

Графическое

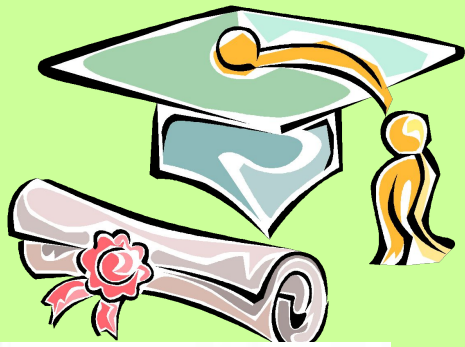
решения

уравнений

квадратных

Алгебра 8 класс

Немного истории



Еще в древнем Вавилоне могли решить некоторые виды квадратных уравнений.

Диофант Александрийский,
Аль-Хорезми

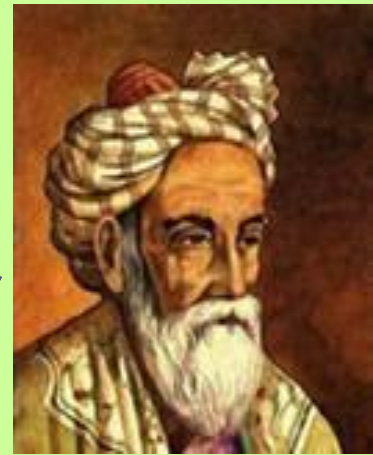


Решали уравнения
геометрическими и
графическими
способами



Евклид

Омар Хайям



Квадратное уравнение имеет вид

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Для графического решения квадратного уравнения представьте его в одном из видов:

□ $ax^2 + bx + c = 0$

□ $ax^2 = -bx - c$

□ $ax^2 + c = -bx$

□ $a(x + b/2a)^2 = (4ac - b^2)/4a$

Алгоритм графического решения квадратных уравнений

- ❑ Ввести функцию $f(x)$, равную левой части и $g(x)$, равную правой части
- ❑ Построить графики функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$ на одной координатной плоскости
- ❑ Отметить точки пересечения графиков
- ❑ Найти абсциссы точек пересечения, сформировать ответ

Способы графического решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

I

I

Способ построения параболы $y = ax^2 + bx + c$

Способ выделения полного квадрата

(a

(b

(c

Способ построения прямой $y = bx + c$ и параболы $y = ax^2$

Способ построения прямой $y = bx$ и параболы $y = ax^2 + c$

Способ построения прямой $y = c$ и параболы $y = ax^2 + bx$

«Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу различными способами, чем решать три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт». У. У. Сойер.



Графическое решение квадратного уравнения

Иллюстрация на одном примере



Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 1

- Построить график функции
 $y=ax^2+bx+c$
- Найти точки пересечения графика с осью абсцисс

Решить уравнение

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

1 способ

Построим график функции $y = x^2 - 2x - 3$

1. График-парабола, $a=1>0$, ветви вверх.
2. Вершина ($x_0; y_0$)

$$x_0 = -\frac{b}{2a} \quad x_0 = 1$$

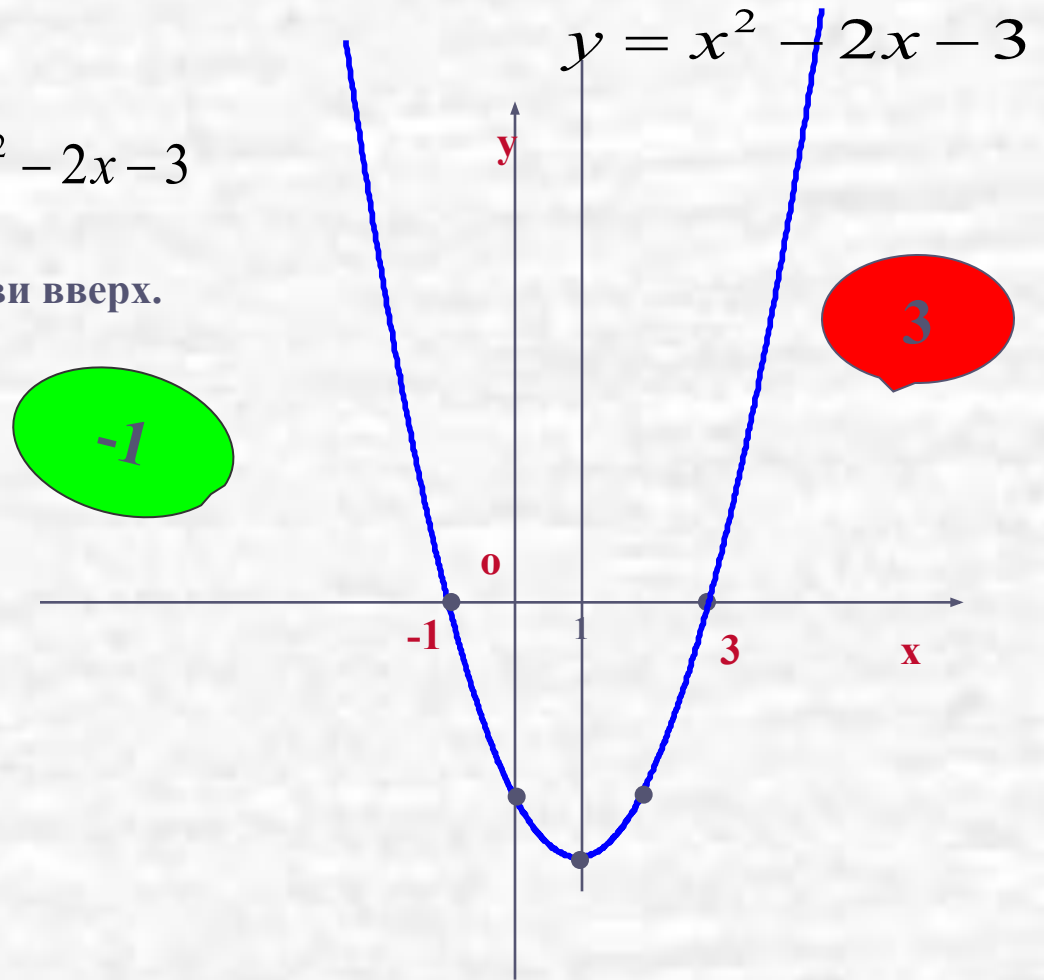
$$y_0 = 1^2 - 2 - 3 = -4$$

(1; -4)-вершина

3. Ось параболы $x_0 = 1$

4. Дополнительные точки:

x	-1	0	1	2	3
y	0	-3	-4	-3	0



Корнями уравнения являются

абсциссы точек пересечения графика с осью x , т.е. где $y=0$.

