

Графический метод решения систем уравнений с двумя переменными

Авторы:

Сиверенко Елена Васильевна – учитель математики
Левоник Светлана Викторовна – учитель математики
и информатики



Цели:

- Обобщить графический способ решения систем уравнений;
- Сформировать умения графически решать системы уравнений второй степени, привлекая известные учащимся графики;
- Дать наглядные представления, что система двух уравнений с двумя переменными второй степени может иметь от одного до четырех решений, или не иметь решений.



Элементарные функции и их графики:

- Линейная функция: $y=kx+b$,
график – прямая.
- Прямая пропорциональность: $y=kx$,
график – прямая, проходящая через начало координат.
- Постоянная функция: $y=b$,
график – прямая, проходящая через точку с координатами $(0;b)$, параллельно оси абсцисс.
- Обратная пропорциональность: $y=k/x$,
график – гипербола.
- Квадратичная функция: $y=ax^2+bx+c$,
график – парабола.
- Функция вида: $y=x^3$,
график – кубическая парабола.
- Функция вида: $y=\sqrt{x}$,
график – «ветвь» параболы, расположенная в I четверти.

Уравнение с двумя переменными:

- Уравнение окружности: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$,
график – окружность с центром в точке $(x_0; y_0)$ и радиусом R .

Устная работа:

1. Выразите переменную y через переменную x и определите, что представляет собой график уравнения:

$$y + x = 0; \quad \implies \quad y = -x;$$

$$6x + 2y = 8; \quad \implies \quad y = -3x + 4;$$

$$5x - y = 2; \quad \implies \quad y = 5x - 2;$$

$$xy = 3; \quad \implies \quad y = \frac{3}{x};$$

$$x^2 - y + 4 = 0; \quad \implies \quad y = x^2 + 4;$$

$$x^2 + y^2 = 1; \quad \implies \quad y = \pm\sqrt{1 - x^2};$$

$$y - 4 = 0. \quad \implies \quad y = 4.$$

Устная работа:

2. Определите координаты центра и радиуса окружности:

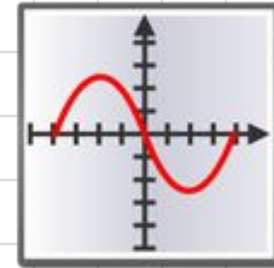
$$x^2 + y^2 = 16; \quad \Rightarrow \quad (0;0) \quad R = 4;$$

$$(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 3; \quad \Rightarrow \quad (-7;2) \quad R = \sqrt{3};$$

$$x^2 + 2x + y^2 = 0. \quad \Rightarrow \quad (-1;0) \quad R = 1.$$

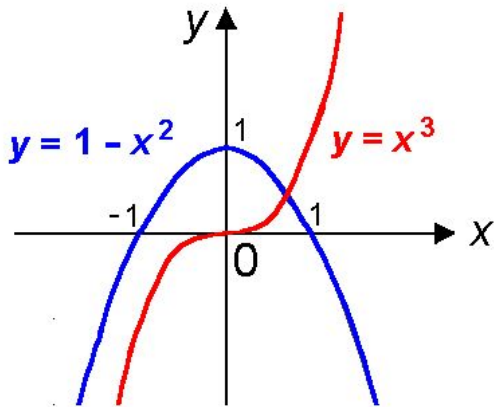
Графическое решение системы уравнений с двумя переменными сводится к отысканию координат общих точек графиков уравнений.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.



Этапы решения:

- Постройте графики каждого уравнения системы в координатной плоскости.
- Найдите координаты общих точек этих графиков.
- Запишите ответ.

