

Графический метод решения систем уравнений с двумя переменными

Авторы:

Сиверенко Елена Васильевна – учитель математики
Левоник Светлана Викторовна – учитель математики
и информатики



Цели:

- Обобщить графический способ решения систем уравнений;
- Сформировать умения графически решать системы уравнений второй степени, привлекая известные учащимся графики;
- Дать наглядные представления, что система двух уравнений с двумя переменными второй степени может иметь от одного до четырех решений, или не иметь решений.



Элементарные функции и их графики:

- Линейная функция: $y=kx+b$,
график – прямая.
- Прямая пропорциональность: $y=kx$,
график – прямая, проходящая через начало координат.
- Постоянная функция: $y=b$,
график – прямая, проходящая через точку с координатами $(0;b)$, параллельно оси абсцисс.
- Обратная пропорциональность: $y=k/x$,
график – гипербола.
- Квадратичная функция: $y=ax^2+bx+c$,
график – парабола.
- Функция вида: $y=x^3$,
график – кубическая парабола.
- Функция вида: $y=\sqrt{x}$,
график – «ветвь» параболы, расположенная в I четверти.

Уравнение с двумя переменными:

- Уравнение окружности: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$,
график – окружность с центром в точке $(x_0; y_0)$ и радиусом R .

Устная работа:

1. Выразите переменную y через переменную x и определите, что представляет собой график уравнения:

$$y + x = 0; \quad \implies \quad y = -x;$$

$$6x + 2y = 8; \quad \implies \quad y = -3x + 4;$$

$$5x - y = 2; \quad \implies \quad y = 5x - 2;$$

$$xy = 3; \quad \implies \quad y = \frac{3}{x};$$

$$x^2 - y + 4 = 0; \quad \implies \quad y = x^2 + 4;$$

$$x^2 + y^2 = 1; \quad \implies \quad y = \pm\sqrt{1 - x^2};$$

$$y - 4 = 0. \quad \implies \quad y = 4.$$

Устная работа:

2. Определите координаты центра и радиуса окружности:

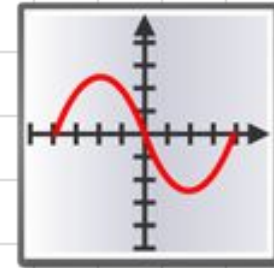
$$x^2 + y^2 = 16; \quad \Rightarrow \quad (0;0) \quad R = 4;$$

$$(x + 7)^2 + (y - 2)^2 = 3; \quad \Rightarrow \quad (-7;2) \quad R = \sqrt{3};$$

$$x^2 + 2x + y^2 = 0. \quad \Rightarrow \quad (-1;0) \quad R = 1.$$

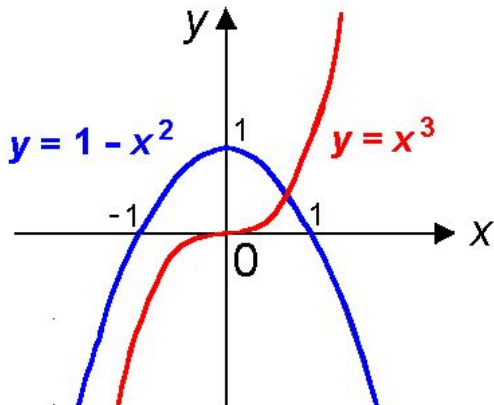
Графическое решение системы уравнений с двумя переменными сводится к отысканию координат общих точек графиков уравнений.

Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство.



Этапы решения:

- Постройте графики каждого уравнения системы в координатной плоскости.
- Найдите координаты общих точек этих графиков.
- Запишите ответ.

