



# ГИА 2013.

## Модуль «АЛГЕБРА»

### №7

**Автор презентации:**

**Гладунец Ирина Владимировна**

**учитель математики МБОУ гимназии  
№1 г.Лебедянь Липецкой области**

Преобразуйте в многочлен выражение  $(a+b)^2(a-b)^2$ .  
Найдите значение многочлена при  $a = \sqrt{5}$  и  $\sqrt{2}$ .

1 способ:

$$\begin{aligned}(a+b)^2(a-b)^2 &= (a^2+2ab+b^2)(a^2-2ab+b^2) = \\ &= \cancel{a^4} - \cancel{2a^3b} + \underline{a^2b^2} + \cancel{2a^3b} - \underline{4a^2b^2} + \cancel{2ab^3} + \underline{a^2b^2} - \cancel{2ab^3} + b^4 = \\ &= a^4 - 2a^2b^2 + b^4\end{aligned}$$

2 способ:

$$(a+b)^2(a-b)^2 = (a+b)(a-b) \cdot (a+b)(a-b) = (a^2-b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$(\sqrt{5})^4 - 2(\sqrt{5})^2(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^4 = 25 - 2 \cdot 5 \cdot 2 + 4 = 1$$



**Ответ: 1**

# Повторение (подсказка)



Квадрат суммы (разности) двух выражений равен квадрату первого выражения плюс (минус) удвоенное произведение первого и

Чтобы умножить многочлен на многочлен, надо умножить каждый член одного

Если у слагаемых одинаковая буквенная часть, то они подобны. При сложении таких слагаемых складывают

Произведение разности двух выражений на их сумму равно разности квадратов

Если квадратный корень возвести в квадрат, то получим подкоренное выражение.



Сократите дробь  $\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2}$ .

Найдите значение выражения при  $a = 3,05$  и  $b = -1\frac{1}{20}$

$$\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a + b)(a + b)} = \frac{a - b}{a + b}$$

$$b = -1\frac{1}{20} = -1,05$$

$$\frac{3,05 - (-1,05)}{3,05 + (-1,05)} = \frac{3,05 + 1,05}{3,05 - 1,05} = \frac{4,1}{2} = 2,05$$



**Ответ: 2,05**



# Повторение (подсказка)

---



**Чтобы сократить дробь, надо и числитель, и знаменатель разложить на множители.**



**Чтобы перевести обыкновенную дробь в десятичную, надо числитель разделить на знаменатель.**



Сократите дробь  $\frac{x^2 - 25^2}{x^2 - 3x - 10}$ .

▶  $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

▶  $x^2 - 3x - 10 = 0$  ▶

$$D = b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49 = 7^2$$

$$D > 0, \Rightarrow 2$$

корня:

$$x_1 = \frac{3 - 7}{2 \cdot 1} = -2; \quad x_2 = \frac{3 + 7}{2 \cdot 1} = 5$$

▶  $\frac{x^2 - 25^2}{x^2 - 3x - 10} = \frac{(x - 5)(x + 5)}{(x + 2)(x - 5)} = \frac{x + 5}{x + 2}$



**Ответ:**  $\frac{x + 5}{x + 2}$



# Повторение (подсказка)



Разность квадратов равна произведению разности этих выражений на их сумму.



Квадратный трехчлен можно разложить на множители по формуле  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$



Корни квадратного трехчлена можно найти по формулам:  
$$D = b^2 - 4ac; \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$



Чтобы сократить дробь, надо и числитель и знаменатель разделить на одно и то же выражение, не равное нулю.



Сократите дробь  $\frac{n^3 + 4n^2}{n^2 - 16}$  .

▶  $n^3 - 4n^2 = n^2(n - 4n)$

▶  $n^2 - 16 = (n - 4)(n + 4)$

$$\frac{n^3 + 4n^2}{n^2 - 16} = \frac{n^2(n + 4)}{(n - 4)(n + 4)} = \frac{n^2}{n - 4}$$



**Ответ:**  $\frac{n^2}{n - 4}$





# Повторение (подсказка)

---



**Если у слагаемых есть общий множитель,  
то при разложении многочлена на  
множители этот множитель можно вынести  
за скобку.**



**Разность квадратов можно разложить по  
формуле:**  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$



Выполните умножение:

$$\frac{a^3 + ba^2}{a - b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$1) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b + a}{ab}$$

$$2) \frac{a^3 + ba^2}{a - b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{b + a}{ab} = \frac{a^2 \cancel{(a + b)}}{a - b} \cdot \frac{\cancel{(a - b)} \cancel{(a + b)}}{\cancel{(a + b)}^2} \cdot \frac{b + a}{\cancel{ab}} =$$
$$= \frac{a(a + b)}{b} = \frac{a^2 + ab}{b}$$



Ответ:  $\frac{a^2 + ab}{b}$



# Повторение (подсказка)



Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, надо привести дроби к общему знаменателю и сложить числители.



