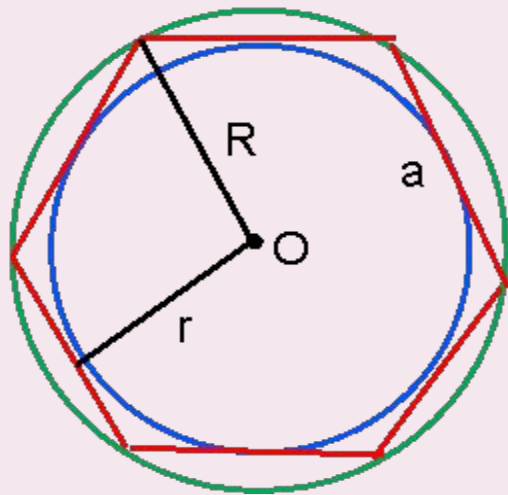


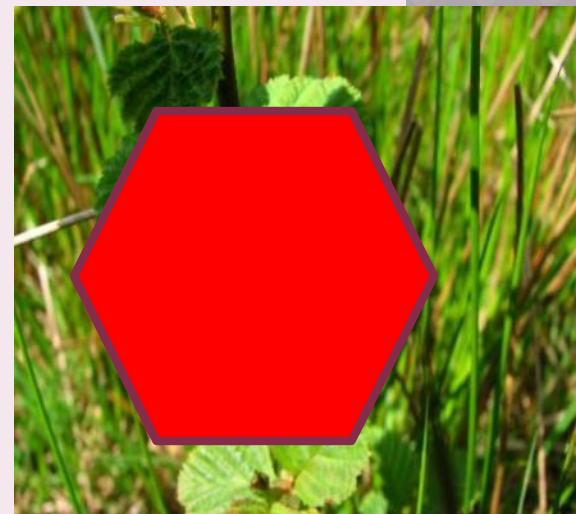
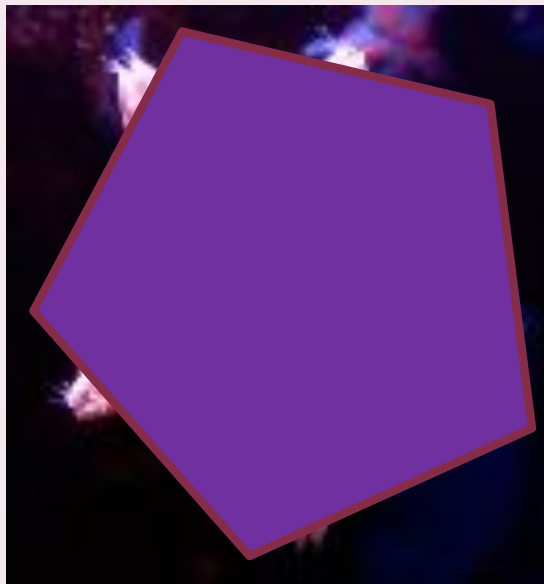
# ЭТИ УДИВИТЕЛЬНЫЕ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ



Автор:

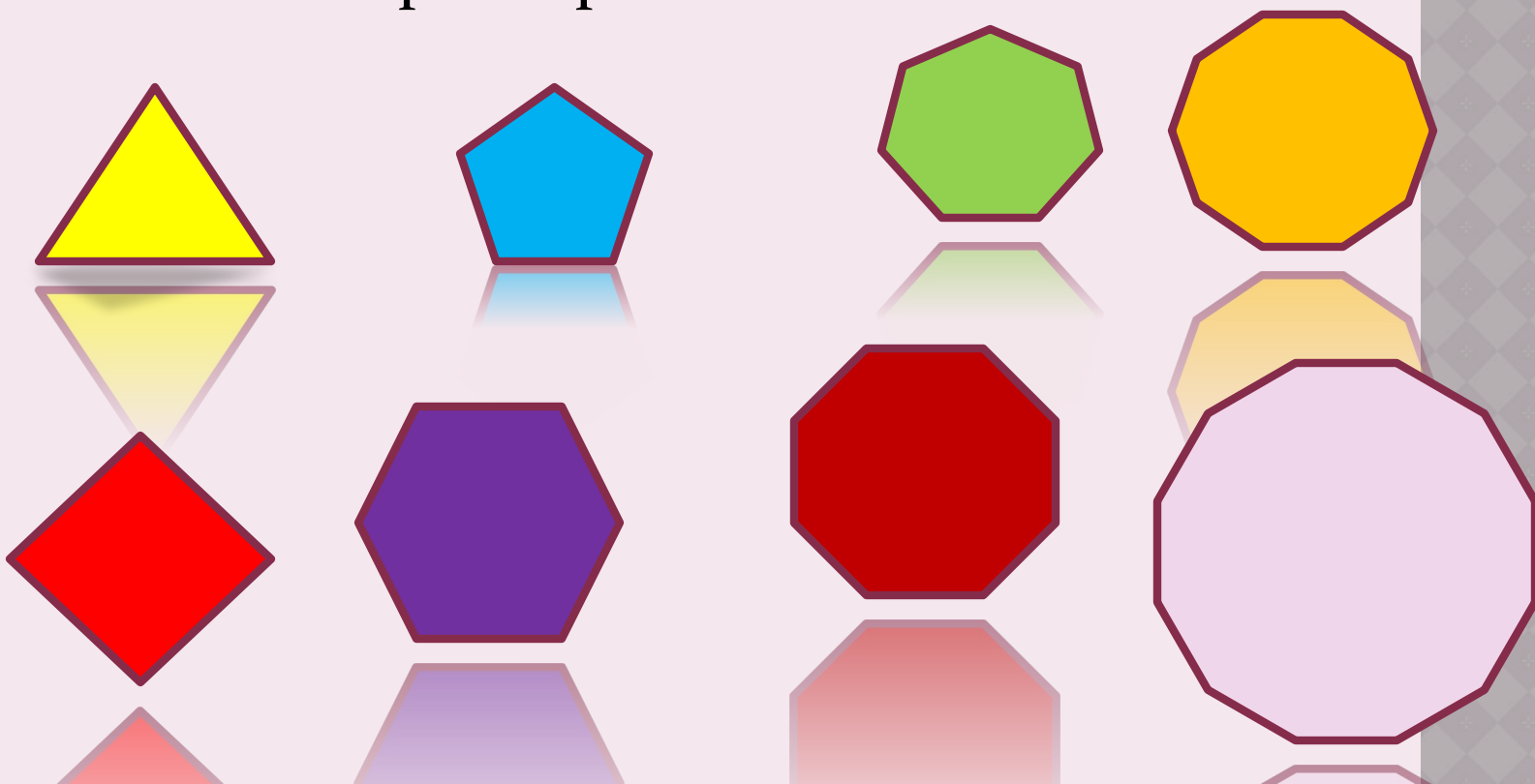
*Зорина Елена Борисовна,  
Учитель математики ГБОУ №246  
Санкт-Петербург*

# ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ-ОДНА ИЗ ЛЮБИМЫХ ФОРМ В ПРИРОДЕ



# ПОНЯТИЕ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

- Выпуклый многоугольник называется **правильным**, если у него все углы равны и все стороны равны



- Каково бы ни было число  $n$ , больше двух, существует правильный  $n$ -угольник.
- Возьмем какую-нибудь окружность с центром в точке  $O$  и разделим её на  $n$  равных дуг. Для этого проведем радиусы  $OA_1, OA_2, \dots, OA_n$  этой окружности так, чтобы угол  $A_1OA_2 = \text{угол } A_2OA_3 = \dots = \text{угол } A_{n-1}OA_n = \text{угол } A_nOA_1 = 360^\circ/n$  (на рисунке  $n=8$ ).
- Если теперь провести отрезки  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n, A_nA_1$ , то получим  $n$ -угольник  $A_1A_2\dots A_n$ . Треугольники  $A_1OA_2, A_2OA_3, \dots, A_nOA_1$  равны друг другу (**ДОКАЖИТЕ!**),
- поэтому  $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-1}A_n = A_nA_1$ . Отсюда следует, что  $A_1A_2\dots A_n$  - правильный  $n$ -угольник.