Значит, корни уравнения -1 и 3 . Проверка устно. Ответ: $-1; 3$.

Алгоритм построения параболы

- найти координаты вершины;
провести ось параболы;
- отметить на оси абсцисс две точки,
симметричные относительно оси
параболы; найти значения функции в
этих точках;
- провести параболу через полученные
точки.

Примеры графического решения квадратных уравнений

Решение уравнения $x^2 - 2x - 3 = 0$

• Пусть $f(x) = x^2 - 2x - 3$ и $g(x) = 0$

$a = 1 > 0$, ветви вверх

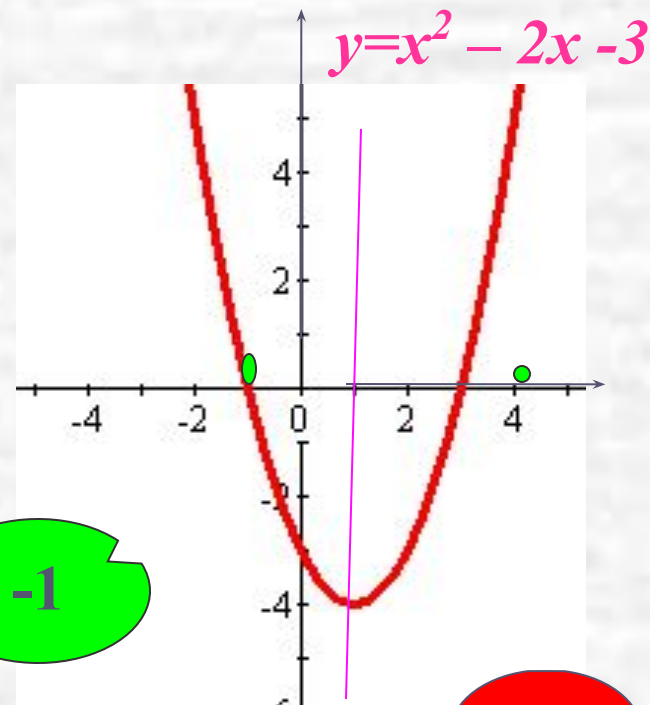
• Координаты вершины $x_0 = -b/2a$; $x_0 = 1$.

$$y_0 = 1^2 - 2 - 3 = -4; \quad y_0 = -4; \quad (1; -4)$$

Найти точки абсциссы которых
симметричны относительно $x=1$

• Построить по таблице график $y = x^2 - 2x - 3$

x	0	2	-1	3
y	-3	-3	0	0



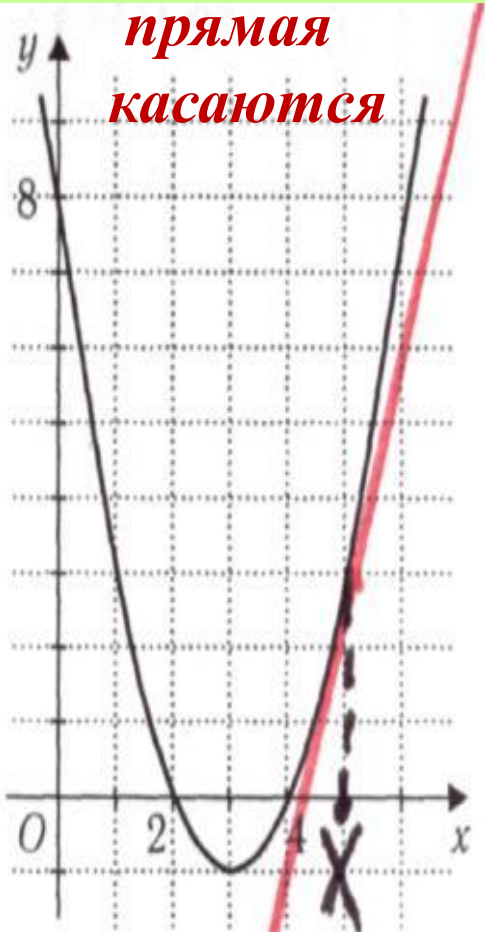
-1

3

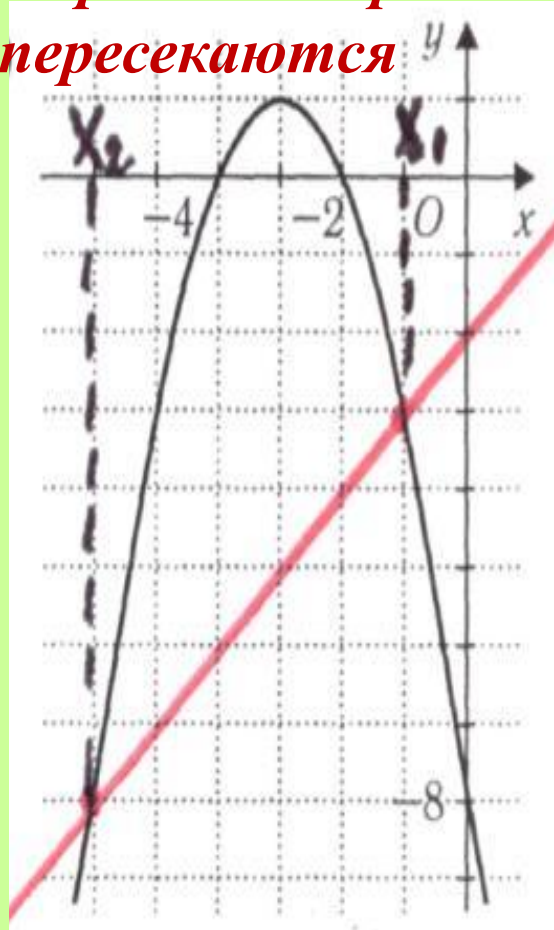
Корни уравнения равны абсциссам точек
пересечения параболы с осью OX

