Графическое решение квадратных уравнений

Алгебра 8 класс

Немного истории

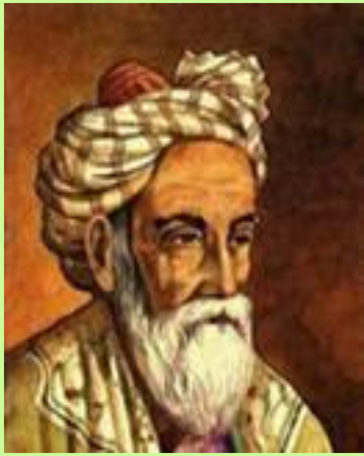
Еще в древнем Вавилоне могли решить некоторые виды квадратных уравнений.

Диофант Александрийский,

Аль- Хорезми

Решали уравнения геометрическими и графическими способами

Евклид ***Омар Хайям***



Квадратное уравнение имеет вид

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Для графического решения квадратного уравнения представьте его в одном из видов:

- $ax^2 + bx + c = 0$
  - $ax^2 = -bx - c$
  - $ax^2 + c = -bx$
- $a(x + b/2a)^2 = (4ac - b^2)/4a$

Алгоритм графического решения квадратных уравнений

- Ввести функцию ***f(x),*** равную левой части и ***g(x)***, равную правой части
- Построить графики функций ***y=f(x)*** и ***y=g(x)*** на одной координатной плоскости
- Отметить точки пересечения графиков
- Найти абсциссы точек пересечения, сформировать ответ

Способы графического решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

I

Способ построения параболы $y=ax^2+bx+c$

II

(а)

Способ построения прямой $y= bx+c$ и параболы $y = ax^2$

(b)

Способ построения прямой $y= bx$ и параболы $y = ax^2+c$

(в)

Способ построения прямой $y= c$ и параболы $y = ax^2+ bx$

III

Способ выделения полного квадрата

«Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу различными способами, чем решать три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт». У. У. Сойер.

Графическое решение квадратного уравнения

Иллюстрация на одном примере

Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 1

- Построить график функции $y=ax^2+bx+c$
- Найти точки пересечения графика с осью абсцисс

Решить уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$

1 способ

Построим график функции у = $x^2 - 2x - 3$

1. **График-парабола, а=1>0,ветви вверх.**
2. **Вершина (** $x_0; y_0$**)**

x_0 =- $\frac{в}{2a}$ **Х о = 1**

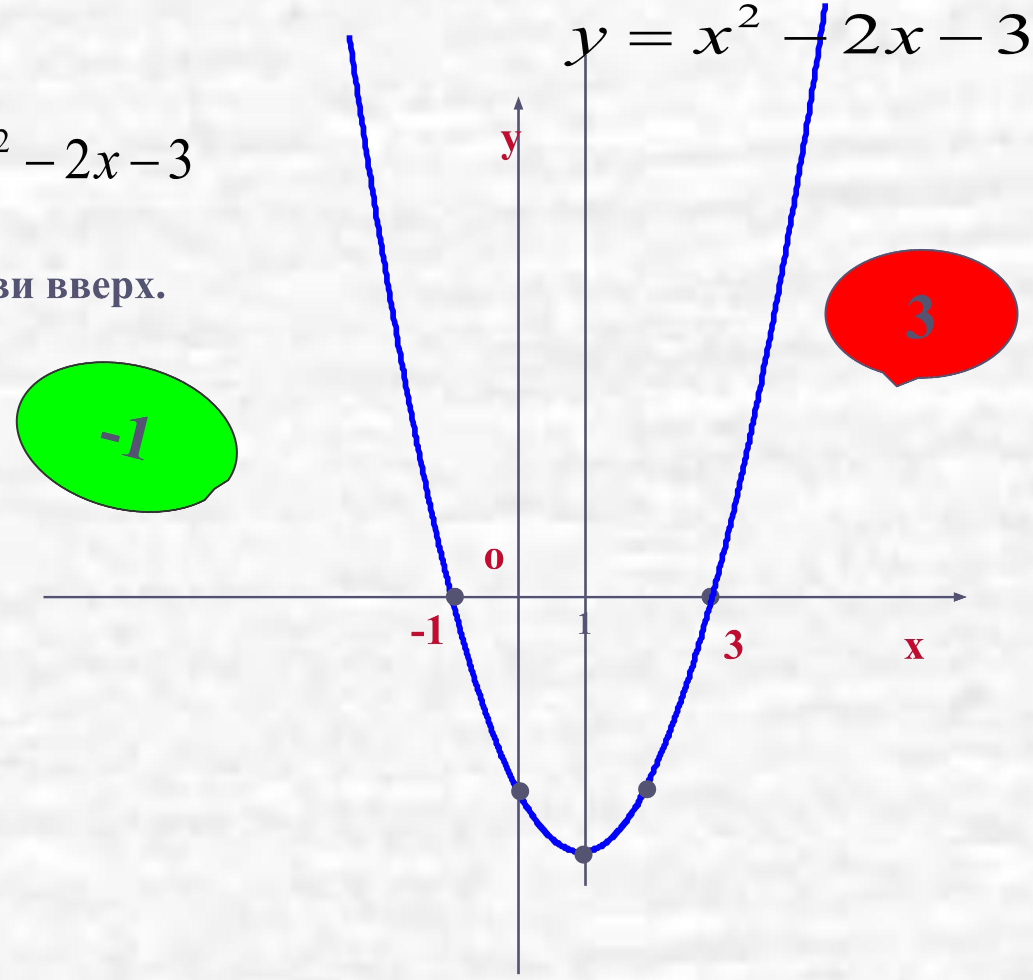
$y_0 = 1^2 - 2 - 3 = -4$

(1; -4)-вершина

3. Ось параболы $x_0 = 1$

4. Дополнительные точки:

х	-1	0	1	2	3
у	0	-3	-4	-3	0



Корнями уравнения являются
абсциссы точек пересечения графика с осью х, т.е. где у=0.
Значит, корни уравнения -1 и 3. Проверка устно. Ответ: -1; 3.

Алгоритм построения параболы

- найти координаты вершины; провести ось параболы;
- отметить на оси абсцисс две точки, симметричные относительно оси параболы; найти значения функции в этих точках;
- провести параболу через полученные точки.