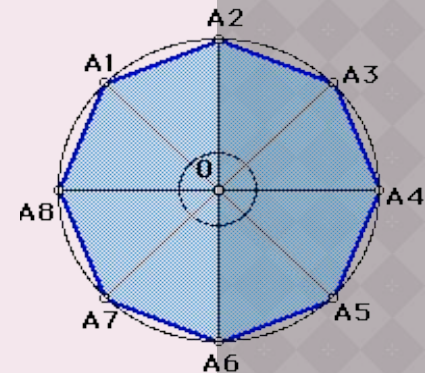
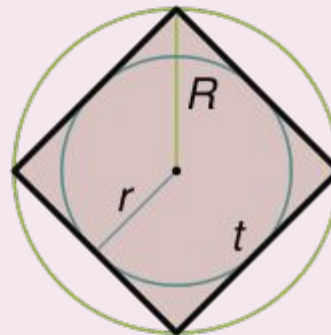
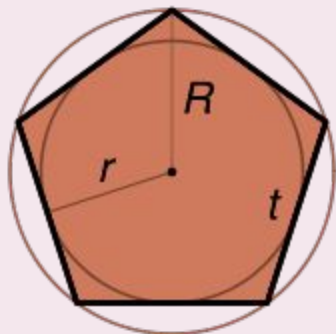
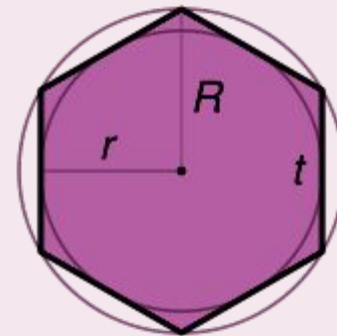
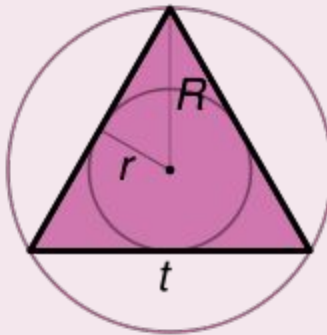
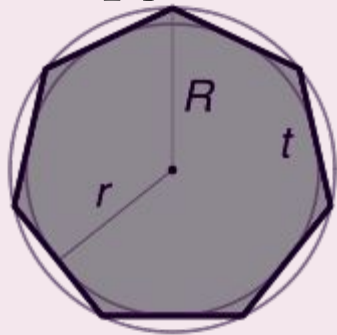


рис. 5

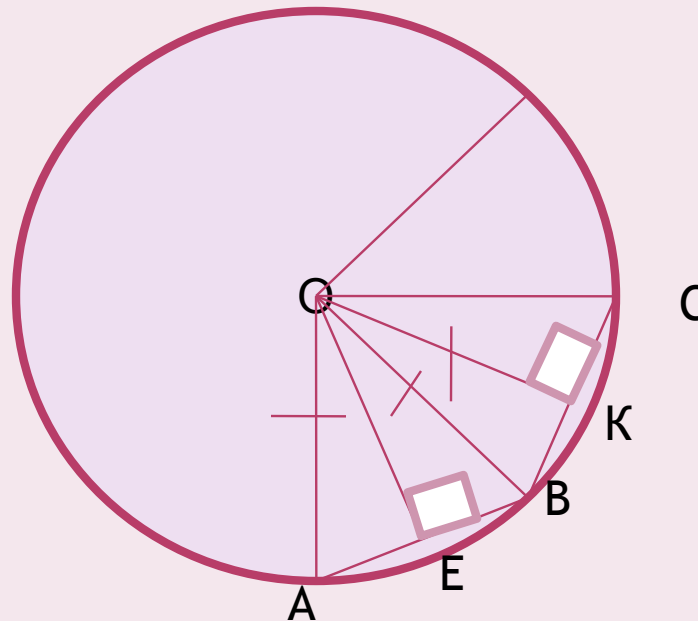
# ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

- Правильный многоугольник является **вписанным** в окружность и **описанным** около окружности, причем центры этих окружностей **совпадают**.