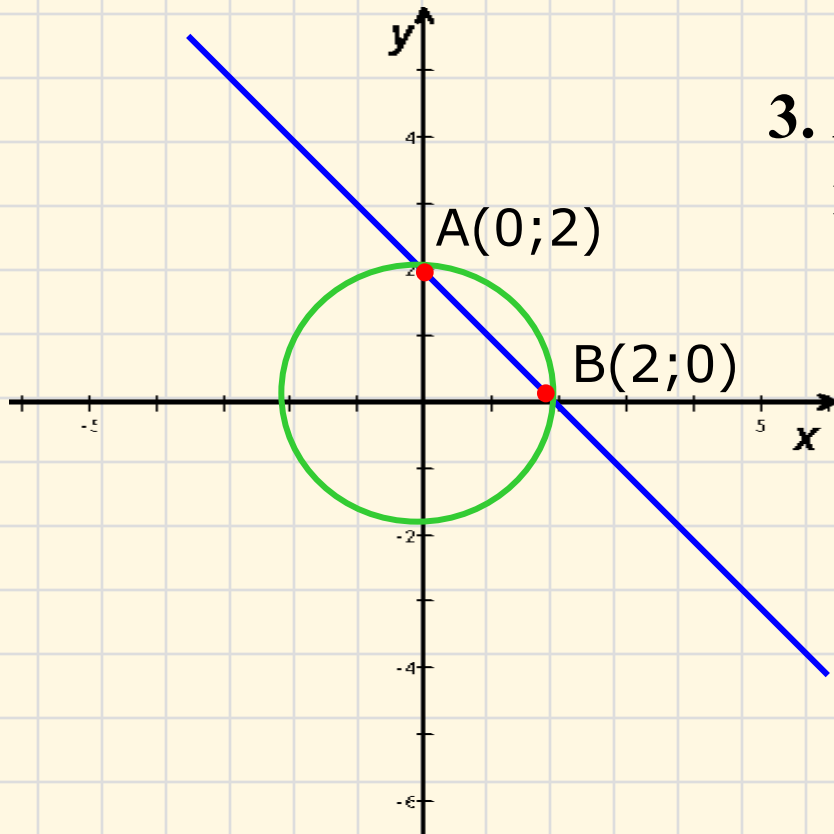


Замечание. Графический способ позволяет решить систему лишь приближенно, поэтому для получения точного ответа полученные решения следует проверить подстановкой в условие, или выбрать другой способ решения.

Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2; \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases} \Rightarrow$$

1. $x+y=2 \Leftrightarrow y=2-x$ - линейная функция, график – прямая;
2. $x^2+y^2=4$ – уравнение окружности, с центром в $(0;0)$ и $R=2$;
3. $A(0;2)$ и $B(2;0)$ – точки пересечения графиков.



