



# Евклидова геометрия и геометрия Лобачевского Сходства и отличия





# Евклидова геометрия



- **Евкли́д или Эвкли́д** (, ок. 300 г. до н. э.) — древнегреческий математик. Мировую известность приобрёл благодаря сочинению по основам математики «Начала» (элементы).



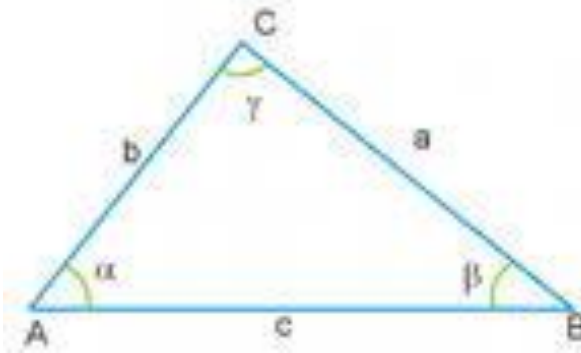
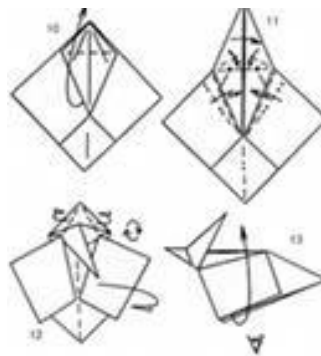
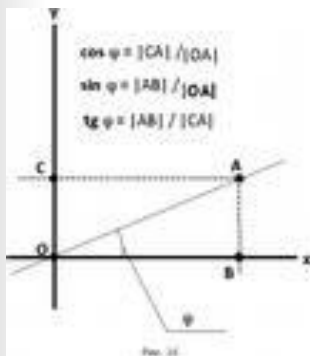


- Сохранились студенческие записи лекций Лобачевского (от 1817 года), где им делалась попытка доказать пятый постулат Евклида, но в рукописи учебника «Геометрия» (1823) он уже отказался от этой попытки. В «Обозрениях преподавания чистой математики» за 1822/23 и 1824/25 Лобачевский указал на «до сих пор непобедимую» трудность проблемы параллелизма и на необходимость принимать в геометрии в качестве исходных понятия, непосредственно приобретаемые из природы.
- 7 февраля 1826 года Лобачевский представил для напечатания в *Записках физико-математического отделения* сочинение: «*Сжатое изложение начал геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных*». Но издание не осуществилось. Рукопись и отзывы не сохранились, однако само сочинение было включено Лобачевским в его труд «*О началах геометрии*» (1829—1830), напечатанный в журнале «Казанский вестник». Это сочинение стало первой в мировой литературе серьёзной публикацией по неевклидовой геометрии, или геометрии Лобачевского.
- Лобачевский считает аксиому параллельности Евклида произвольным ограничением. С его точки зрения, это требование слишком жёсткое, ограничивающее возможности теории, описывающей свойства пространства. В качестве альтернативы предлагает другую аксиому: *на плоскости через точку, не лежащую на данной прямой, проходит более чем одна прямая, не пересекающая данную*. Разработанная Лобачевским новая геометрия не включает в себя евклидову геометрию, однако евклидова геометрия может быть из неё получена предельным переходом (при стремлении кривизны пространства к нулю). В самой геометрии Лобачевского кривизна отрицательна. Уже в первой публикации Лобачевский детально разработал тригонометрию неевклидова пространства, дифференциальную геометрию (включая вычисление длин, площадей и объёмов) и смежные аналитические вопросы.





- **Евклидова геометрия** — геометрическая теория, основанная на аксиомах, впервые изложенной в «Началах» Евклида (III век до н. э.). «Начала» состоят из 15 книг. В I книге изучаются свойства треугольников и параллелограммов; эту книгу венчает знаменитая теорема Пифагора для прямоугольных треугольников. Книга II, восходящая к пифагорейцам, посвящена так называемой «геометрической алгебре». В III и IV книгах излагается геометрия окружностей, а также вписанных и описанных многоугольников; при работе над этими книгами Евклид мог воспользоваться сочинениями Гиппократы Хиосского. В V книге вводится общая теория пропорций, построенная Евдоксом Книдским, а в VI книге она прилагается к теории подобных фигур. VII—IX книги посвящены теории чисел и восходят к пифагорейцам; автором VIII книги, возможно, был Архит Тарентский. Остальные книги связаны с алгеброй.
- Евклидову геометрию называют элементарной геометрией.