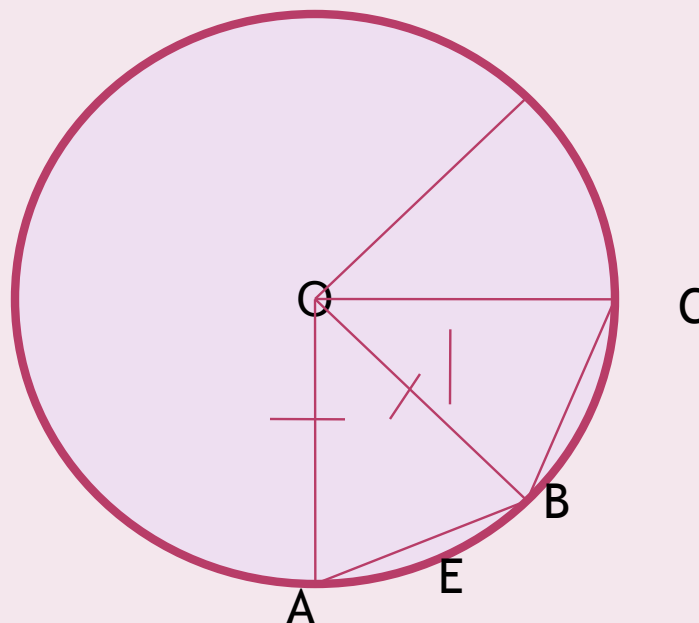
# О ЦЕНТРЕ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

- В каждом правильном многоугольнике есть точка, **равноудаленная** от всех его вершин и всех его сторон- **центр**.
- **ДОКАЖИТЕ!**



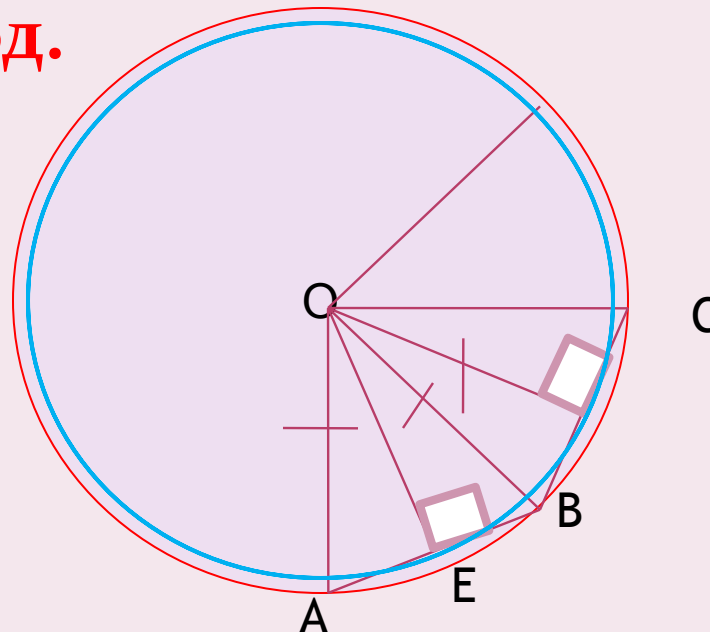
# ОКОЛО ЛЮБОГО ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ, ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ

- Пусть  $AO$ ,  $BO$ ,  $CO$  – биссектрисы углов правильного многоугольника
- Рассмотрите треугольники  $AOB$ ,  $BOC$ ,...
- **ДОКАЖИТЕ, что  $AO = BO = CO = \dots$  СДЕЛАЙТЕ ВЫВОД.**