Графический способ решения квадратных уравнений

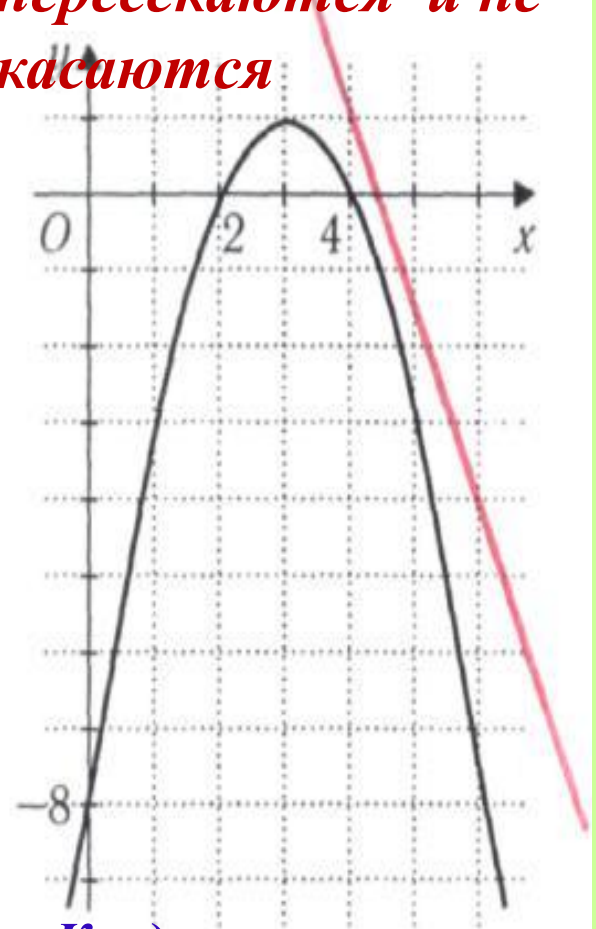
*Парабола и
прямая
касаются*



*Парабола и прямая
пересекаются*



*Парабола и прямая не
пересекаются и не
касаются*



*Квадратное уравнение
имеет два равных
корня*

*Квадратное уравнение
имеет два
различных корня*

*Квадратное
уравнение не имеет
корней*

Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 2(а)

- Построить графики функции $y=ax^2$ и $y = bx + c$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