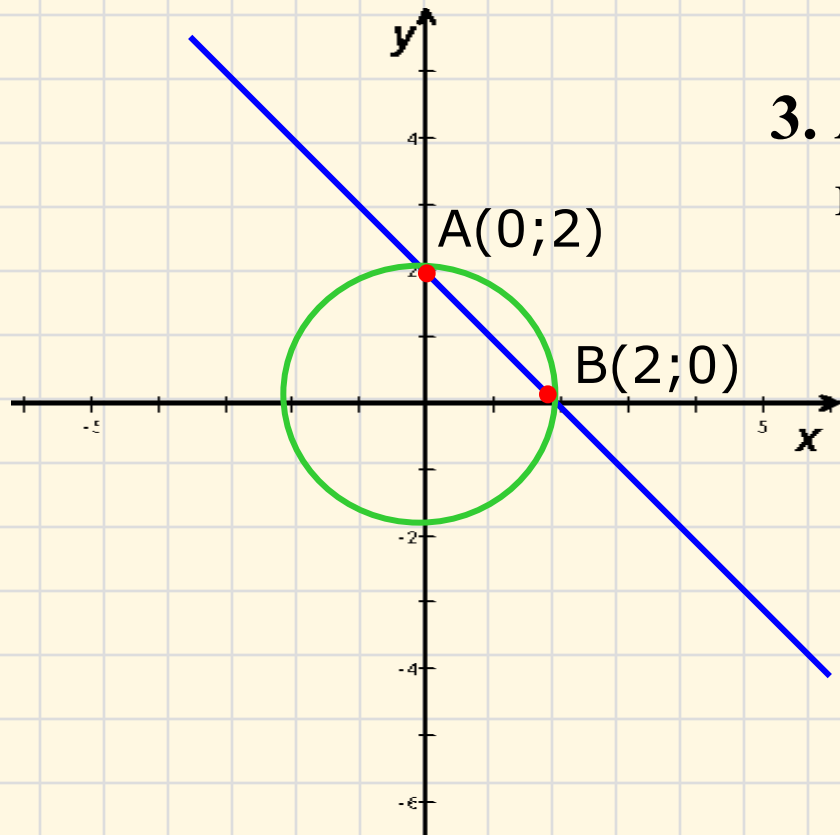


Замечание. Графический способ позволяет решить систему лишь приближенно, поэтому для получения точного ответа полученные решения следует проверить подстановкой в условие, или выбрать другой способ решения.

Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2; \