**В ЛЮБОЙ ПРАВИЛЬНЫЙ  
МНОГОУГОЛЬНИК МОЖНО ВПИСАТЬ  
ОКРУЖНОСТЬ, ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ**

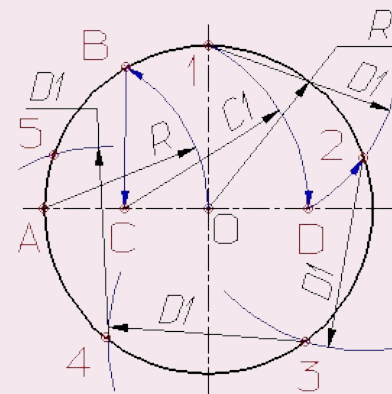
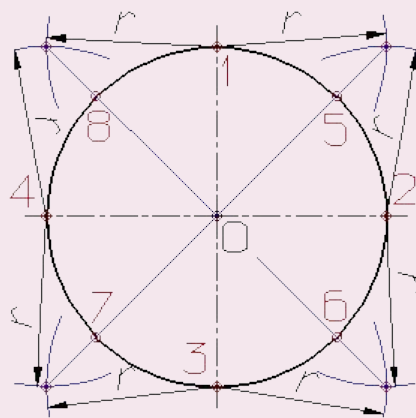
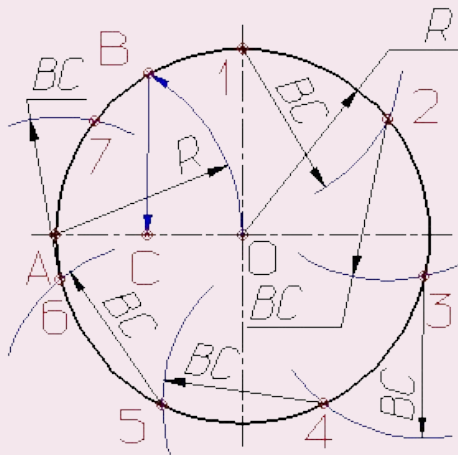
- Пусть  $ABC\dots$ -правильный многоугольник,  $O$ - центр описанной окружности.
- Высоты треугольников  $AOB$ ,  $BOC$ ,... равны между собой. **ДОКАЖИТЕ!**
- **Сделайте вывод.**





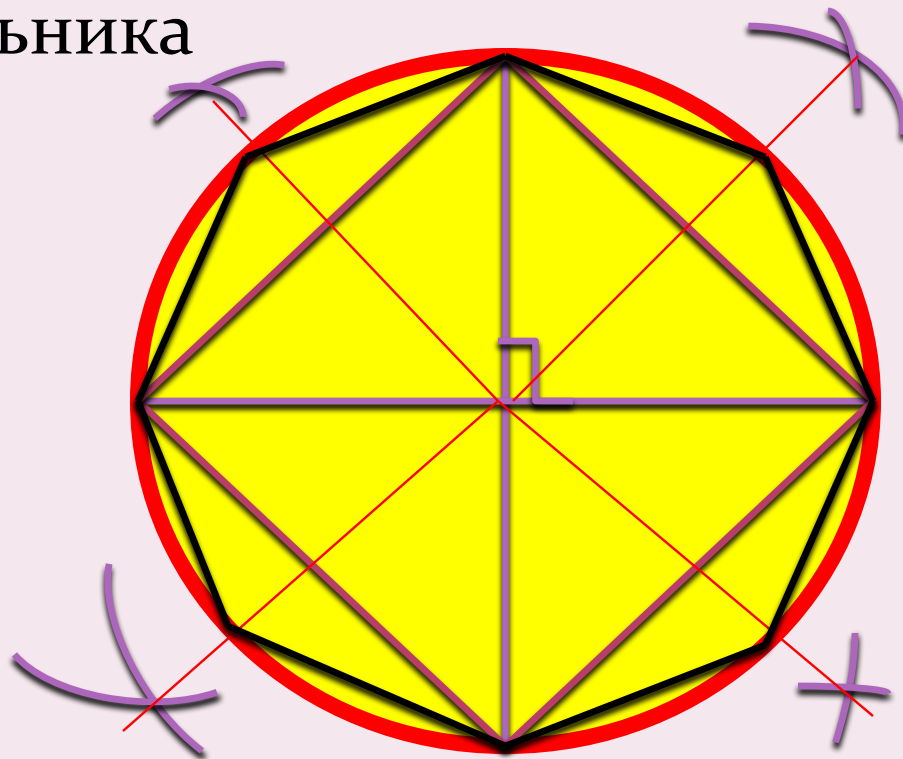
# ПОСТРОЕНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ- ЭТО ДЕЛЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ