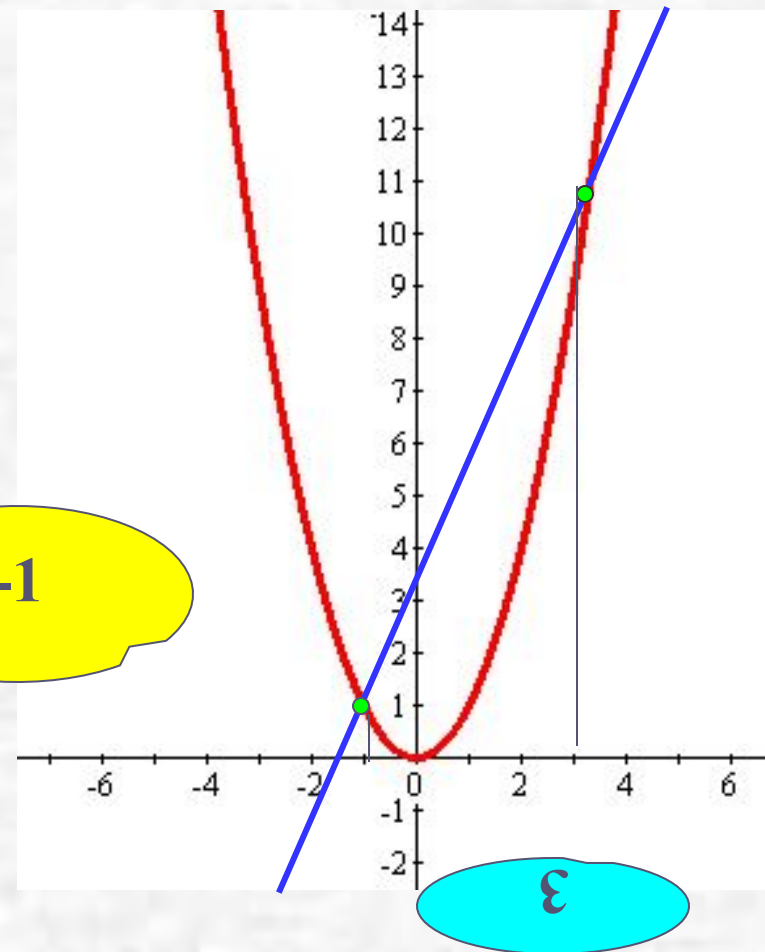
Представим в виде $x^2 = 2x + 3$

Пусть $f(x) = x^2$ и $g(x) = 2x + 3$

Построим на одной
координатной плоскости
графики функций

$$y = x^2 \text{ и } y = 2x + 3$$

Корни уравнения
абсциссы точек
пересечения параболы
с прямой



2 способ

Преобразуем уравнение

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ к виду } x^2 = 2x + 3$$

Построим в одной системе координат графики функций

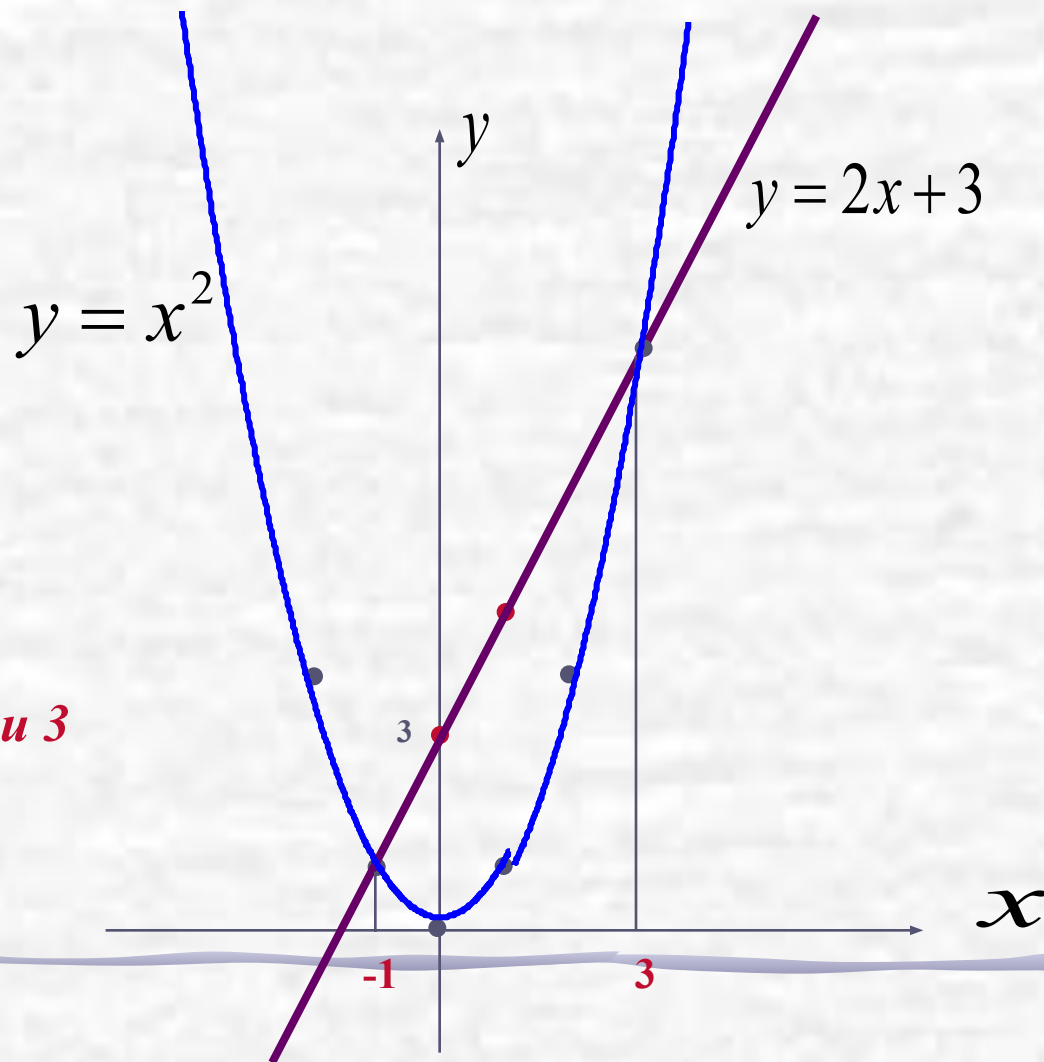
$$y = x^2; y = 2x + 3$$

$$y = x^2 \text{ -это парабола}$$

$$y = 2x + 3 \text{ -это прямая}$$

x	0	1
y	3	5

Корнями уравнения являются
абсциссы точек пересечения: **-1 и 3**



$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

Представим в виде $4x^2 = 4x - 1$

1). Построим графики функций:

$$y = 4x^2, \quad y = 4x - 1$$

2). Строим параболу $y = 4x^2$

$a = 4$, ветви вверх

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; \quad x_0 = 0; \quad y_0 = 0.$$

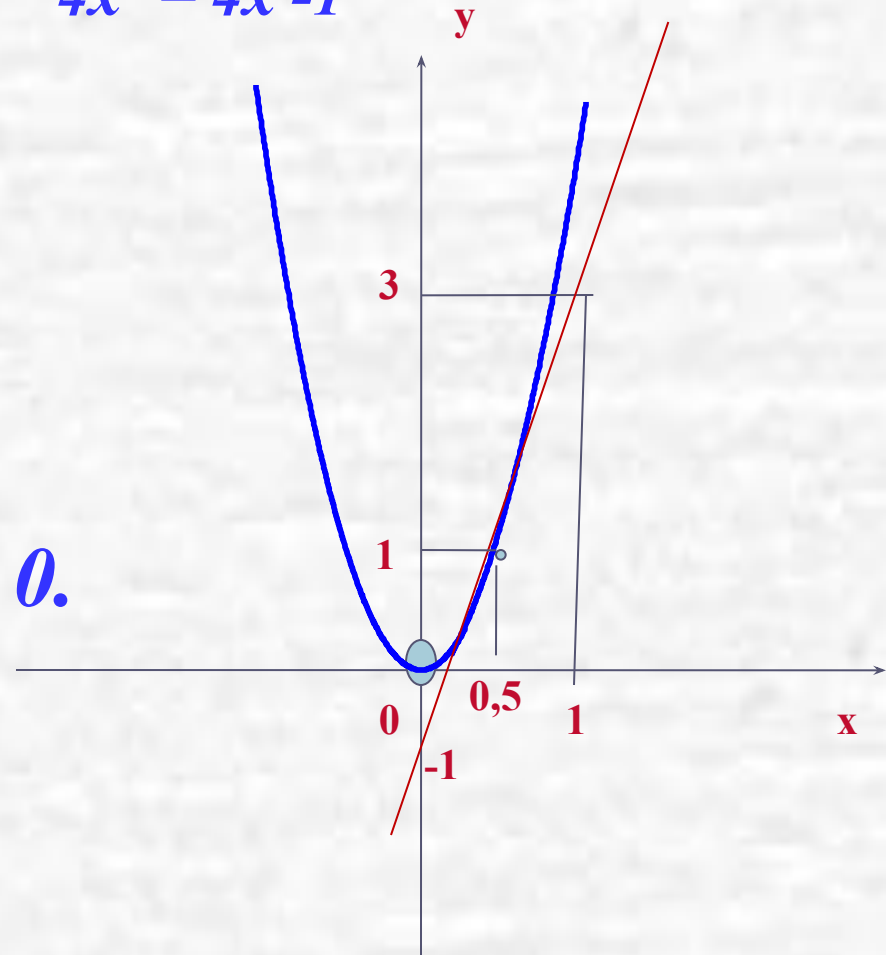
По шаблону строим параболу

3). Строим прямую $y = 4x - 1$

x	0	1
y	-1	3

Корнем уравнения является

абсцисса точки пересечения: 0,5



Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 2 (b)

- Преобразовать уравнение к виду

$$ax^2+c = bx$$

- Построить:
параболу $y = ax^2+c$ и прямую $y = bx$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков функции.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Представим в виде $x^2 - 3 = 2x$