Чтобы умножить дроби, надо отдельно умножить числители и знаменатели.



В процессе умножения дробей можно сокращать. Для этого надо числители и знаменатели дробей разложить на множители



Трехчлен  $a^2+2ab+b^2$  можно «свернуть» по формуле  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$




Выполните деление:

$$\frac{(x+y)^2}{(x+y)^2 - (x-y)^2} : \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$$

1)  $(x+y)^2 - (x-y)^2 =$    ~~$x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2$~~   $= 4xy$

2)  $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{x^2 - y^2}{xy}$

3)  $\frac{(x+y)^2}{4xy} : \frac{x^2 - y^2}{xy} =$    $\frac{(x+y)^2}{4xy} \cdot \frac{xy}{x^2 - y^2} = \frac{(x+y)^2}{4xy} \cdot \frac{xy}{(x-y)(x+y)} =$   
 $= \frac{x+y}{4(x-y)} = \frac{x+y}{4x-4y}$



**Ответ:**  $\frac{x+y}{4x-4y}$



# Повторение (подсказка)

---



**Сумма противоположных слагаемых равна нулю.**




**Чтобы разделить дробь на дробь, надо первую дробь умножить на обратную второй дроби.**




Упростите выражение:

$$1 - \frac{a^3 - b^3}{(a^2 - b^2)(a + b)}$$

1)  $(a^2 - b^2)(a + b) = a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$  

2)  $\frac{1}{1} - \frac{a^3 - b^3}{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3} = \frac{\cancel{a^3} + a^2b - ab^2 - \cancel{b^3}}{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3} = \frac{\cancel{a^3} + b^3}{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3} = \frac{a^2b - ab^2}{(a^2 - b^2)(a + b)} =$

$$= \frac{ab(\cancel{a-b})}{(\cancel{a-b})(a+b)(a+b)} = \frac{ab}{(a+b)^2}$$
 



**Ответ:**  $\frac{ab}{(a+b)^2}$



# Повторение (подсказка)

---



**Чтобы сложить с дробью натуральное число, надо это число представить в виде дроби со знаменателем 1 и сложить по правилу дробей.**



**Произведение двух одинаковых множителей можно записать в виде квадрата этого множителя.**



Выполните умножение:

$$\left(\frac{x^3+8}{x-2}\right) \cdot \left(\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x+4}\right) \quad \blacktriangleright$$

1)  $x^3+8=(x+2)(x^2-2x+4)$

2) 
$$\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x-2} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2-2x+4} = \frac{(x+2)\cancel{(x^2-2x+4)}}{\cancel{x-2}} \cdot \frac{(x-2)^{\cancel{2}}}{\cancel{x^2-2x+4}} =$$

$$= \frac{(x+2)(x-2)}{1} = \blacktriangleright = (x+2)(x-2) = x^2 - 4$$



**Ответ:**  $x^2 - 4$





# Повторение (подсказка)

---



**Сумму кубов двух выражений можно разложить по формуле  $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$**



**Дробь, знаменатель которой равен единице, является целым выражением.**



Выполните умножение:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{x^2}{y} - 3x - \frac{y^2}{x} + 3y\right) \cdot \frac{xy}{x^2 - y^2} \\
 1) \quad & \frac{x^2}{y} - 3x - \frac{y^2}{x} + 3y = \frac{x^2}{y} - \frac{3x}{1} - \frac{y^2}{x} + \frac{3y}{1} = \frac{x^3 - 3x^2y - y^3 + 3xy^2}{xy} \\
 & = \frac{(x^3 - y^3) - (3x^2y - 3xy^2)}{xy} = \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy(x - y)}{xy} \\
 & = \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2 - 3xy)}{xy} = \frac{(x - y)(x^2 - 2xy + y^2)}{xy} = \frac{(x - y)(x - y)^2}{xy} \\
 2) \quad & \frac{(x - y)(x - y)^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x^2 - y^2} = \frac{\cancel{(x - y)}(x - y)^2}{\cancel{xy}} \cdot \frac{\cancel{xy}}{\cancel{(x - y)}(x + y)} = \frac{(x - y)^2}{x + y}
 \end{aligned}$$