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases} \Rightarrow$$

1. $x+y=2 \Leftrightarrow y=2-x$ - линейная функция, график – прямая;
2. $x^2+y^2=4$ – уравнение окружности, с центром в $(0;0)$ и $R=2$;
3. $A(0;2)$ и $B(2;0)$ – точки пересечения графиков.



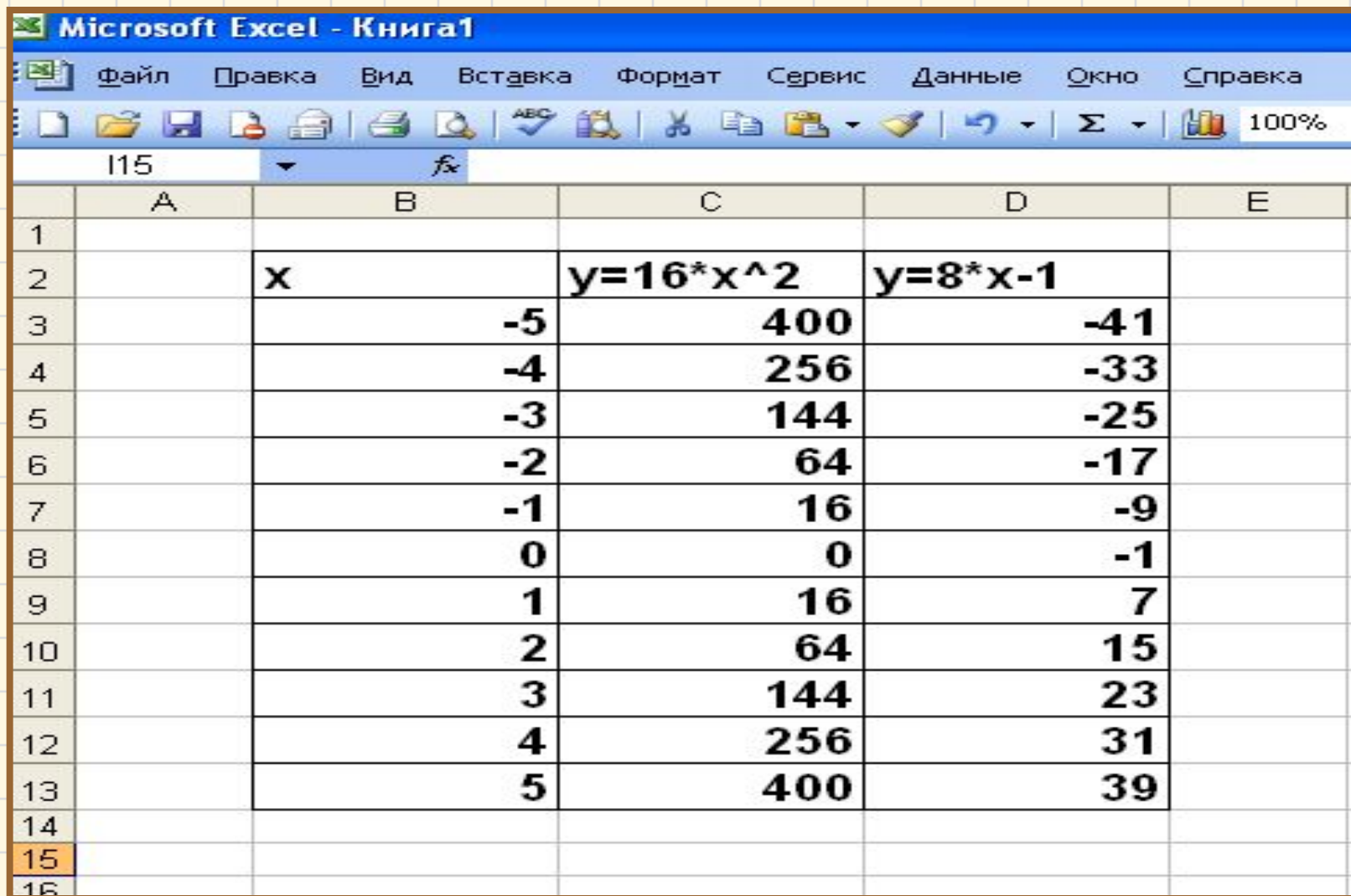
Ответ: $(0;2), (2;0)$.

