

Готовимся к ОГЭ по
математике,
решение задания №24

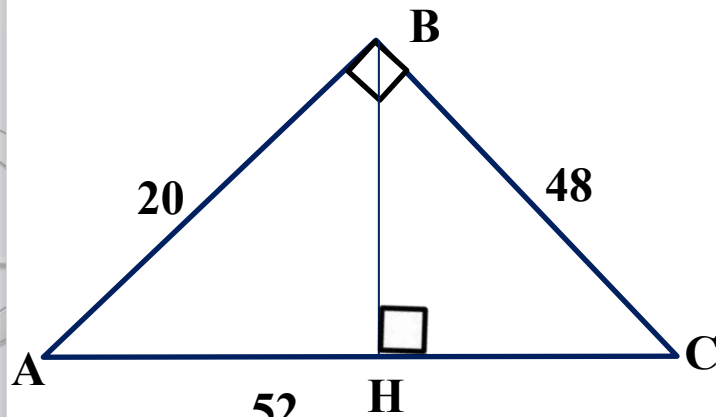


учитель математики
Слукина О.Н.
МБОУ «СОШ №8»
г. Новокузнецк

Задачи.

1. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 20 и 52. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.
2. Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK=14$, а сторона AC в 2 раза больше стороны BC .
3. Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.
4. Высота ромба AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH=20$ и $CH=5$. Найдите высоту ромба.
5. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN=13$, $AC=65$, $NC=28$.
6. Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH=10$, $AC=40$.
7. Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M . Найдите MC , если $AB=12$, $DC=48$, $AC=35$.
8. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 14, а одна из его диагоналей ромба равна 56. Найдите углы ромба.

Задача 1.



Дано: $\triangle ABC$ -прямоугольный $AB=20$,
 $AC=52$.

Найти: BH -?

Решение: 52

Найдём катет BC по теореме Пифагора:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{52^2 - 20^2} = 48.$$

С одной стороны, площадь треугольника равна половине произведения катетов, а с другой стороны, она равна половине произведения гипотенузы на высоту, проведённую к ней.

$$\text{Значит } \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} AC \cdot BH$$

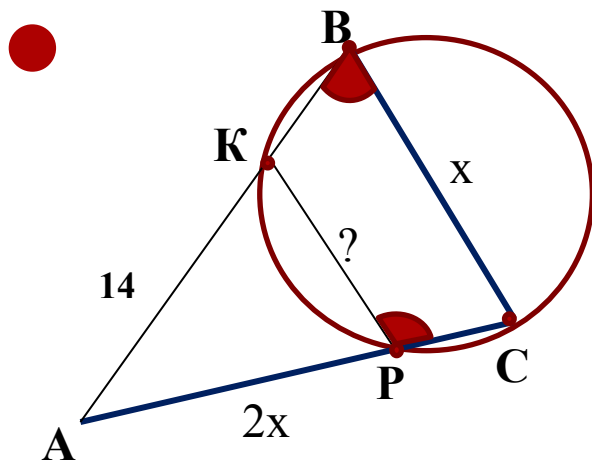
$$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 48 = \frac{1}{2} \cdot 52 \cdot BH$$

$$BH = \frac{20 \cdot 48}{52} = \frac{240}{13}$$

Ответ: $\frac{240}{13}$.



Задача 2.



Дано: $AK=14$, $AC=2BC$.

Найти: KP .

Решение:

Воспользуемся теоремой: если четырехугольник вписан в окружность, то сумма противоположных углов четырехугольника равна 180° .

$$\angle KPC + \angle KBC = 180^{\circ}$$

$\angle KBC = 180^{\circ} - \angle KPC$, $\angle APK$ и $\angle KPC$ - смежные углы $\Rightarrow \angle APK = 180^{\circ} - \angle KPC$,
значит $\angle KBC = \angle AKP \Rightarrow \triangle AKP \sim \triangle ABC$ по двум углам.

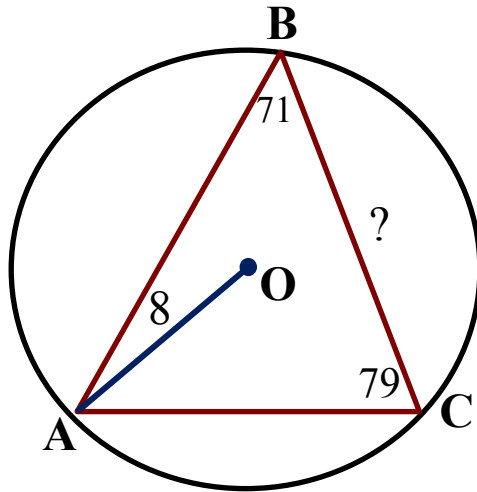
Обозначим $BC = x$, тогда $AC = 2x$, составим отношение сторон:

$$\frac{AK}{AC} = \frac{KP}{CB}$$
$$\frac{14}{2x} = \frac{KP}{x}$$
$$KP = \frac{14x}{2x} = 7$$

Ответ: 7.