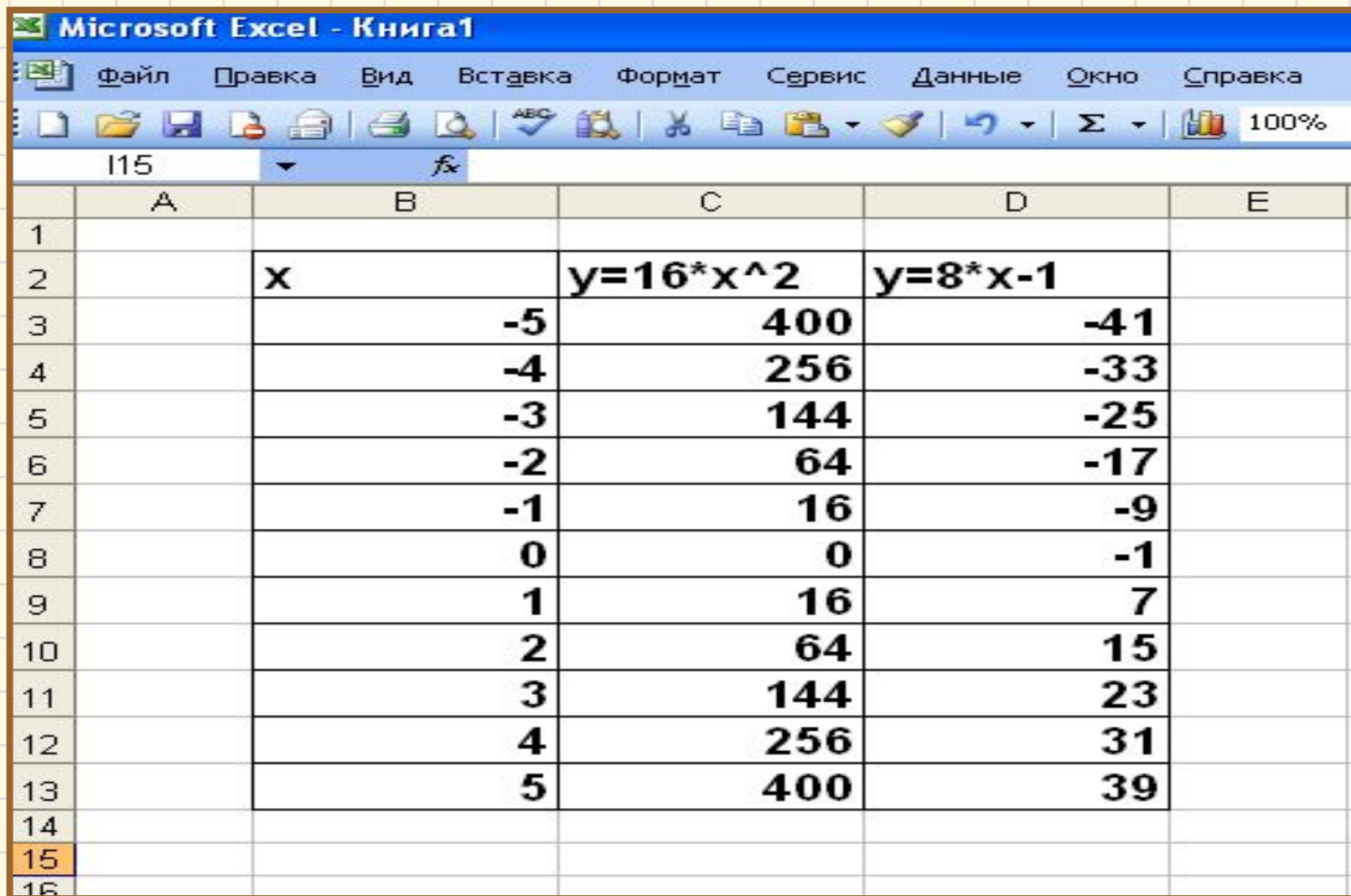
Ответ: $(0;2), (2;0)$.

Применение табличного процессора Excel для графического решения уравнений n-й степени.

Рассмотрим решение
следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} y - 16x^2 = 0 \\ y - 8x = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 16x^2 \\ y = 8x - 1 \end{cases}$$

Построим таблицу в табличном процессоре Excel, используя следующие формулы:

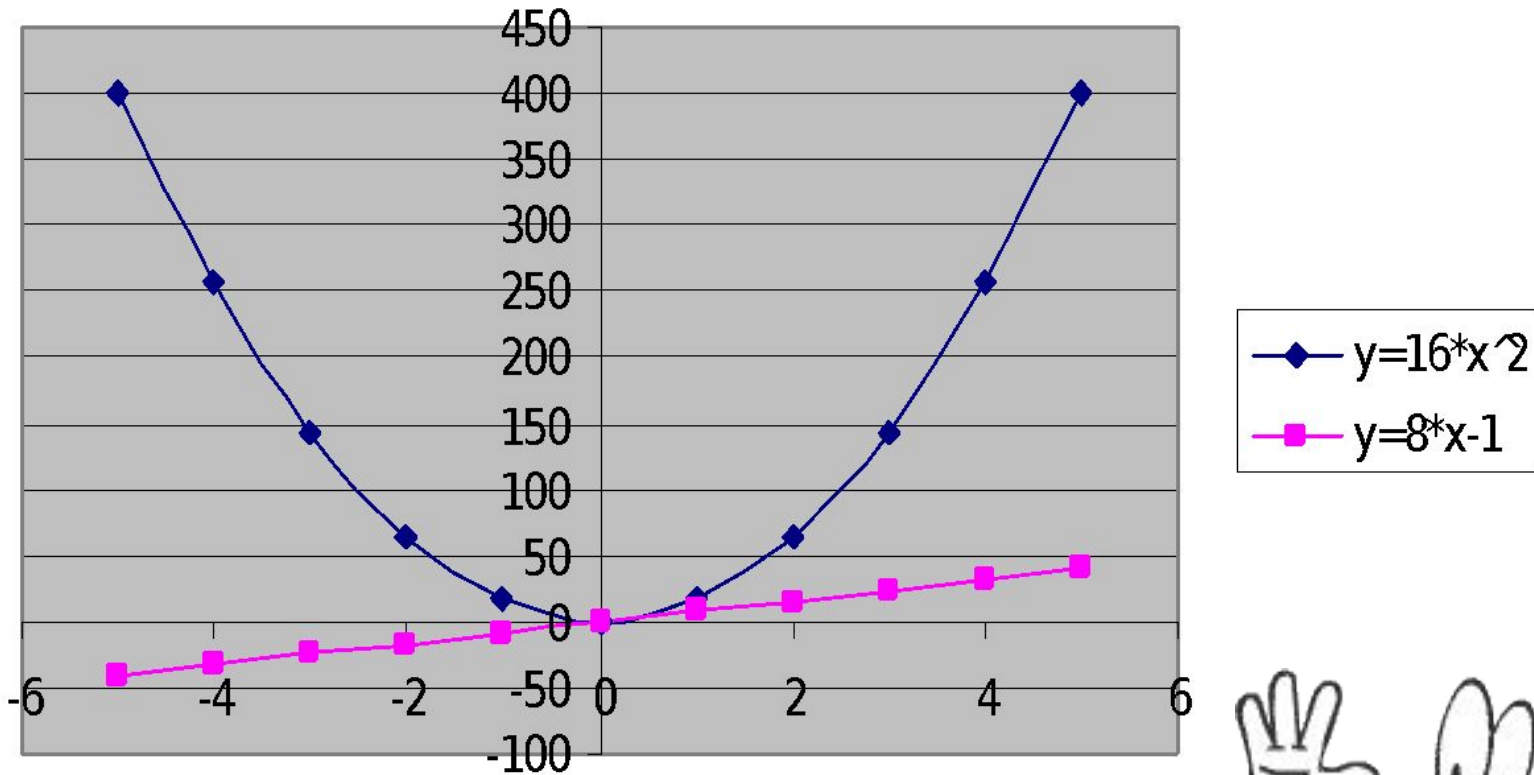


The image shows a screenshot of the Microsoft Excel application window. The title bar reads "Microsoft Excel - Книга1". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Вставка", "Формат", "Сервис", "Данные", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various icons for file operations and editing. The active cell is B15, containing the formula x . The table below shows the results of the formulas $y=16*x^2$ and $y=8*x-1$ for values of x ranging from -5 to 5.

	A	B	C	D	E
1					
2		x	$y=16*x^2$	$y=8*x-1$	
3		-5	400	-41	
4		-4	256	-33	
5		-3	144	-25	
6		-2	64	-17	
7		-1	16	-9	
8		0	0	-1	
9		1	16	7	
10		2	64	15	
11		3	144	23	
12		4	256	31	
13		5	400	39	
14					
15					
16					

Диаграмма решений данной системы уравнений

Решение системы уравнений



Ответ: (0;0).