Примеры графического решения квадратных уравнений

Решение уравнения $x^2-2x-3=0$

•Пусть $f(x)=x^2-2x-3$ и $g(x)=0$

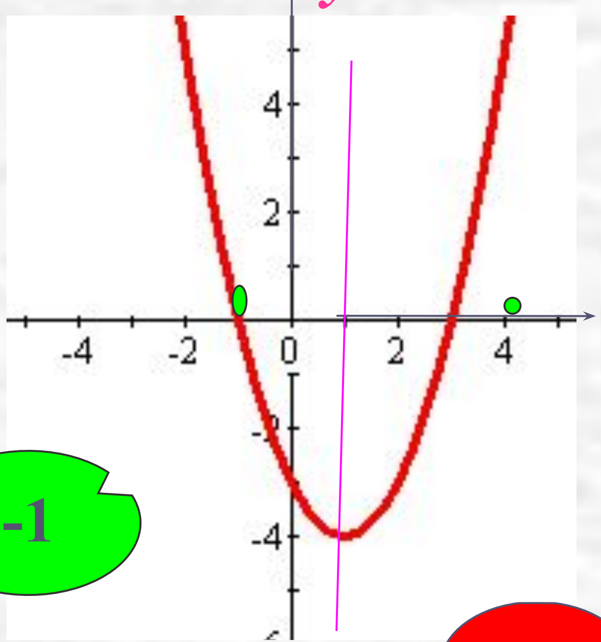
$a = 1>0$, ***ветви вверх***

•Координаты вершины $x_o=-b/2a$; $x_o=1$.

$y_o = 1^2-2-3=-4$; $y_o=-4$; $(1;-4)$

Найти точки абсциссы которых симметричны относительно $x=1$

$y=x^2-2x-3$



-1

3

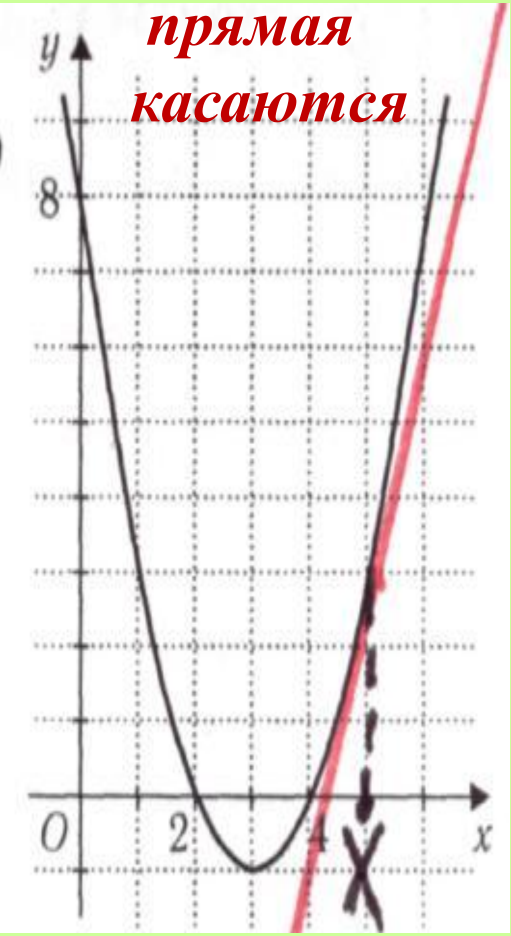
•Построить по таблице график $y=x^2-2x-3$

x	0	2	-1	3
y	-3	-3	0	0

Корни уравнения равны абсциссам точек пересечения параболы с осью ОХ

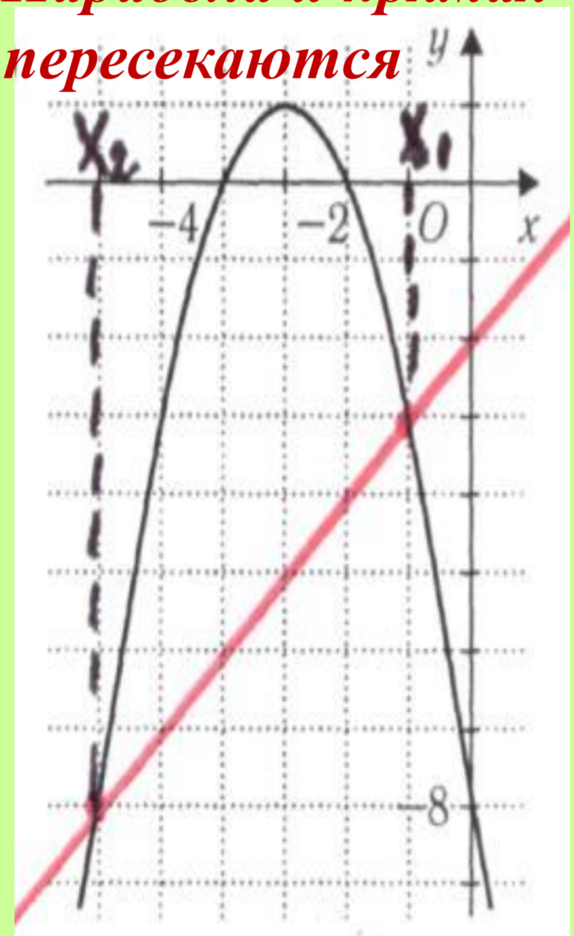
Графический способ решения квадратных уравнений

Парабола и прямая касаются



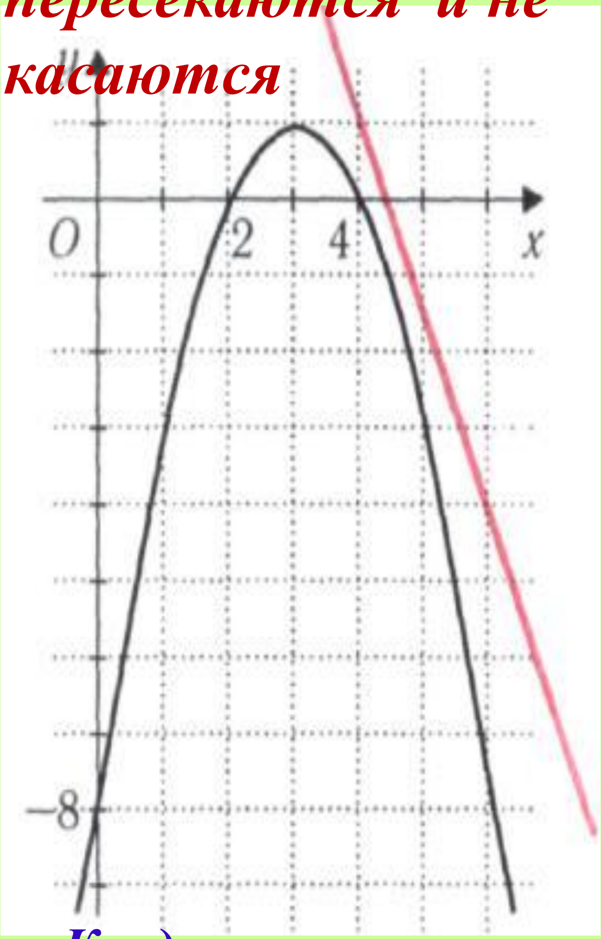
Квадратное уравнение имеет два равных корня