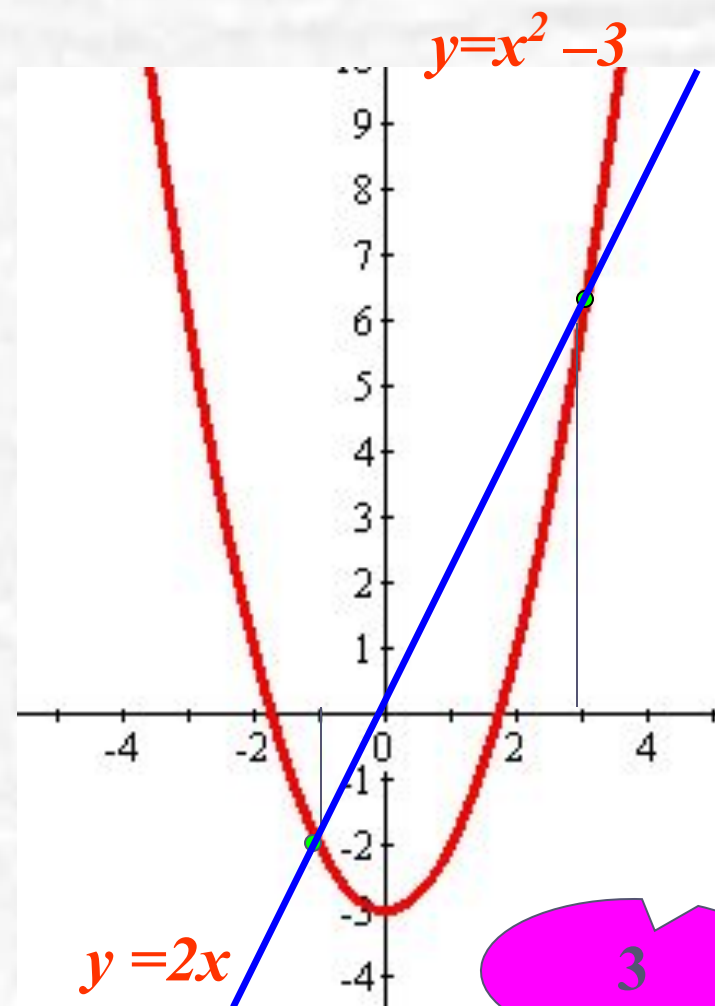
Пусть $f(x) = x^2 - 3$ и $g(x) = 2x$

Построим на одной
координатной плоскости
графики функций

$y = x^2 - 3$ и $y = 2x$

-1

Корни уравнения абсциссы
точек пересечения
параболы с прямой



3

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

Представим в виде $x^2 + 5 = 4x$

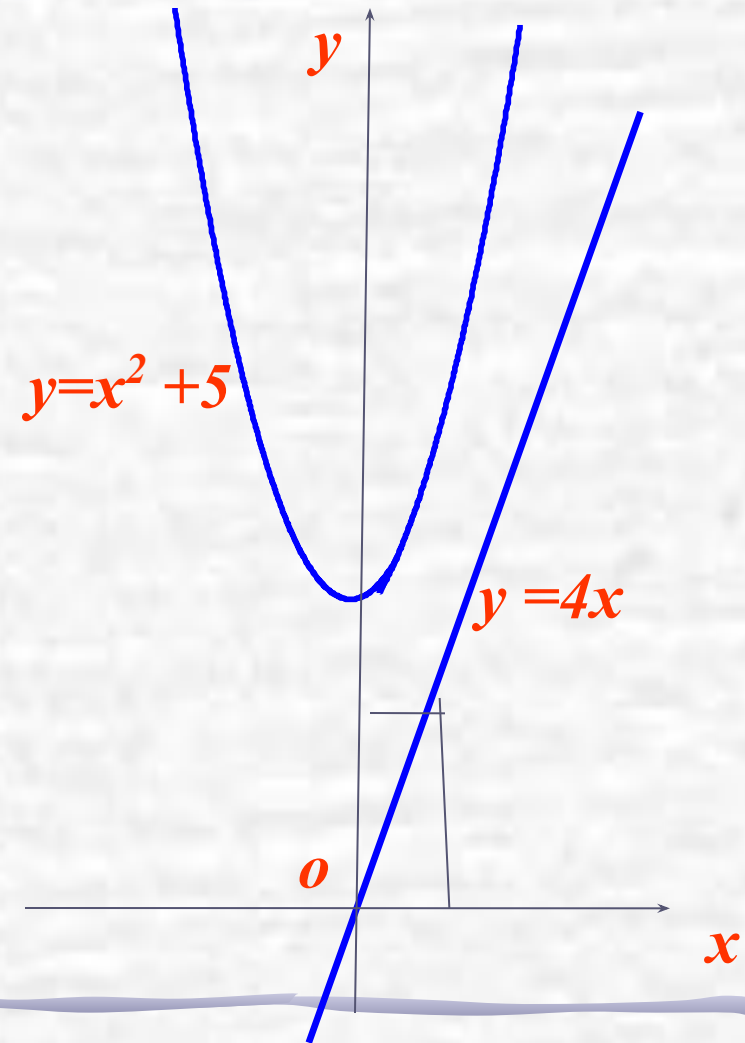
Пусть $f(x) = x^2 + 5$ и $g(x) = 4x$

Построим на одной
координатной плоскости
графики функций

$y = x^2 + 5$ и $y = 4x$

Точек пересечения
параболы с прямой нет

Ответ: **корней нет**



Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 2(в)

- Построить графики функции
- $y = ax^2 + bx$ и $y = c$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

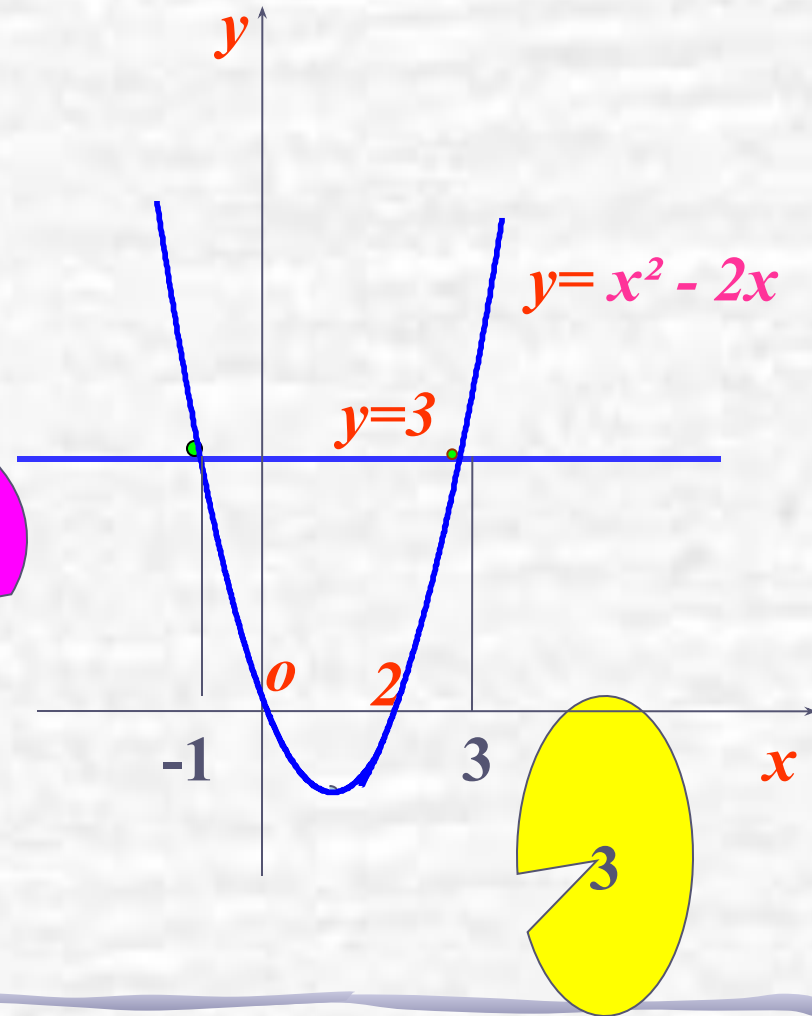
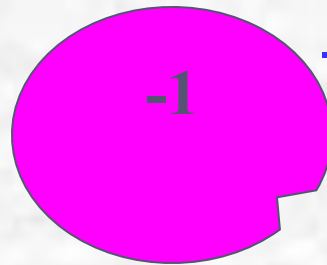
Представим в виде $x^2 - 2x = 3$