Применение табличного процессора Excel для графического решения уравнений n-й степени.

Рассмотрим решение
следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} y - 16x^2 = 0 \\ y - 8x = -1 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 16x^2 \\ y = 8x - 1 \end{cases}$$

Построим таблицу в табличном процессоре Excel, используя следующие формулы:

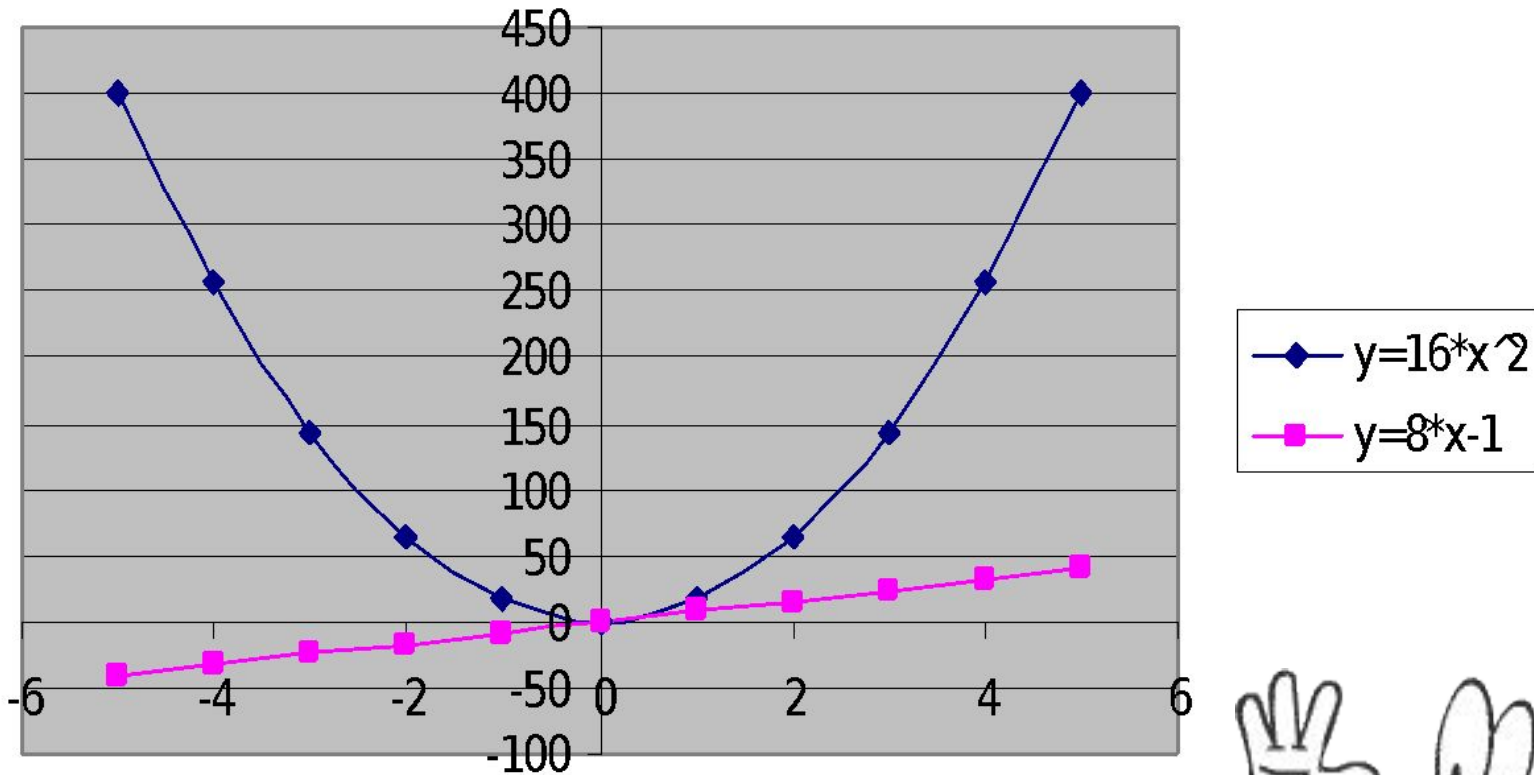


The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data table:

	A	B	C	D	E
1					
2		x	$y=16*x^2$	$y=8*x-1$	
3		-5	400	-41	
4		-4	256	-33	
5		-3	144	-25	
6		-2	64	-17	
7		-1	16	-9	
8		0	0	-1	
9		1	16	7	
10		2	64	15	
11		3	144	23	
12		4	256	31	
13		5	400	39	
14					
15					
16					

Диаграмма решений данной системы уравнений

Решение системы уравнений



Ответ: (0;0).

Решить системы уравнений в табличном процессоре Excel:

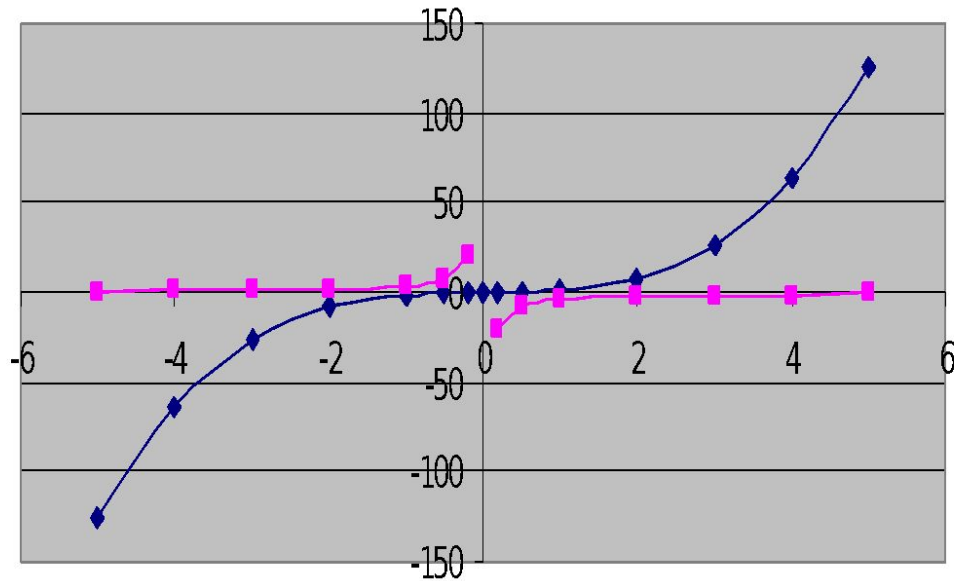
1.
$$\begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} y = x^3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