Парабола и прямая пересекаются



Квадратное уравнение имеет два различных корня

Парабола и прямая не пересекаются и не касаются



Квадратное уравнение не имеет корней

Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

<u>Способ 2(а)</u>

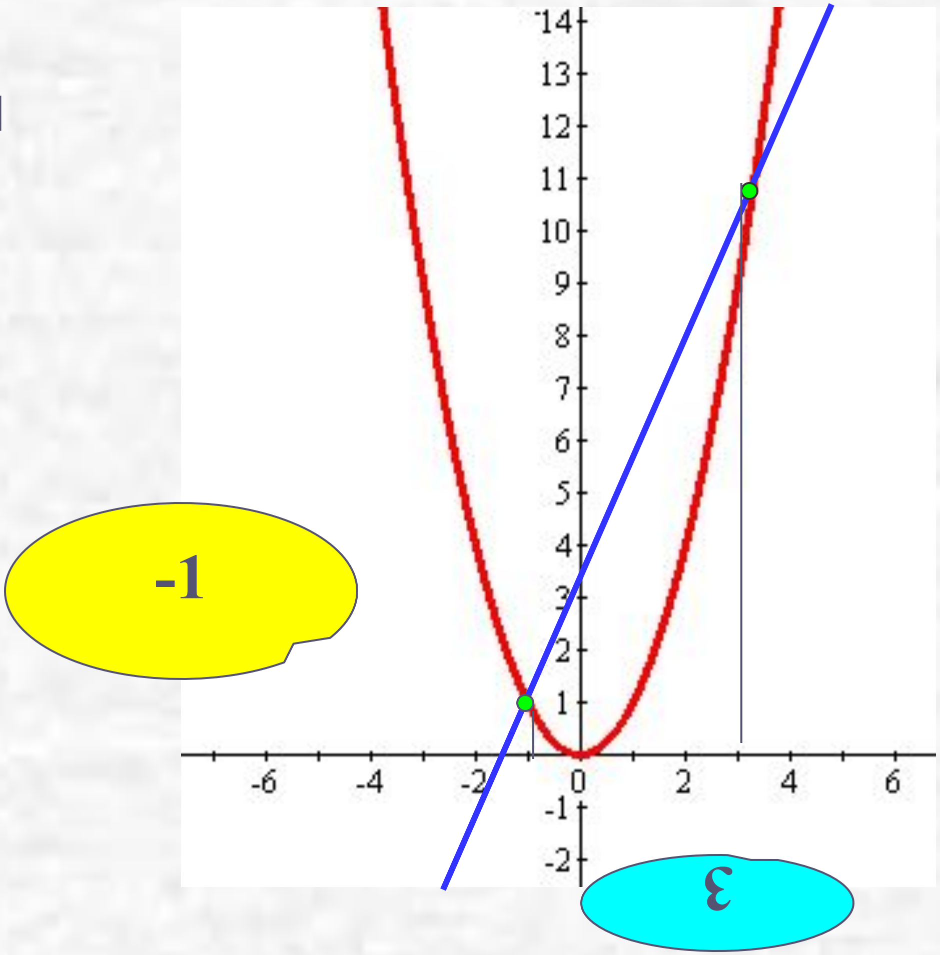
- Построить графики функции $y=ax^2$ *и* $y = bx+ c$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков.

$x^2 - 2x - 3 = 0$
Представим в виде $x^2 = 2x + 3$

Пусть $f(x)=x^2$ и $g(x)=2x+3$

Построим на одной координатной плоскости графики функций

$y=x^2$ и $y=2x+3$



Корни уравнения абсциссы точек пересечения параболы с прямой

2 способ

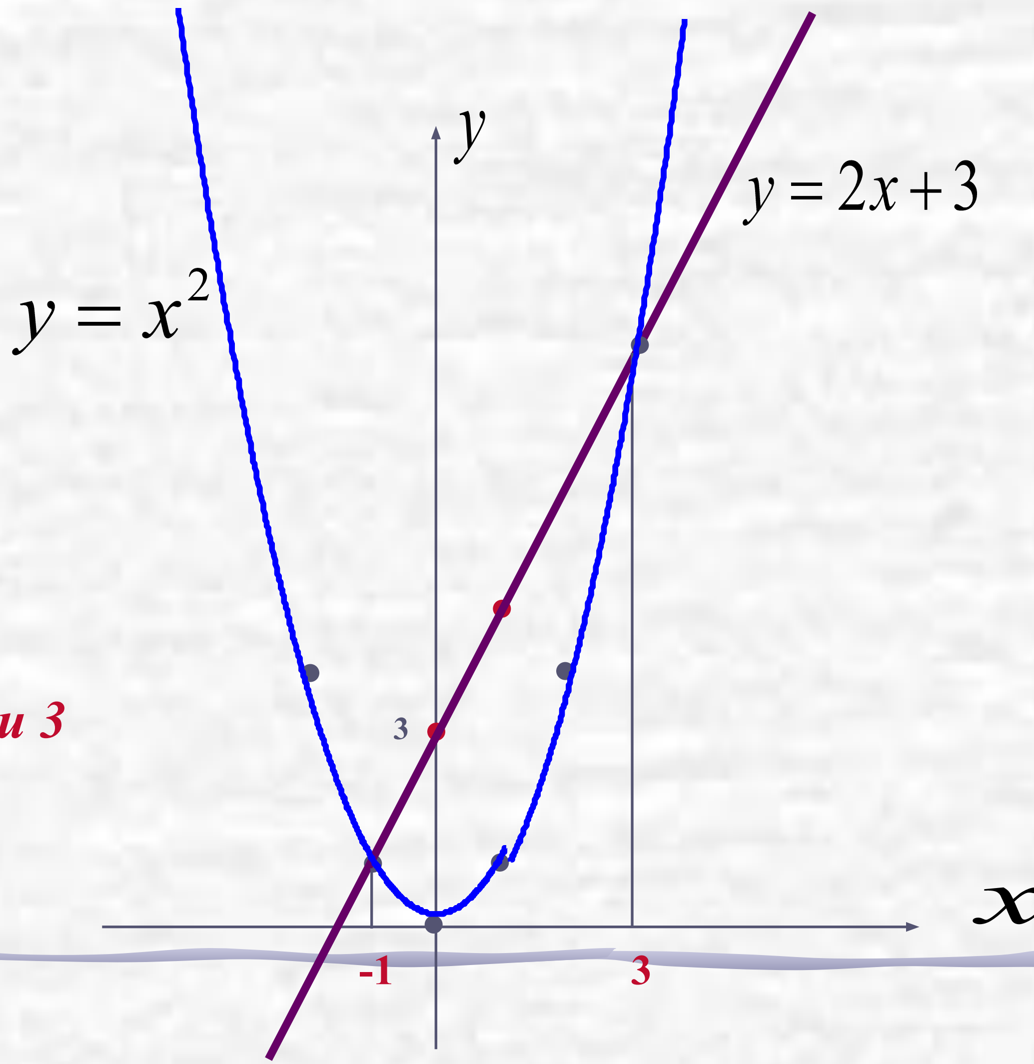
Преобразуем уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$ *к виду* $x^2 = 2x + 3$