Решить системы уравнений в табличном процессоре Excel:

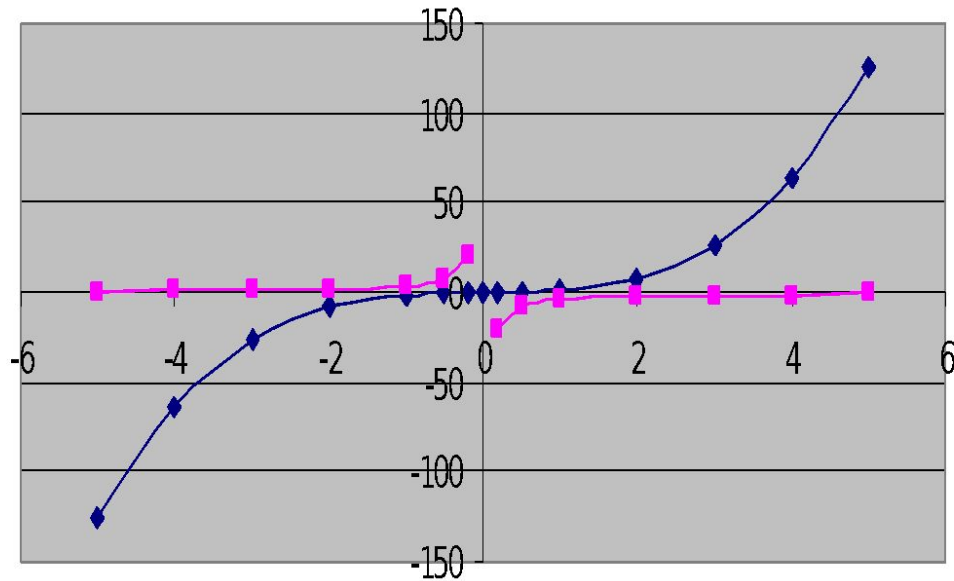
1.
$$\begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

Решение системы уравнений



—◆— $y = x^3$ —■— $y = 4/x$



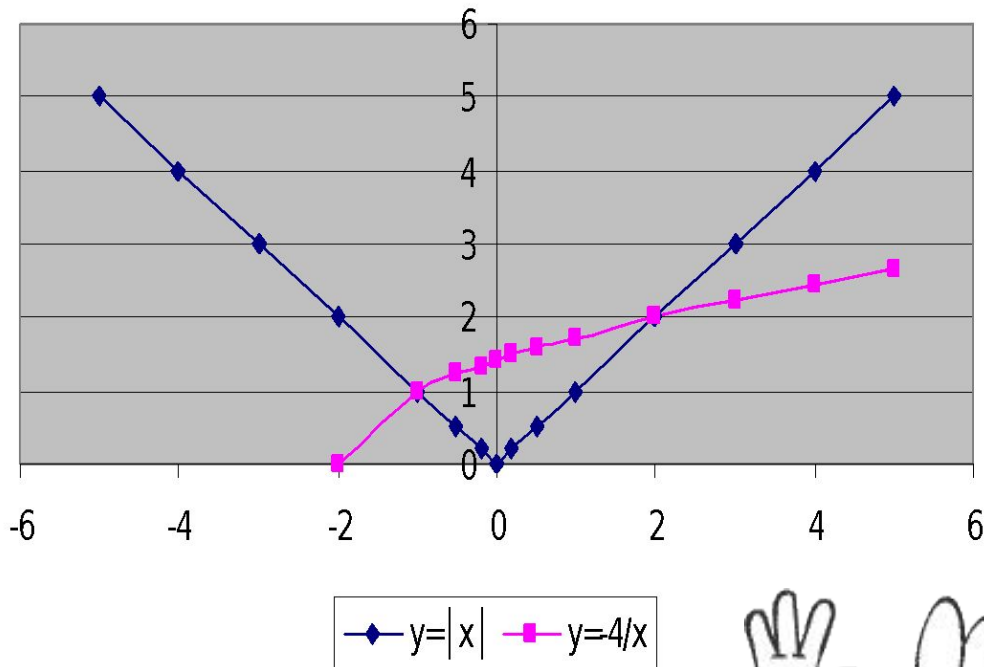
x	$y = x^3$	$y = -4/x$
-5	-125	0,8
-4	-64	1
-3	-27	1,3333333333
-2	-8	2
-1	-1	4
-0,5	-0,125	8
-0,2	-0,008	20
0	0	
0,2	0,008	-20
0,5	0,125	-8
1	1	-4
2	8	-2
		-1,3333333333
3	27	3
4	64	-1
5	125	-0,8

