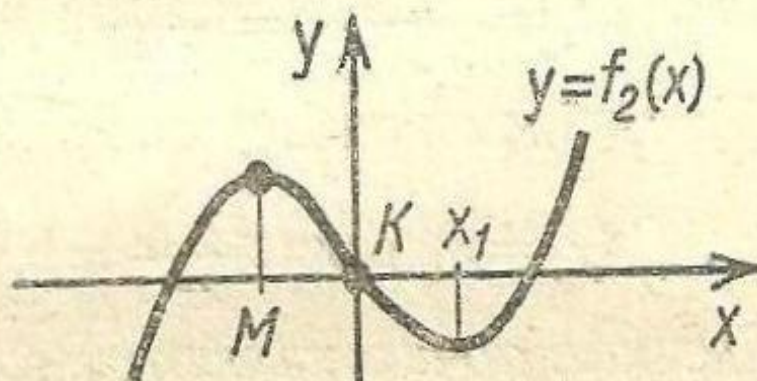
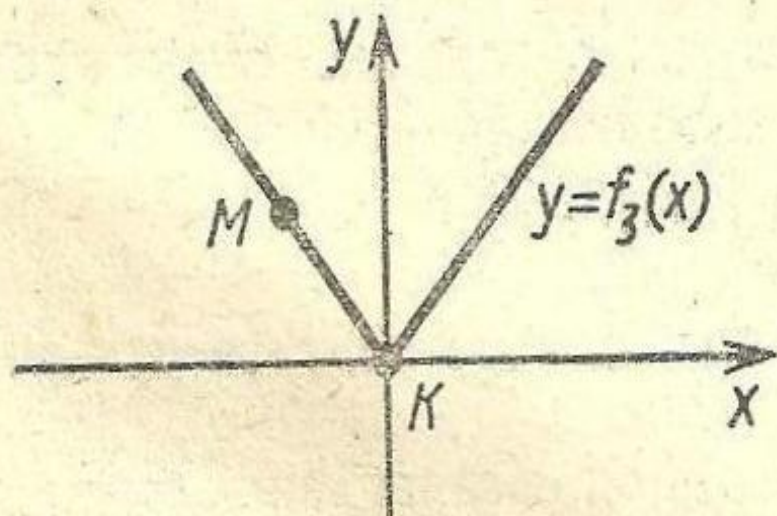


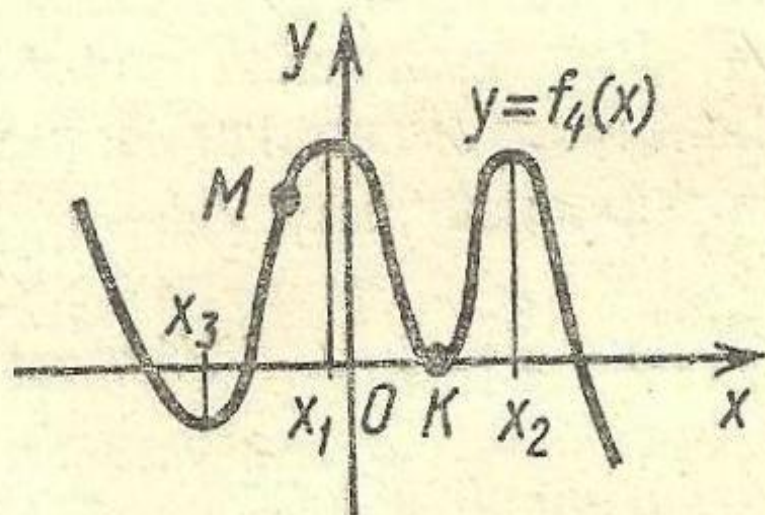
a)



b)



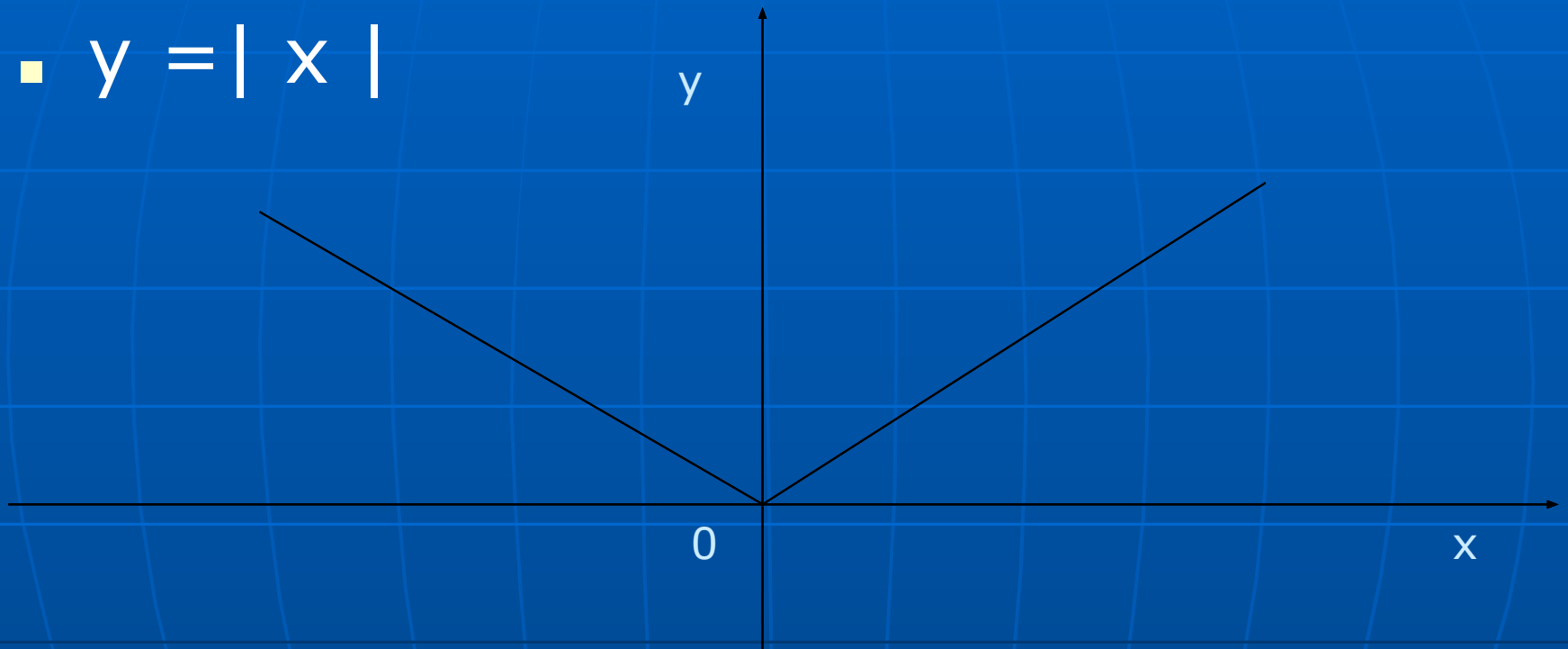
c)