Построим в одной системе координат графики функций $y = x^2; y = 2x + 3$

$y = x^2$ ***-это парабола***

$y = 2x + 3$ ***-это прямая***

x	0	1
y	3	5



Корнями уравнения являются
абсциссы точек пересечения: -1 и 3

$4x^2 - 4x + 1 = 0$

Представим в виде $4x^2 = 4x - 1$

1). *Построим графики функций:*

$y = 4x^2$, $y = 4x - 1$

2). *Строим параболу* $y = 4x^2$

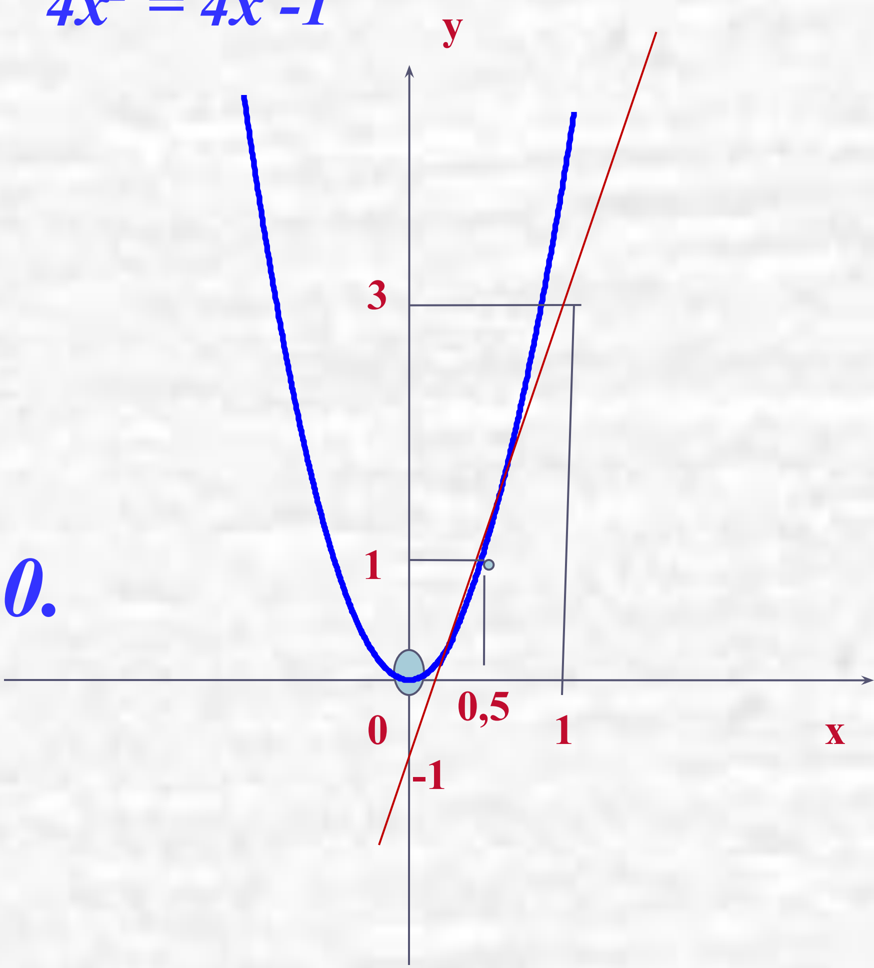
$a = 4$, *ветви вверх*

$x_0 = -\dfrac{в}{2a}$; $x_0 = 0$; ; $y_0 = 0$.

По шаблону строим параболу

3). *Строим прямую* $y = 4x - 1$

x	0	1
y	-1	3



Корнем уравнения является

абсцисса точки пересечения: 0,5

Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

<u>Способ 2 (*b*)</u>

- Преобразовать уравнение к виду

  $$ax^2+c = bx$$

- Построить:

  параболу $y = ax^2+c$ и прямую $y = bx$

- Найти абсциссы точек пересечения

  графиков функции.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

Представим в виде $x^2 - 3 = 2x$

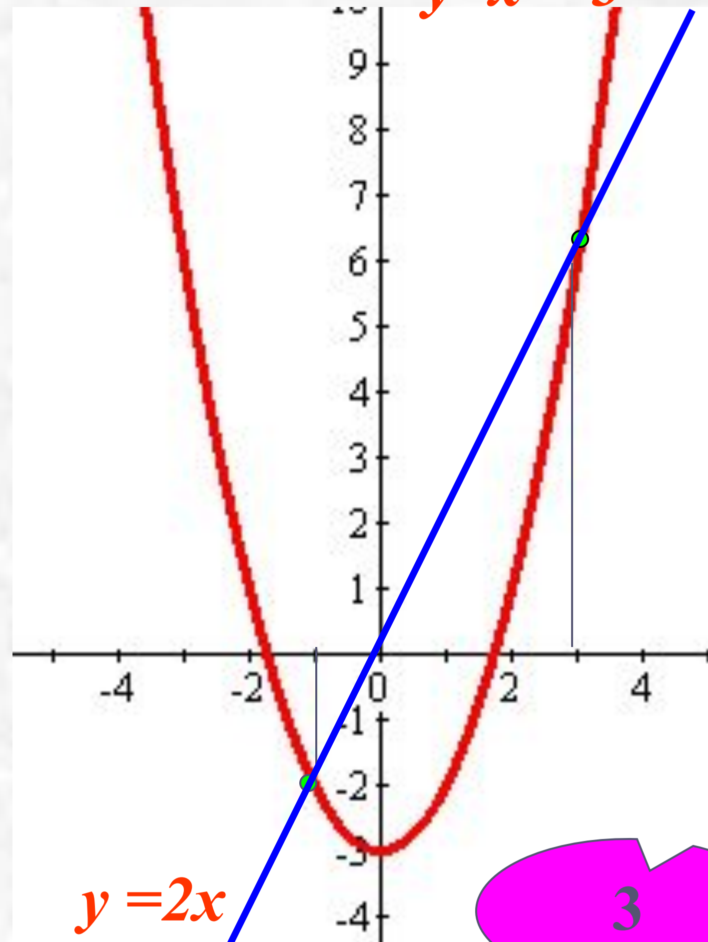
Пусть $f(x)=x^2-3$ и $g(x)=2x$

Построим на одной координатной плоскости графики функций

$y=x^2-3$ и $y=2x$

-1

$y=x^2-3$



3

Корни уравнения абсциссы точек пересечения параболы с прямой

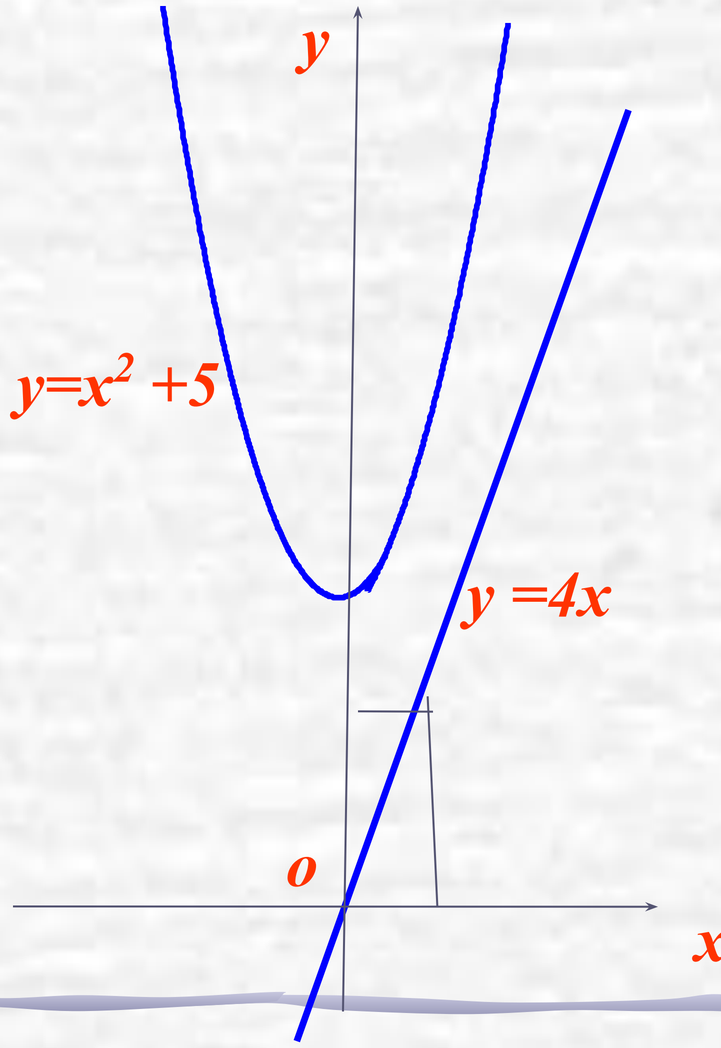
$x^2 - 4x + 5 = 0$

Представим в виде $x^2 + 5 = 4x$

Пусть $f(x) = x^2 + 5$ **и** $g(x) = 4x$

Построим на одной координатной плоскости графики функций

$y = x^2 + 5$ **и** $y = 4x$



Точек пересечения параболы с прямой нет

Ответ: корней нет

Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

<u>Способ 2(в)</u>

- Построить графики функции
- $y=ax^2 + bx$ *и* $y = c$
- Найти абсциссы точек пересечения графиков.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

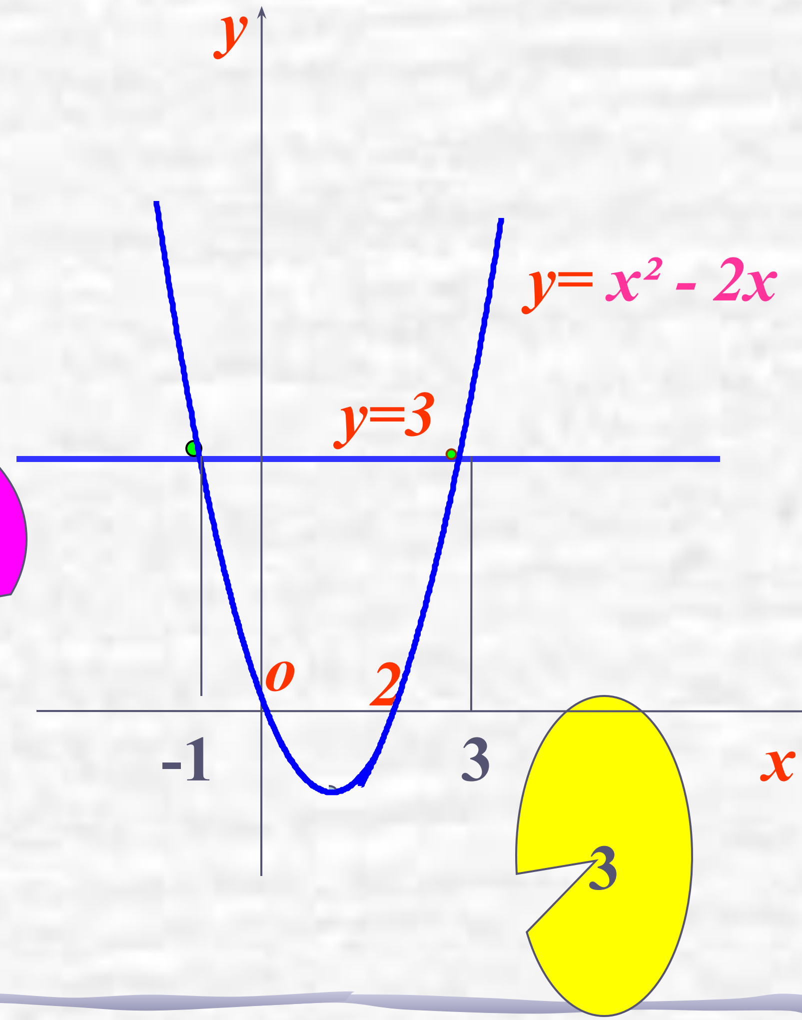
Представим в виде $x^2 - 2x = 3$

Пусть $f(x) = x^2 - 2x$ и $g(x) = 3$

Построим на одной координатной плоскости графики функций

$y = x^2 - 2x$ и $y = 3$

-1



Корни уравнения абсциссы точек пересечения параболы с прямой

Алгоритм решения квадратного уравнения графическим способом

Способ 3

(выделение полного квадрата)

- Преобразовать уравнение к виду

$$a(x+l)^2 = m$$

- Построить:

параболу $y = a(x+l)^2$ и прямую $y = m$

- Найти абсциссы точек пересечения графиков функций.