Пусть $f(x) = x^2 - 2x$ и $g(x) = 3$

Построим на одной
координатной плоскости
графики функций

$y = x^2 - 2x$ и $y = 3$

Корни уравнения абсциссы
точек пересечения
параболы с прямой



Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 3

(выделение полного квадрата)

- Преобразовать уравнение к виду

$$a(x+l)^2 = m$$

- Построить:
параболу $y = a(x+l)^2$ и прямую $y = m$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков функций.

Выделение квадрата двучлена.

$$x^2 - 2x = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 3 + 1$$

$$(x-1)^2 = 4.$$

$$(x-1)^2 - 4 = 0$$

$$(x-1)^2 - 2^2 = 0$$

$$(x-1-2)(x-1+2) = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$x+1 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

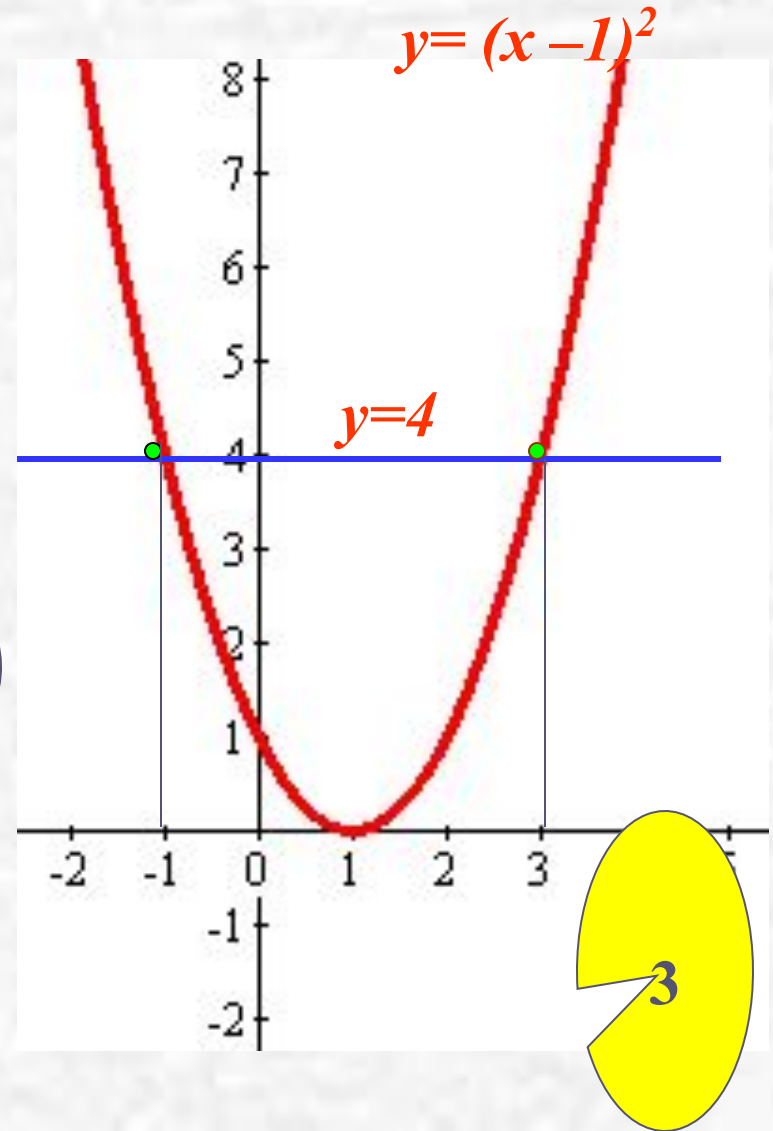
Представим в виде $(x - 1)^2 = 4$

Пусть $f(x) = (x - 1)^2$ и $g(x) = 4$

Построим на одной
координатной плоскости
графики функций

$y = (x - 1)^2$ и $y = 4$

Корни уравнения абсциссы
точек пересечения
параболы с прямой



Решите графически уравнение

Группа А

- Бычев Андрей
- Ерофеева Ксения
- Каминская Света
- Лобов Егор
- Лукьяненко Вероника
- Осипов Павел
- Циорба Влад

Группа В

Баличев Илья
Помигуев Павел
Фролов Саша

Группа С

Григорьева Катя
Соловьев Илья

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0$$

Сколько нам открытий
чудных готовит
просвещения дух?



Решить графически
уравнение

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

Как решить уравнение?

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

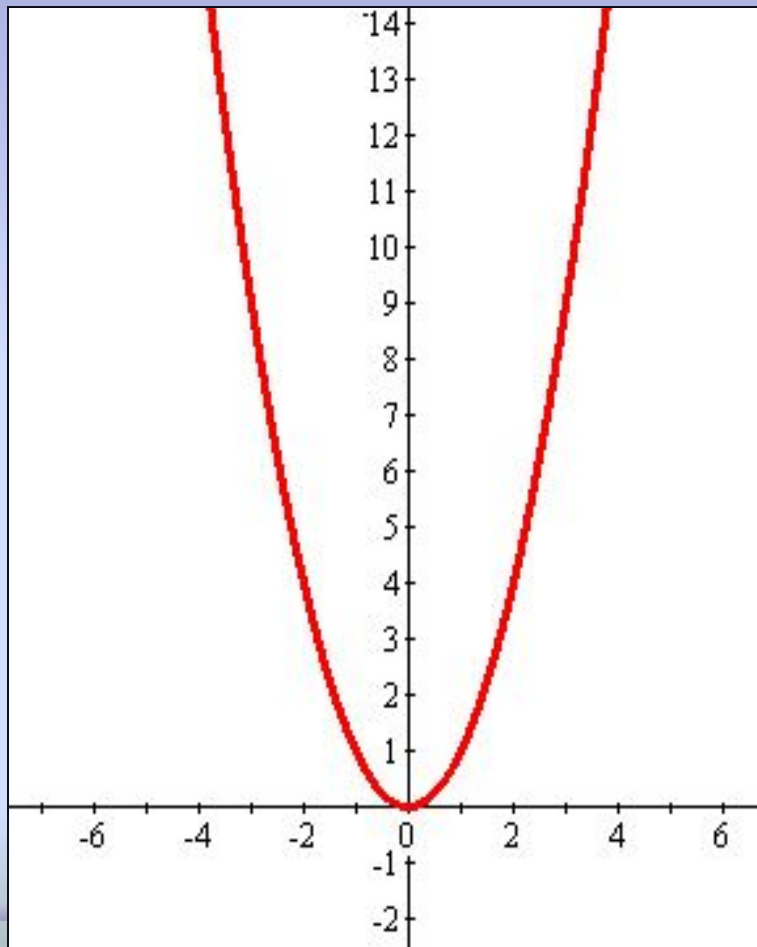
- Построить график квадратичной функции и абсциссы точек пересечения параболы с осью x будут являться корнями уравнения.
- Выполнить преобразование уравнения, рассмотреть функции, построить графики этих функций, установить точки пересечения графиков функций, абсциссы которых и будут являться корнями уравнения.