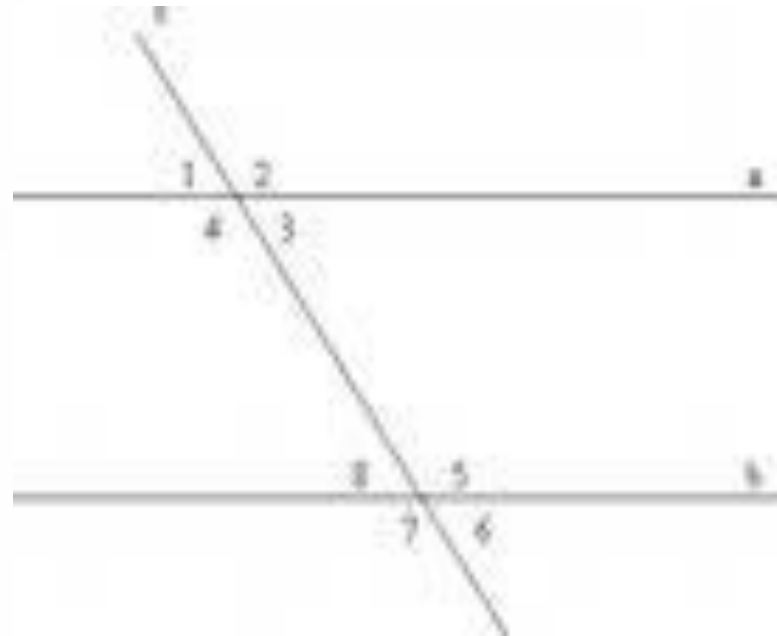
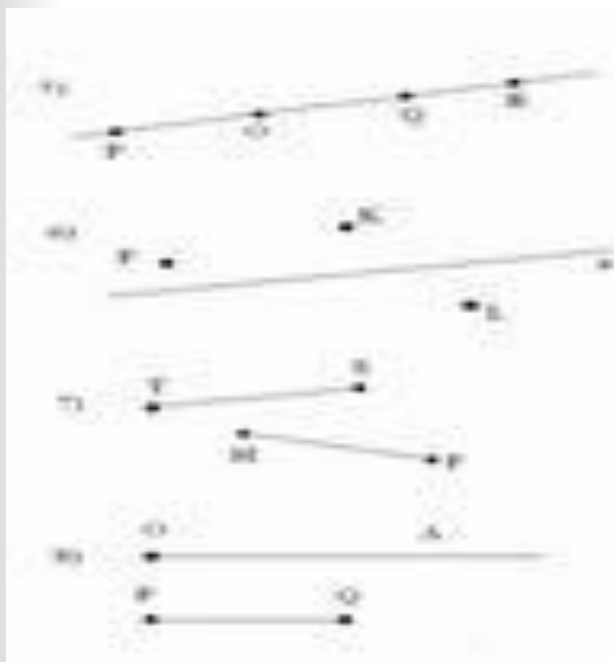




**Элементарная геометрия —**  
определяемая в основном  
группой перемещений  
(изометрий) и группой  
подобия. Её изучают в  
средней школе.



- Проблема полной аксиоматизации элементарной геометрии — одна из проблем геометрии, возникшая в Древней Греции в связи с критикой этой первой попытки построить полную систему аксиом так, чтобы все утверждения евклидовой геометрии следовали из этих аксиом чисто логическим выводом без наглядности чертежей.
- В «Началах» Евклида были даны следующие аксиомы:
- От всякой точки до всякой точки можно провести прямую.
- Ограниченную прямую можно непрерывно продолжать по прямой.
- Все прямые углы равны между собой.
- Если прямая, пересекающая две прямые, образует внутренние односторонние углы, меньшие двух прямых, то, продолженные неограниченно, эти две прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых.
- Исследование системы аксиом Евклида во второй половине XIX века показало её неполноту.



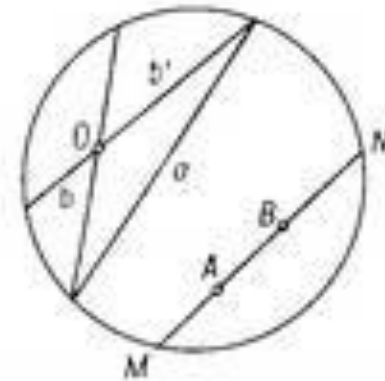
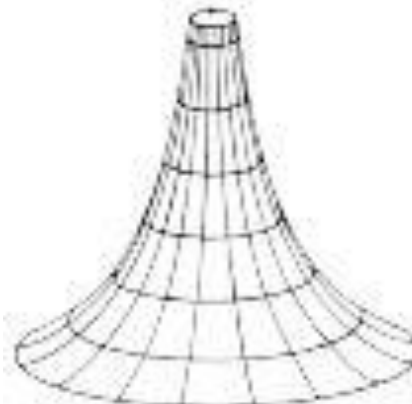
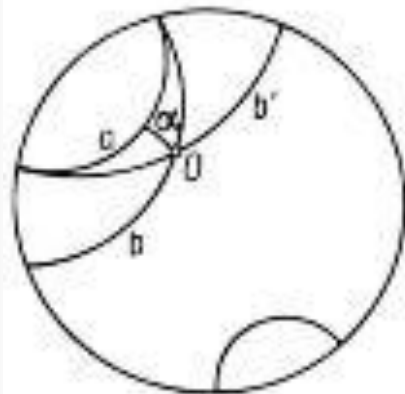


# Геометрия Лобачевского





- Геометрия Лобачевского (гиперболическая геометрия) — одна из неевклидовых геометрий, геометрическая теория, основанная на тех же основных посылаках, что и обычная евклидова геометрия, за исключением *аксиомы о параллельных*, которая заменяется на аксиому о параллельных Лобачевского.
- Евклидова аксиома о параллельных гласит:
- Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит не более одной прямой, лежащей с данной прямой в одной плоскости и не пересекающей её.
- В геометрии Лобачевского, вместо неё принимается следующая аксиома:
- Через точку, не лежащую на данной прямой, проходят по крайней мере две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не пересекающие её.
- Широко распространено заблуждение, что в геометрии Лобачевского параллельные прямые пересекаются. Геометрия Лобачевского имеет обширные применения как в математике, так и в физике. Историческое её значение состоит в том, что её построением Лобачевский показал возможность геометрии, отличной от евклидовой, что знаменовало новую эпоху в развитии геометрии, математики и науки вообще.



КОНЕЦ