Выделение квадрата двучлена.

$$x^2 - 2x = 3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 3 + 1$$

$$(x - 1)^2 = 4.$$

$$(x - 1)^2 - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 2^2 = 0$$

$$(x - 1 - 2)(x - 1 + 2) = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x - 3 = 0 \qquad x + 1 = 0$$

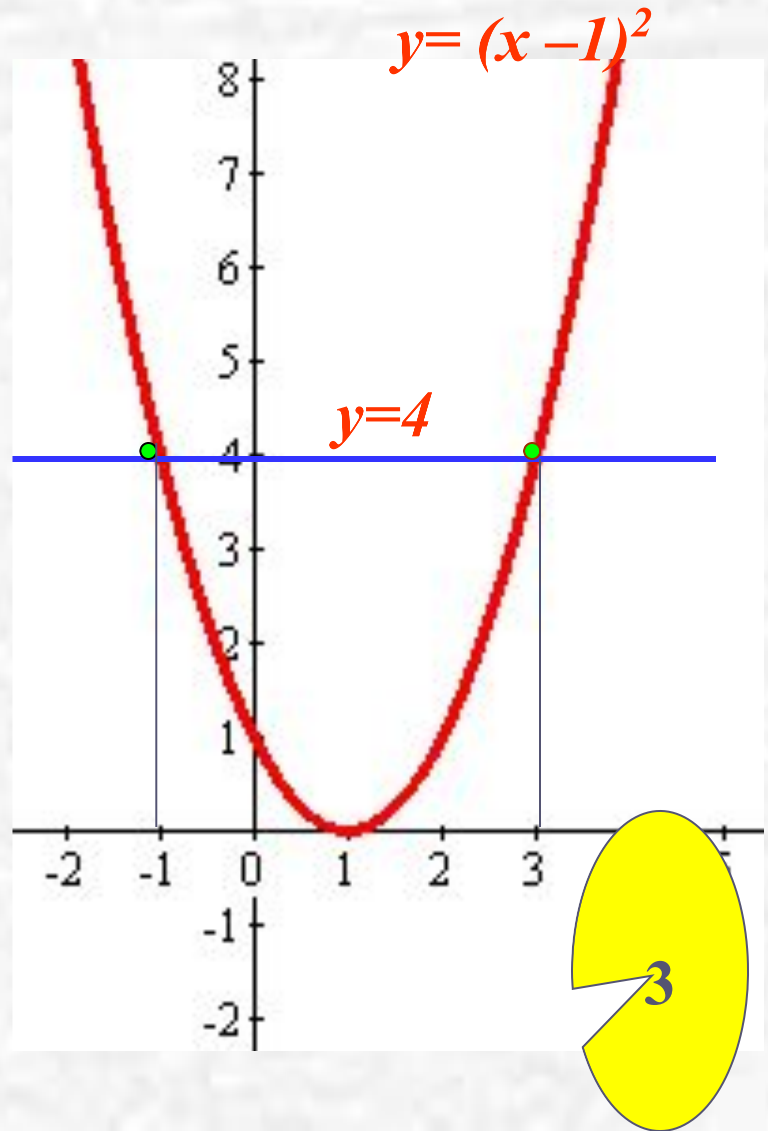
$$x = 3 \qquad x = -1$$

$x^2 - 2x - 3 = 0$
Представим в виде $(x - 1)^2 = 4$

Пусть $f(x) = (x - 1)^2$ и $g(x) = 4$

Построим на одной координатной плоскости графики функций

$y = (x - 1)^2$ и $y = 4$



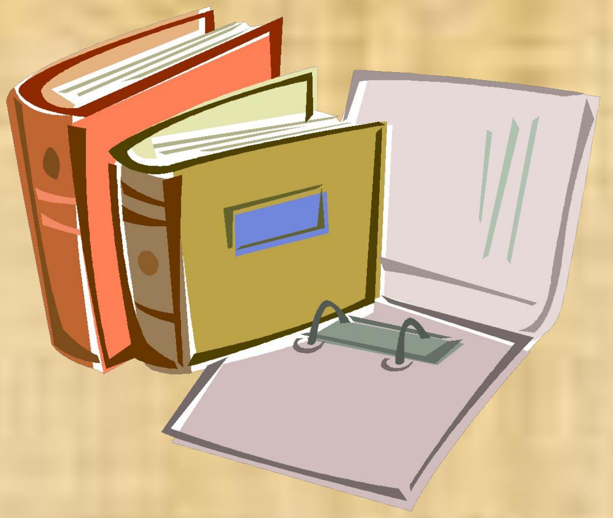
-1

Корни уравнения абсциссы точек пересечения параболы с прямой

Решите графически уравнение

Группа А	Группа В	Группа С
Бычев Андрей	Баличев Илья	Григорьева Катя
Ерофеева Ксения	Помигуев Павел	Соловьев Илья
Каминская Света	Фролов Саша	
Лобов Егор		
Лукьяненко Вероника		
Осипов Павел		
Циорба Влад		
$x^2 + 2x - 8 = 0$	$4x^2 - 8x + 3 = 0$	$3x^2 + 2x - 1 = 0$

Сколько нам открытий чудных готовит просвещения дух?



Решить графически уравнение

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

Как решить уравнение?

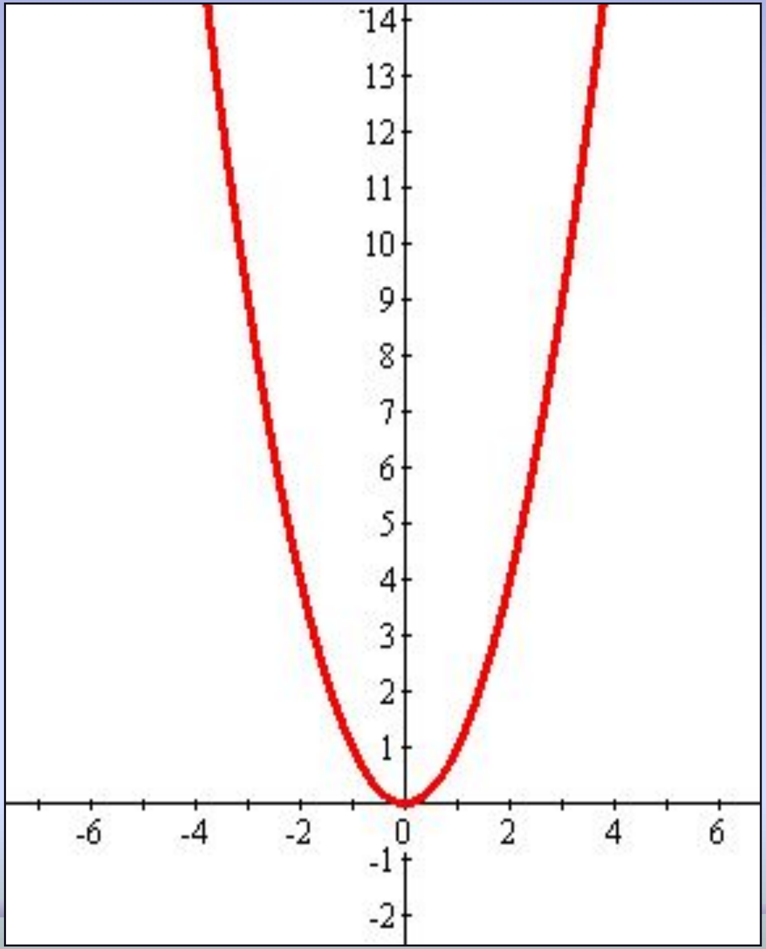
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

- Построить график квадратичной функции и абсциссы точек пересечения параболы с осью *x* будут являться корнями уравнения.
- Выполнить преобразование уравнения, рассмотреть функции, построить графики этих функций, установить точки пересечения графиков функций, абсциссы которых и будут являться корнями уравнения.