Решить графически
уравнение

$$x^2 = -2x + 8$$

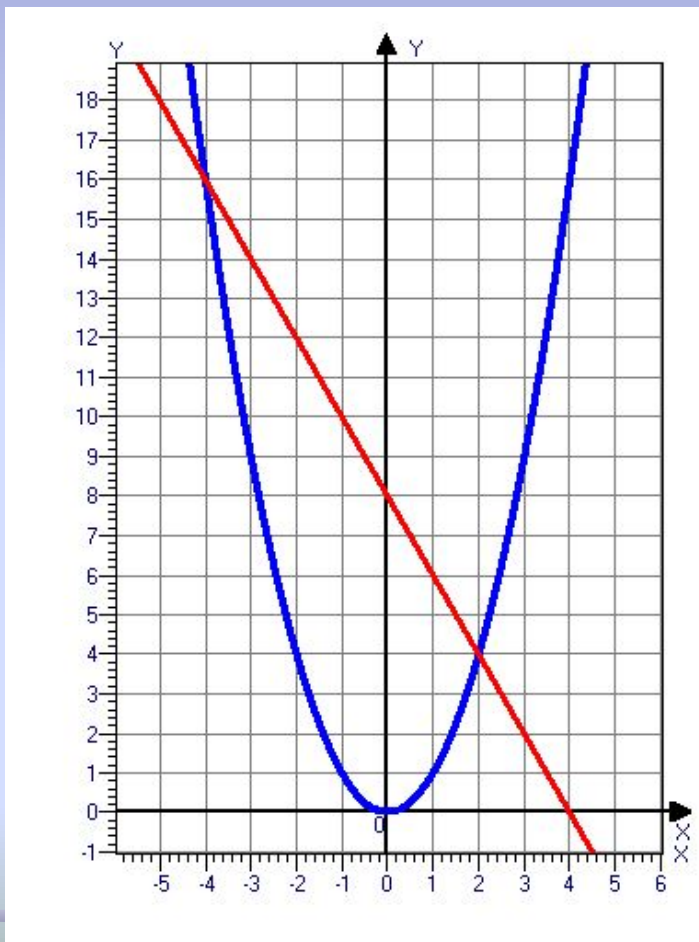
Построить график функции

функции



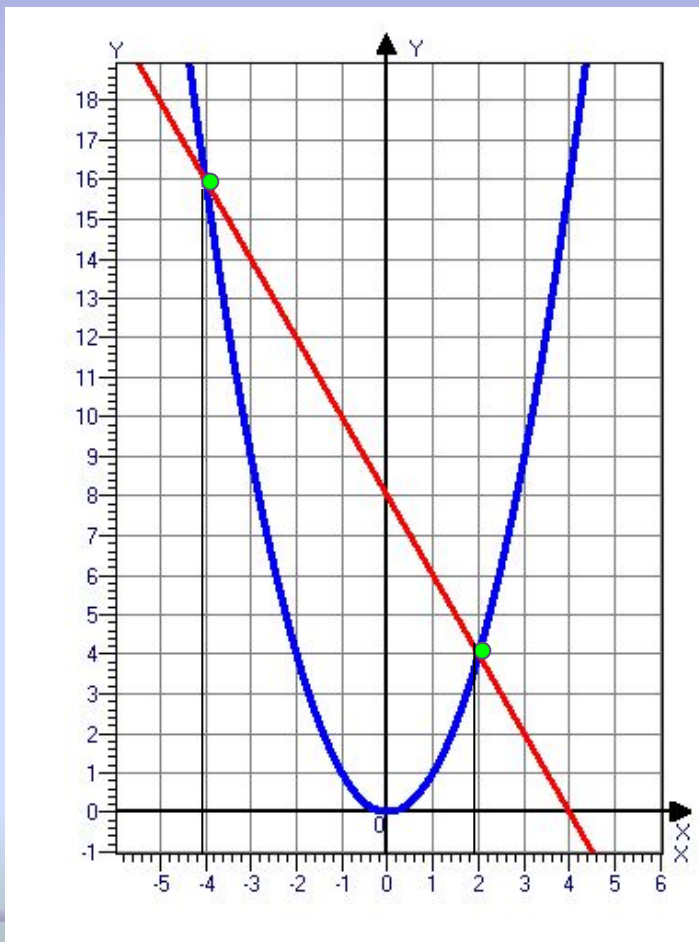
$$y = x^2$$

Построить график функции



$$y = -2x + 8$$

Корни уравнения: абсциссы точек пересечения графиков функций



$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

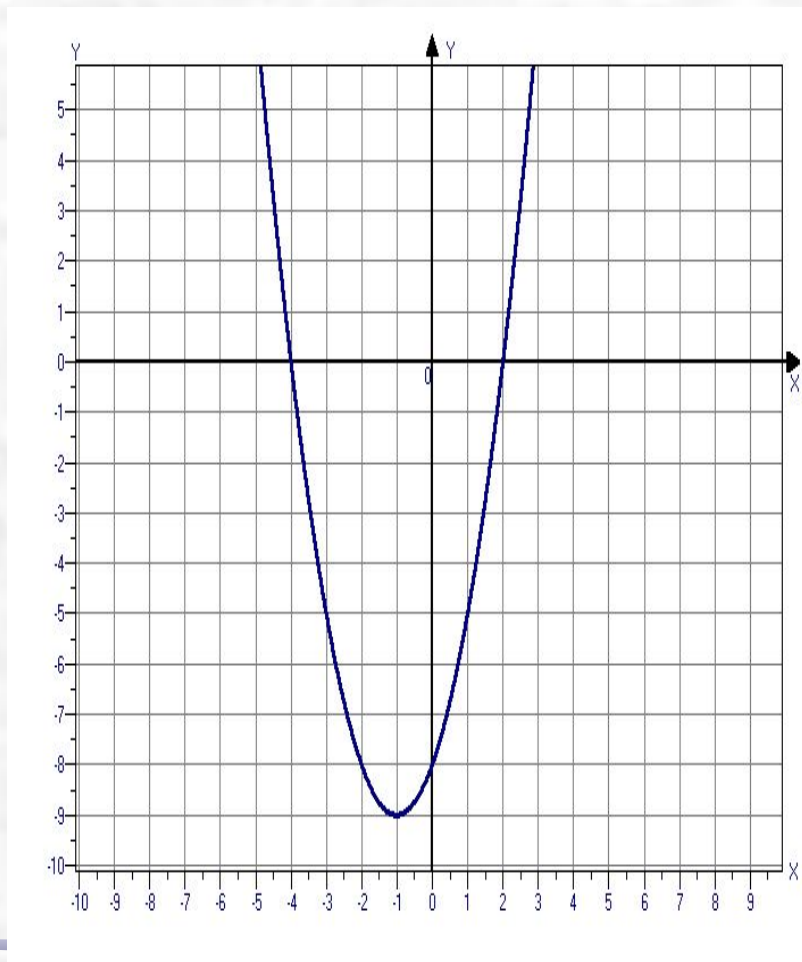
Построить график функции

$$y = x^2 + 2x - 8$$

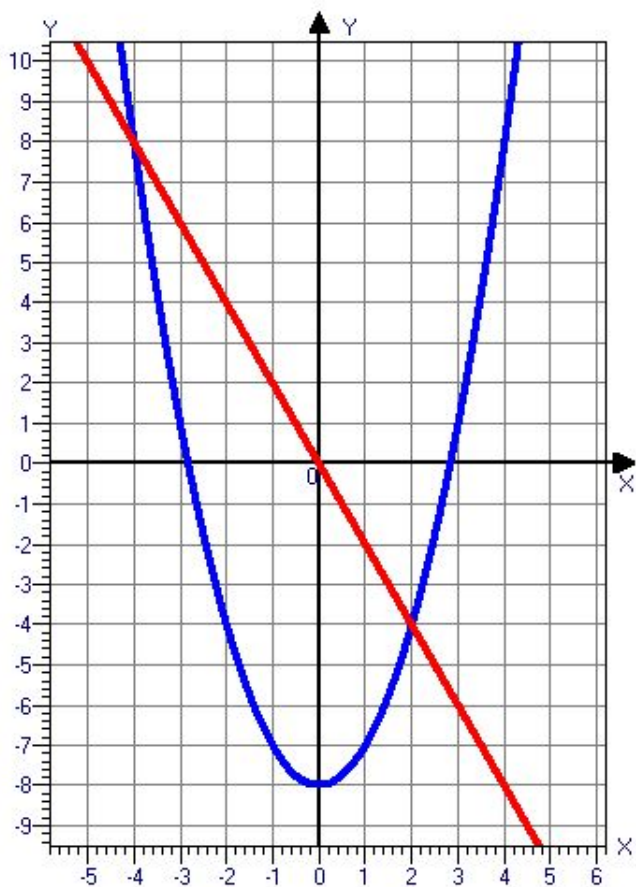
*Корни уравнения:
точки пересечения
параболы с осью OX*

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$



Решить графически уравнение



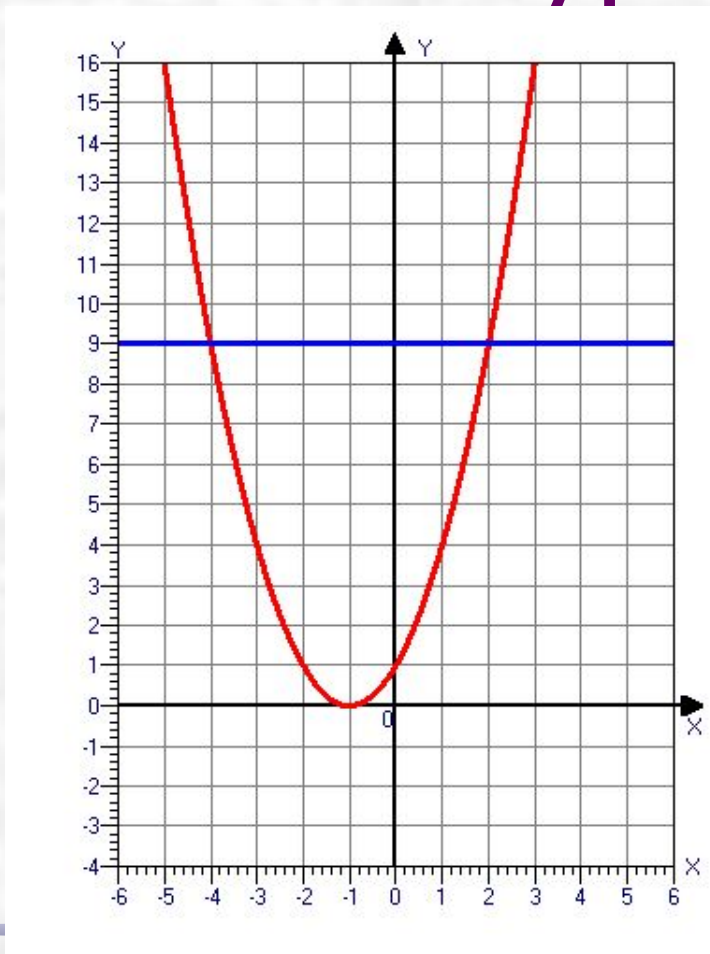
$$x^2 - 8 = -2x$$

*Корни уравнения:
точки пересечения
параболы и прямой*

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

Решить графически уравнение



$$(x + 1)^2 = 9$$

*Корни уравнения:
точки пересечения
параболы и прямой*

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

Итог

Познакомились:

- с графическим методом решения квадратных уравнений;
- с различными способами графического решения квадратных уравнений.
- закрепили знания по построению графиков различных функций.

Заключительное слово учителя:

- **«Чем больше и глубже вам удастся усвоить азы математики и научиться пользоваться ее методами, тем дальше и быстрее вы сумеете продвинуться в использовании математических средств в той области деятельности, которой займетесь после школы»**

Желаю удачи!