**Ответ:**  $\frac{(x - y)^2}{x + y}$



# Повторение (подсказка)

---



**Чтобы сложить дробь с одночленом, надо одночлен заменить дробью со знаменателем 1 и выполнить сложение дробей.**



**Чтобы разложить многочлен на множители (в случае, если формулы сокращенного умножения на подходят), можно применить способ группировки.**



**Далее надо каждую скобку разложить на множители своим способом.**



**Далее общий множитель в виде многочлена вынести за скобку.**



Найдите значение выражения при  $n = 2\sqrt{2}$  :

$$\frac{n^3 - \sqrt{2}n^2}{n^2 - 2}$$



$$1) \frac{n^3 - \sqrt{2}n^2}{n^2 - 2} = \frac{n^2(n - \sqrt{2})}{n^2 - 2} = \frac{n^2(n - \sqrt{2})}{n^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{n^2 \cancel{(n - \sqrt{2})}}{\cancel{(n - \sqrt{2})}(n + \sqrt{2})} = \frac{n^2}{n + \sqrt{2}}$$

$$2) \frac{(2\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{4 \cdot 2}{3\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot 2}{3\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4 \cdot \cancel{2} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot \cancel{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{3}$$



**Ответ:**  $\frac{4 \cdot \sqrt{2}}{3}$



# Повторение (подсказка)



Чтобы проще выполнить задание, надо выражение с переменными упростить.



Чтобы упростить запись дроби, ее надо сократить, а для этого надо числитель и знаменатель разложить на множители.



Чтобы вынести общий множитель за скобки, надо разделить каждое слагаемое на этот множитель.



Чтобы записать натуральное число в виде квадрата, надо его заключить под знак квадратного корня.



Чтобы «избавиться» от иррациональности в знаменателе, надо числитель и знаменатель умножить на иррациональный множитель.



Найдите значение выражения при  $u = 7 + \sqrt{5}$ ;  $v = 7 - \sqrt{5}$ .

$$\left(u + 2v + \frac{v^2}{u}\right) : \left(1 + \frac{v}{u}\right)$$



$$1) u + 2v + \frac{v^2}{u} = \frac{u^2 + 2uv + v^2}{u} = \frac{(u + v)^2}{u}$$

$$2) 1 + \frac{v}{u} = \frac{u + v}{u}$$

$$3) \frac{(u + v)^2}{u} : \frac{u + v}{u} = \frac{(u + v)^2}{\cancel{u}} \cdot \frac{\cancel{u}}{u + v} = u + v$$

$$4) (7 + \sqrt{5}) + (7 - \sqrt{5}) = 7 + \cancel{\sqrt{5}} + 7 - \cancel{\sqrt{5}} = 14$$



**Ответ: 14.**



# Повторение (подсказка)

---



**Сначала надо выполнить действия с рациональными дробями.**



Найдите значение выражения при

$$a = \sqrt{6}; \quad b = \sqrt{8}; \quad c = \sqrt{6}; \quad d = \sqrt{2}.$$

$$\frac{a^3b^3 - (cd)^3}{ab - cd}$$



$$1) \frac{a^3b^3 - (cd)^3}{ab - cd} = \frac{(ab)^3 - (cd)^3}{ab - cd} = \frac{(ab - cd)((ab)^2 + abcd + (cd)^2)}{ab - cd} =$$

$$= (ab)^2 + abcd + (cd)^2$$

$$2) (\sqrt{6}\sqrt{8})^2 + \sqrt{6}\sqrt{8}\sqrt{6}\sqrt{2} + (\sqrt{6}\sqrt{2})^2 =$$

$$= 6 \cdot 8 + \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 2} + 6 \cdot 2 = 48 + 6 \cdot 4 + 12 = 84$$



**Ответ: 84.**





# Повторение (подсказка)

---



Числитель дроби можно записать в виде разности кубов и разложить на множители по формуле  $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$



Если квадратный корень возвести в квадрат, то получится подкоренное число.



Произведение квадратных корней из неотрицательных множителей равно квадратному корню из произведения этих множителей..



# Использованные ресурсы



- [http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582\\_7.jpg](http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582_7.jpg)
- Автор шаблона Larisa Vladislavovna Larus  
<http://www.proshkolu.ru/user/vladislava22/>
- «ГИА-2013. Математика: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов» под редакцией А. Л. Семенова, И. В. Ященко. – М.: Изд. «Национальное образование», 2013.