Решение системы уравнений



—◆— $y = x^3$ —■— $y = 4/x$



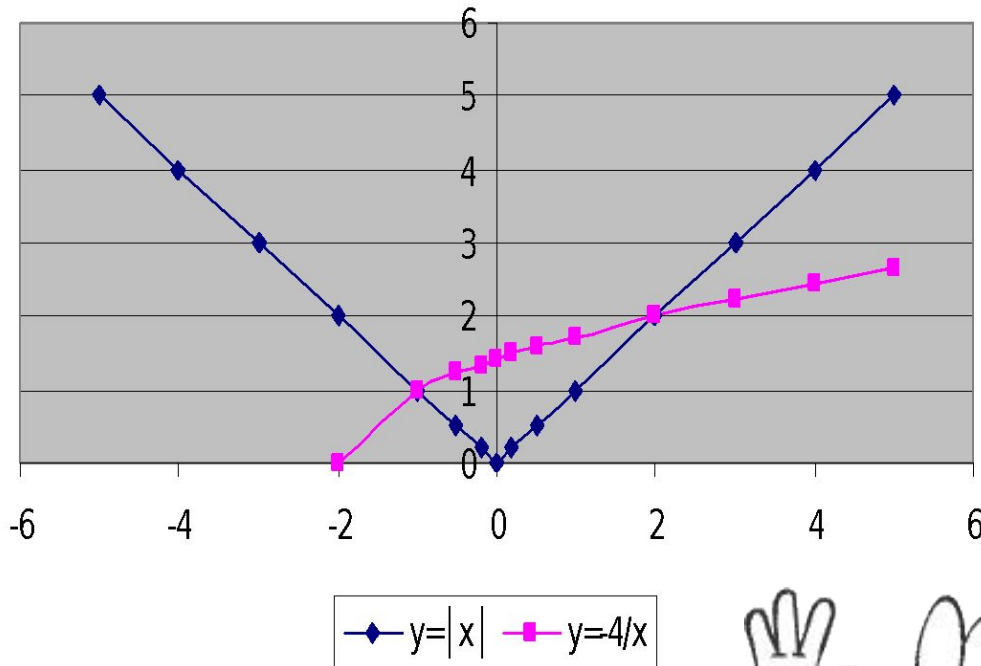
x	$y = x^3$	$y = -4/x$
-5	-125	0,8
-4	-64	1
-3	-27	1,3333333333
-2	-8	2
-1	-1	4
-0,5	-0,125	8
-0,2	-0,008	20
0	0	
0,2	0,008	-20
0,5	0,125	-8
1	1	-4
2	8	-2
		-1,3333333333
3	27	3
4	64	-1
5	125	-0,8

Ответ: решений нет.

2.

$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = |x| \end{cases}$$

Решение системы уравнений



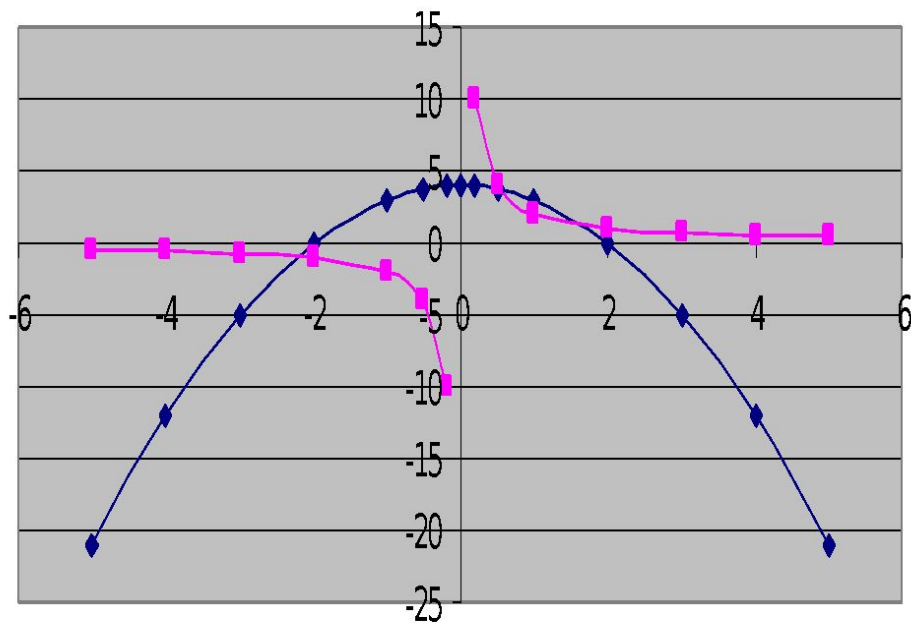
x	y= x	y=-4/x
-5	5	
-4	4	
-3	3	
-2	2	0
-1	1	1
-0,5	0,5	1,224744871
-0,2	0,2	1,341640786
0	0	1,414213562
0,2	0,2	1,483239697
0,5	0,5	1,58113883
1	1	1,732050808
2	2	2
3	3	2,236067977
4	4	2,449489743
5	5	2,645751311

Ответ: (-1;1), (2;2).

3.

$$\begin{cases} y + x^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Решение системы уравнений



◆ $y = -x^2 + 4$ ■ $y = 2/x$



x	$y = -x^2 + 4$	$y = 2/x$
-5	-21	-0,4
-4	-12	-0,5
-3	-5	-0,666666667
-2	0	-1
-1	3	-2
-0,5	3,75	-4
-0,2	3,96	-10
0	4	
0,2	3,96	10
0,5	3,75	4
1	3	2
2	0	1
3	-5	0,666666667
4	-12	0,5
5	-21	0,4

Ответ: $(-2, 2; -0,9)$, $(0, 5; 3, 7)$, $(1, 8; 1, 1)$.

Домашнее задание:

**П. 12 учебника;
№238,
№241(а),
№242(а),
№243.**

До скорой
встречи на
следующем
уроке!

