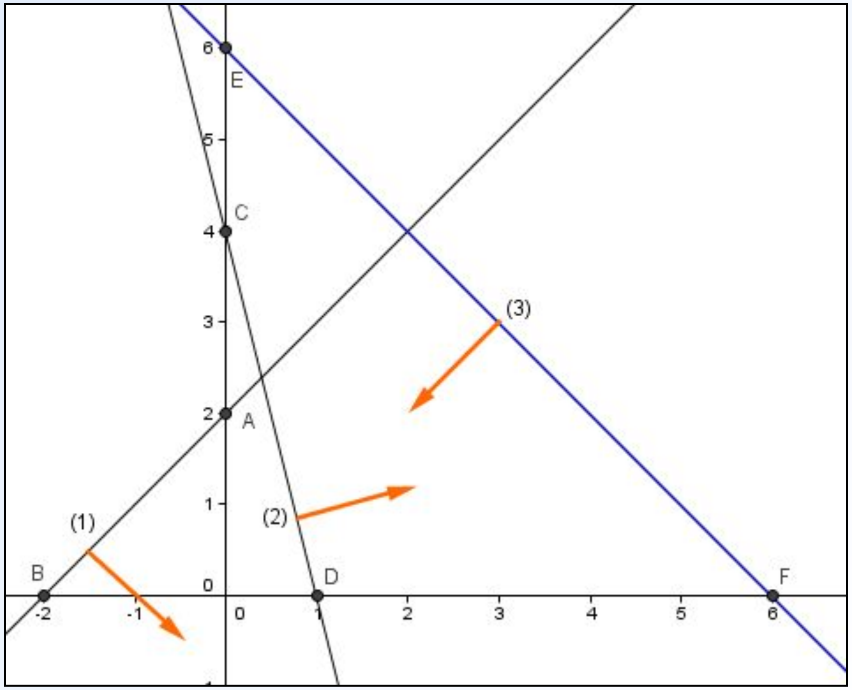
Определим полуплоскость

Подставим координаты точки А(0;0) в неравенство:

$0 + 0 \le 6$

$0 \le 6$ – **верно**

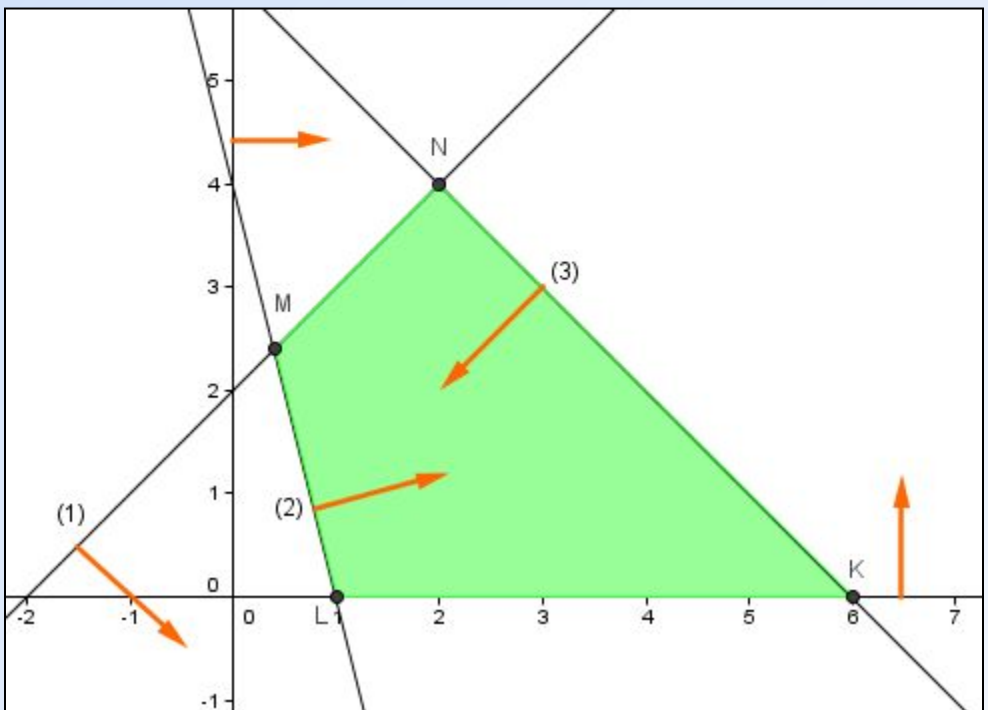
Значит полуплоскость **содержит** начало координат - точку А(0;0)



Построить область решений системы неравенств

4. Условие неотрицательности переменных задает первую координатную четверть $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

Получаем область допустимых решений KLMN:



$$\begin{cases} x_2 - x_1 \leq 2, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Литература

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. - М.: Высшая школа, 1986. – С.271-274