Задача 3.



Дано: $\angle B = 71^\circ$, $\angle C = 79^\circ$,
радиус $OA=8$;

Найти: BC

Решение:

Найдём $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (71^\circ + 79^\circ) = 30^\circ$

Вспомним, что отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла

равно диаметру описанной окружности:

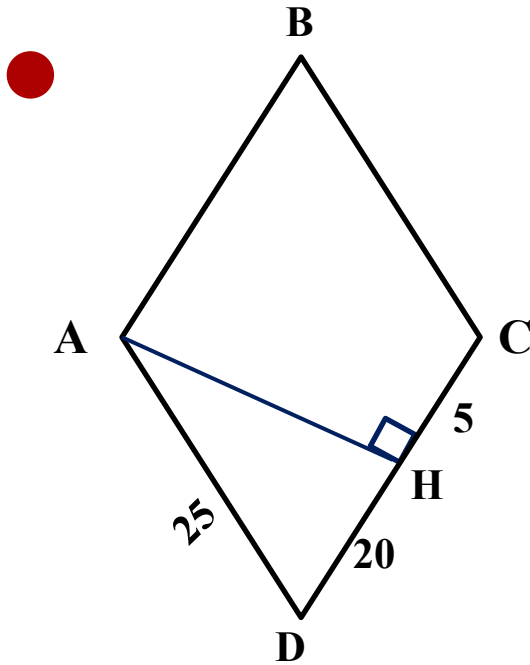
$$2R = \frac{BC}{\sin A}$$

$$BC = 2R \sin A = 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 8$$

Ответ: 8.



Задача 4.



Дано: ABCD-ромб, $DH=20$, $HC=5$

Найти: AH-высоту

Решение:

Найдём сторону ромба

$$DC=DH+HC=20+5=25,$$

у ромба все стороны равны, значит $AD=25$.

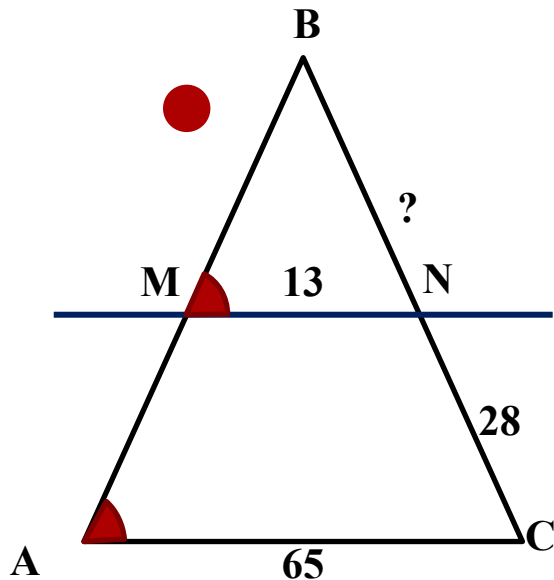
Из прямоугольного треугольника ADH по теореме Пифагора найдём высоту:

$$AH=\sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{25^2 - 20^2}=15.$$

Ответ: 15.



Задача 5.



Дано: $\triangle ABC$, $MN \parallel AC$, $MN=13$, $NC=28$,
 $AC=65$.

Найти: $BN=?$

Решение:

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle MBN$: $\angle B$ — общий, $\angle BAC = \angle BMN$ как соответственные углы при параллельных прямых MN и AC и секущей AB