Классическая геометрия признает только  
построения при помощи циркуля и линейки

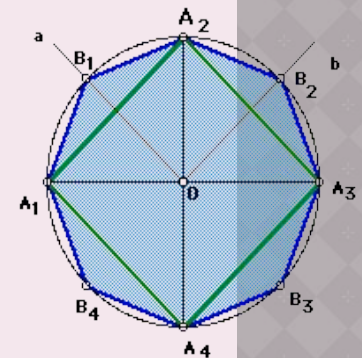


# ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ

- Простейшее построение правильного четырехугольника
- Построение правильного восьмиугольника

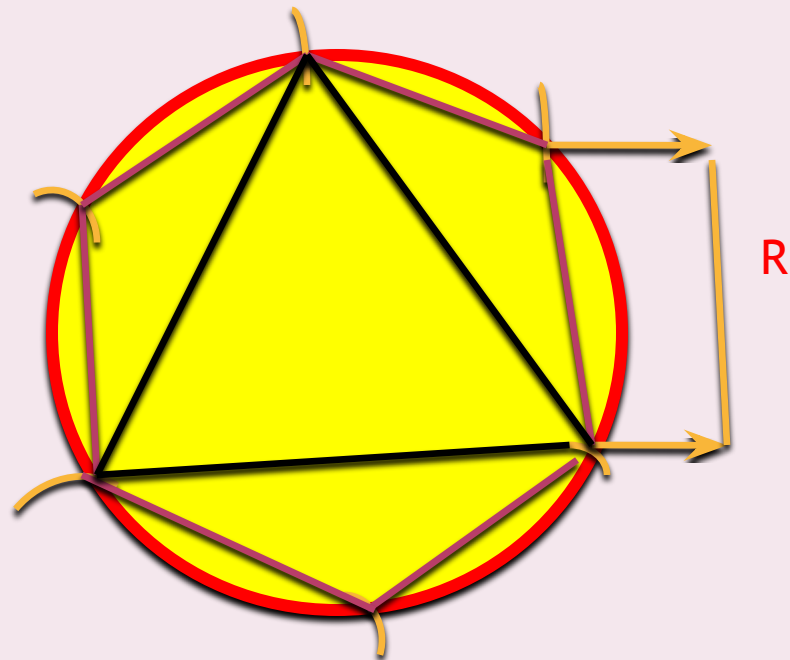


ЕСЛИ ПОСТРОЕН КАКОЙ-  
НИБУДЬ ПРАВИЛЬНЫЙ N-  
УГОЛЬНИК, ТО С ПОМОЩЬЮ  
ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ МОЖНО  
ПОСТРОИТЬ ПРАВИЛЬНЫЙ  $2N$ -  
УГОЛЬНИК,  $4N$ -УГОЛЬНИК И,  
ВООБЩЕ,  $(2^k * N)$ -УГОЛЬНИК,  
ГДЕ K - ЛЮБОЕ НАТУРАЛЬНОЕ  
ЧИСЛО.