Решить графически уравнение

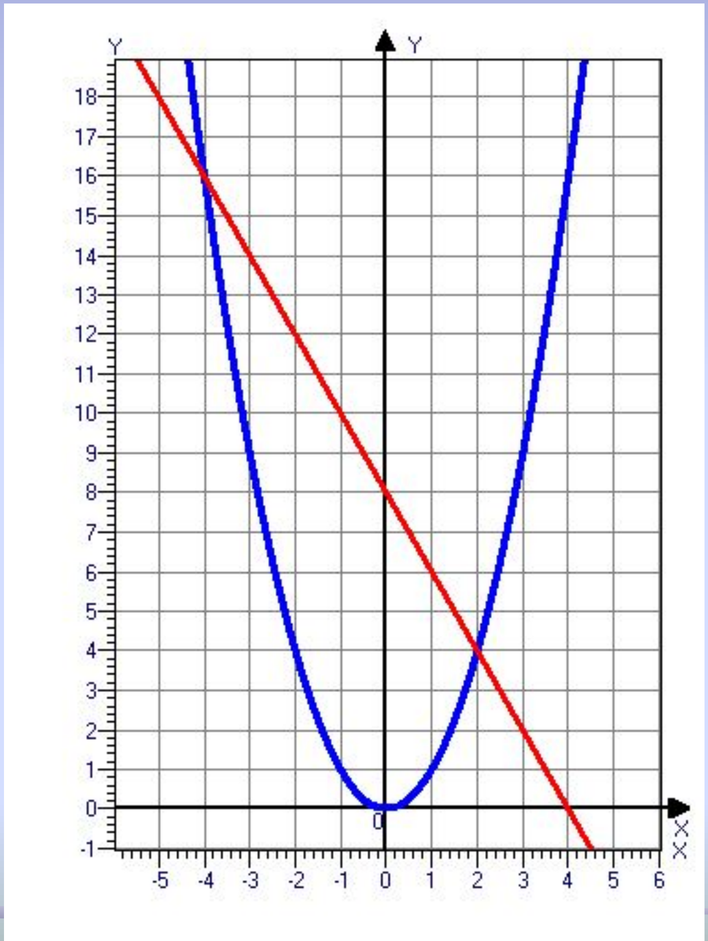
$$x^2 = -2x + 8$$

Построить график функции



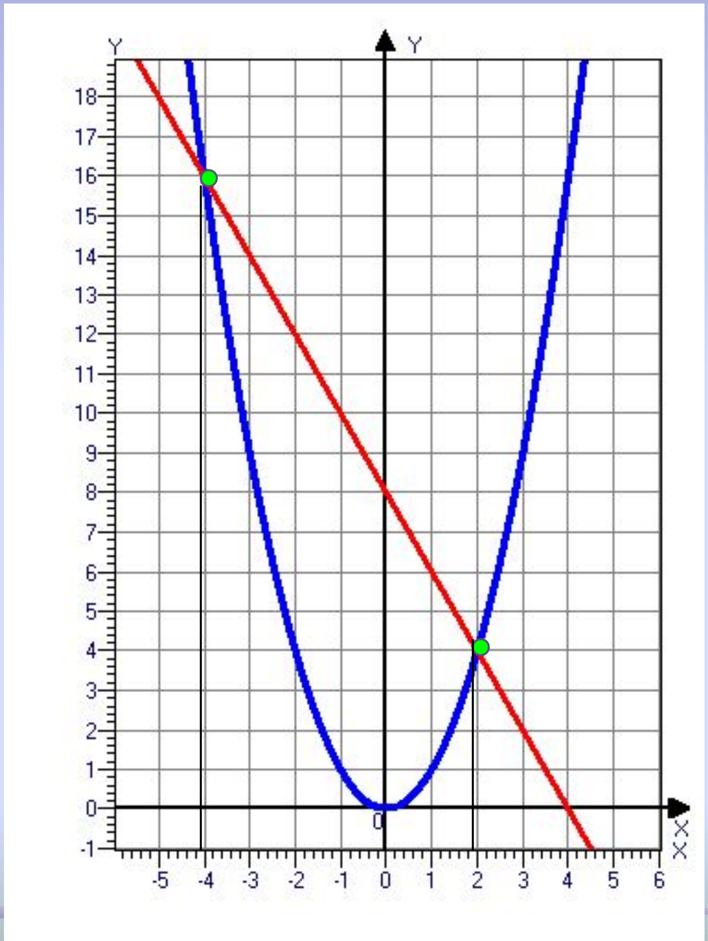
$$y = x^2$$

Построить график функции



$$y = -2x + 8$$

Корни уравнения: абсциссы точек пересечения графиков функций

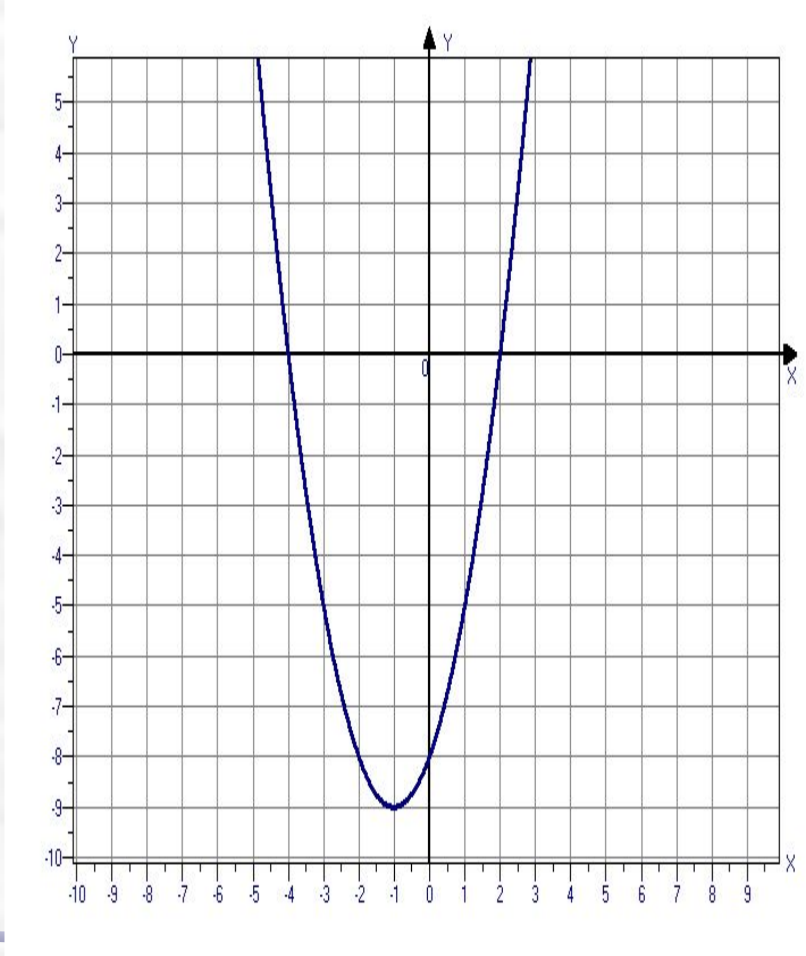


$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

Построить график функции

$$y = x^2 + 2x - 8$$



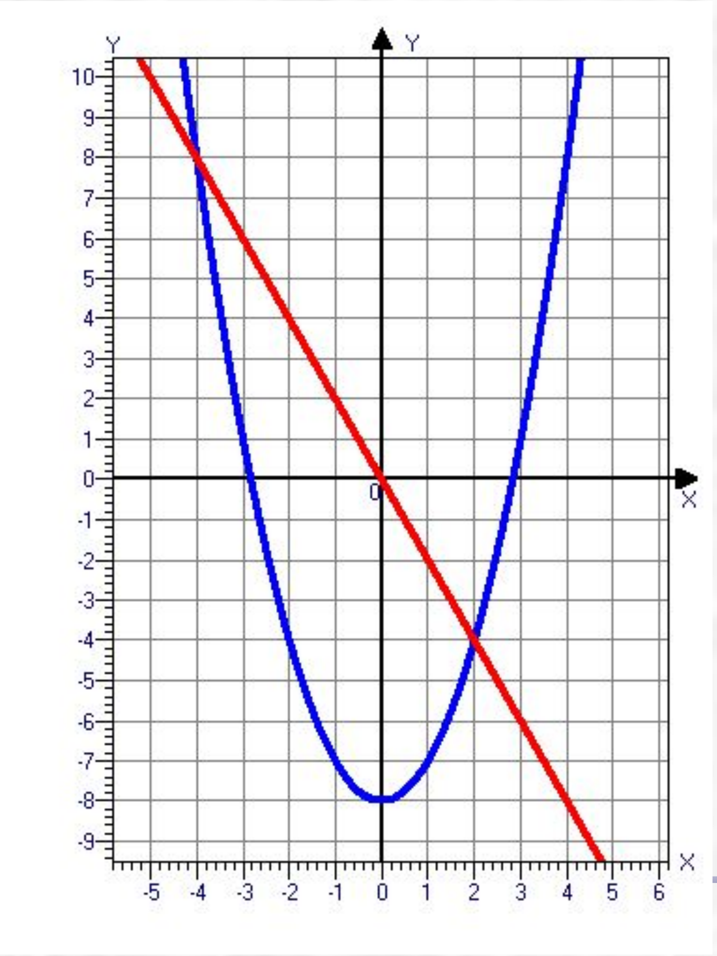
Корни уравнения:

точки пересечения параболы с осью OX

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

Решить графически уравнение



$$x^2 - 8 = -2x$$

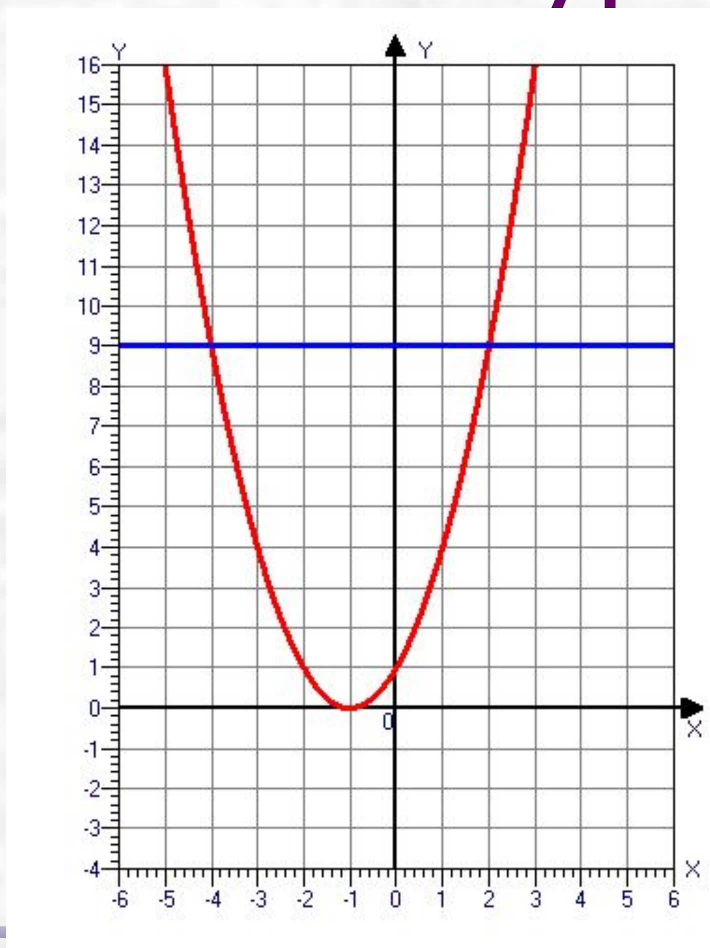
Корни уравнения:

точки пересечения параболы и прямой

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

Решить графически уравнение



$$(x+1)^2 = 9$$

Корни уравнения: точки пересечения параболы и прямой

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 2$$

Итог

Познакомились:

- с графическим методом решения квадратных уравнений;
- с различными способами графического решения квадратных уравнений.
- закрепили знания по построению графиков различных функций.

Заключительное слово учителя:

- «Чем больше и глубже вам удастся усвоить азы математики и научиться пользоваться ее методами, тем дальше и быстрее вы сумеете продвинуться в использовании математических средств в той области деятельности, которой займетесь после школы»

Желаю удачи !