↓

$\triangle ABC \sim \triangle MBN$ по двум углам

Обозначим $BN = x$, тогда $BC = x + 28$, составим отношение сторон

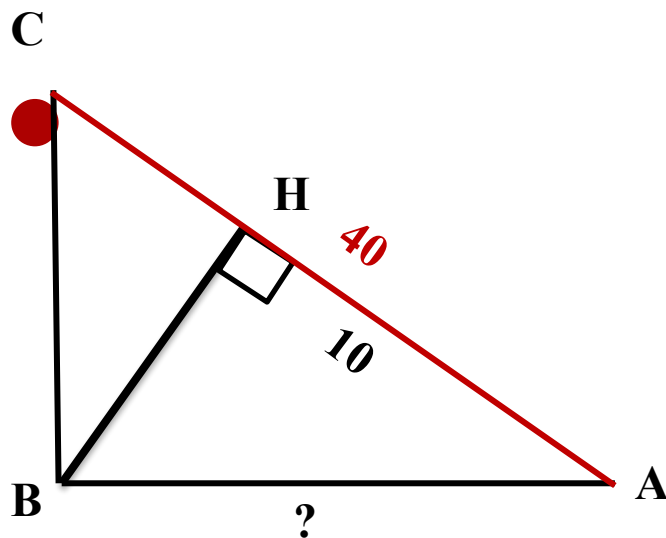
$$\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BN}$$
$$\frac{65}{13} = \frac{28+x}{x}$$

$x=7$, итак $BN=7$.

Ответ: 7.



Задача 6.



Дано: $\triangle ABC$ -прямоугольный,
высота BH , $AH=10$,
 $AC=40$

Найти: AB

Решение:

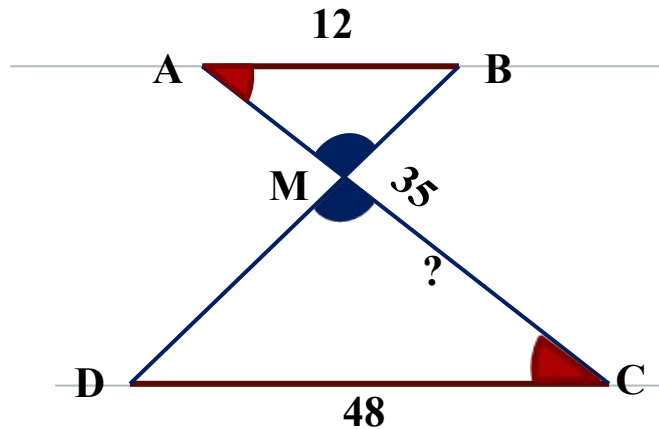
AH - есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы

$$BH = \sqrt{AC \cdot AH}$$

$$BH = \sqrt{10 \cdot 40} = 20$$



Задача 7.



Дано: $AB \parallel DC$, $AC \cap BD = M$,
 $AB=12$, $DC=48$, $AC=35$.

Найти: MC -?

Решение:

Рассмотрим $\triangle ABM$ и $\triangle DMC$: $\angle ABM = \angle DMC$ - вертикальные,
 $\angle BAC = \angle DCA$ как накрестлежащие углы при параллельных
прямых AB и DC и секущей AC

↓

$\triangle ABM \sim \triangle DMC$ по двум углам.

Обозначим $AM = x$, тогда $MC = 35 - x$, составим отношение сторон

$$\frac{DC}{AB} = \frac{CM}{AM}$$

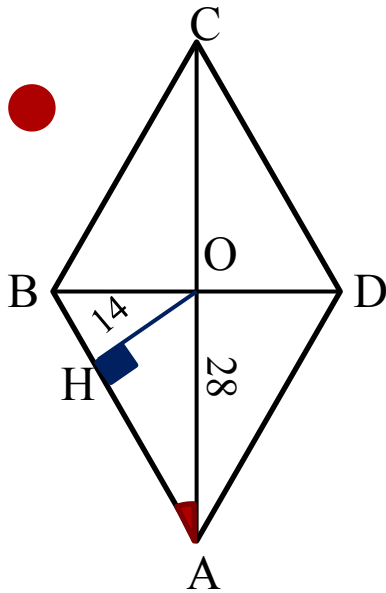
$$\frac{48}{12} = \frac{35-x}{x}$$

$$x=7, \text{ итак } MC=35-7=28$$

Ответ: 28.



Задача 8.



Дано: ABCD-ромб, $OH=14$, $AC=56$.

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$

Решение: В ромбе противоположные углы равны: $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$

Диагонали в ромбе пересекаются под прямым углом, точкой пересечения делятся пополам.
Значит $OA=AC:2=56:2=28$.

Из прямоугольного $\triangle AOH$ найдём $\angle HOA$:

$$\sin HOA = \frac{OH}{OA} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle HOA = 30^\circ$$

Диагонали ромба являются биссектрисами его углов, значит $\angle A = \angle C = 60^\circ$

Из прямоугольного $\triangle AOB$: $\angle ABO = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \angle B = \angle D = 120^\circ$

Ответ: $\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$.



Литература:

ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. — М., 2016. — 240 с. — (ОГЭ. ФИЛИ — школе).