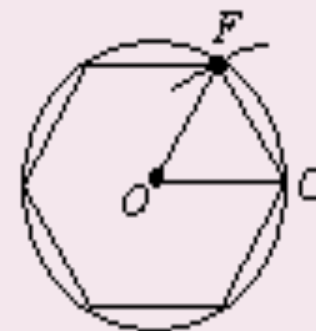
# ПОСТРОЕНИЕ ЦИРКУЛЕМ И ЛИНЕЙКОЙ $N/2$ -УГОЛЬНИКА

- Построение правильного шестиугольника
- Построение правильного треугольника



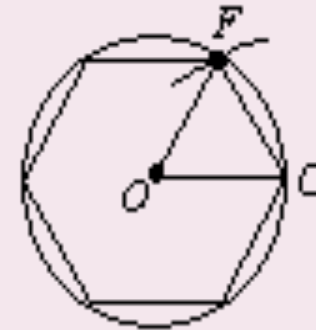
# ОБОСНУЙТЕ ШАГИ ПОСТРОЕНИЯ ПРАВИЛЬНОГО 6- УГОЛЬНИКА

Шаги	Обоснование
1. Из точки $O$ проводим любой радиус $OC$ .	
2. Из точки $C$ как из центра радиусом $OC$ опишем дугу, пересекающую окружность в точке $F$ .	
3. Проведем $OF$ и $CF$ .	
4. Треугольник $OCF$ равносторонний.	
5. Углы в треугольнике $OCF$ равны.	
6. Следовательно, угол $COF$ равен $\frac{1}{3}$ развернутого угла, или $\frac{1}{6}$ двух развернутых углов.	
7. Следовательно, дуга $CF$ составляет $\frac{1}{6}$ полной окружности.	
8. Следовательно, хорда $CF$ является стороной правильного шестиугольника.	



# ОБОСНОВАНИЕ ПОСТРОЕНИЯ ПРАВИЛЬНОГО 6-УГОЛЬНИКА

Шаги	Обоснование
1. Из точки $O$ проводим любой радиус $OC$ .	Две точки определяют прямую.
2. Из точки $C$ как из центра радиусом $OC$ опишем дугу, пересекающую окружность в точке $F$ .	Построение.
3. Проведем $OF$ и $CF$ .	Две точки определяют прямую.
4. Треугольник $OCF$ равносторонний.	По построению.
5. Углы в треугольнике $OCF$ равны.	По доказанной ранее теореме.
6. Следовательно, угол $COF$ равен $\frac{1}{3}$ развернутого угла, или $\frac{1}{6}$ двух развернутых углов.	Сумма углов треугольника равна развернутому углу.
7. Следовательно, дуга $CF$ составляет $\frac{1}{6}$ полной окружности.	Центральный угол измеряется стягивающей его дугой.
8. Следовательно, хорда $CF$ является стороной правильного шестиугольника.	В одной и той же окружности равные дуги имеют равные хорды.



**Правильные  
многоугольники –  
воплощение красоты и  
изящества. Они  
заслуживают  
пристального внимания  
и изучения.**

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

- 1) Учебник «Геометрия 8-9», автор Александров А.Д. и др., Москва «Просвещение», 1991 год.
- Учебник "Геометрия 7-9", автор Атанасян Л.С. и др., Москва "Просвещение", 2003 год.
- 2) Геометрия . Дополнительные главы к школьному учебнику 9 класса, авторы Атанасян Л.С. и др., Москва, "Просвещение", 1997 год.
- 3) Математика. Энциклопедия для детей, Москва, "Аванта +", 1998 год.
- [ru.wikipedia.org/wiki/](http://ru.wikipedia.org/wiki/)
- [schools.techno.ru/sch758/geometr/prav.htm](http://schools.techno.ru/sch758/geometr/prav.htm)
- [www.mccme.ru/free-books/prasolov/planim/gl6s6.htm](http://www.mccme.ru/free-books/prasolov/planim/gl6s6.htm)
- [www.exponenta.ru/educat/class/test/showitem/?item=120](http://www.exponenta.ru/educat/class/test/showitem/?item=120)
- [www.9151394.ru/projects/math/livegeom/03\\_2001/4/4.htm](http://www.9151394.ru/projects/math/livegeom/03_2001/4/4.htm)