Ответ: решений нет.

2.

$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

Решение системы уравнений



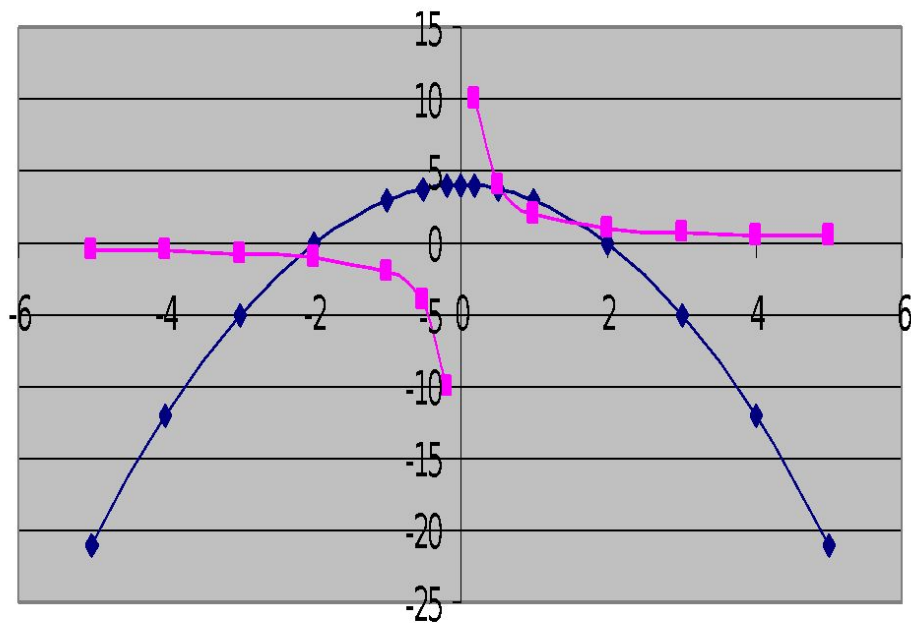
Ответ: (-1;1), (2;2).

x	y= x	y=-4/x
-5	5	
-4	4	
-3	3	
-2	2	0
-1	1	1
-0,5	0,5	1,224744871
-0,2	0,2	1,341640786
0	0	1,414213562
0,2	0,2	1,483239697
0,5	0,5	1,58113883
1	1	1,732050808
2	2	2
3	3	2,236067977
4	4	2,449489743
5	5	2,645751311

3.

$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Решение системы уравнений



◆ $y = -x^2 + 4$ ■ $y = 2/x$



x	$y = -x^2 + 4$	$y = 2/x$
-5	-21	-0,4
-4	-12	-0,5
-3	-5	-0,666666667
-2	0	-1
-1	3	-2
-0,5	3,75	-4
-0,2	3,96	-10
0	4	
0,2	3,96	10
0,5	3,75	4
1	3	2
2	0	1
3	-5	0,666666667
4	-12	0,5
5	-21	0,4

Ответ: $(-2, 2; -0, 9)$, $(0, 5; 3, 7)$, $(1, 8; 1, 1)$.

Домашнее задание:

**П. 12 учебника;
№238,
№241(а),
№242(а),
№243.**

До скорой
встречи на
следующем
уроке!