d)

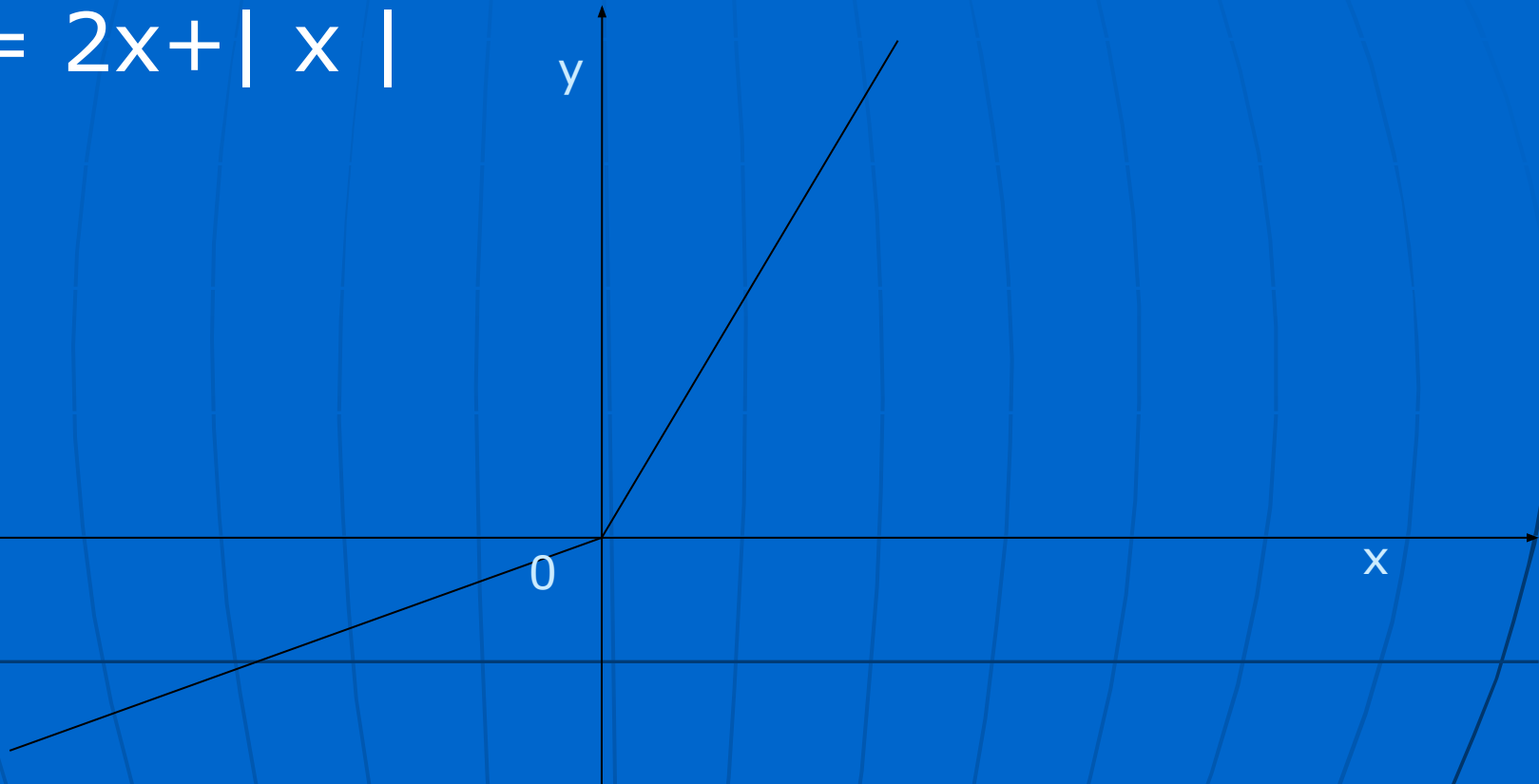
Функция  $f(x) = |x|$ 

- $y = |x|$



Функция  $f(x) = 2x + |x|$

- $y = 2x + |x|$



## Алгоритм исследования функции $f$ на экстремум с помощью производной :

- Найти  $D(f)$  и исследовать на непрерывность функцию  $f$ .
- Найти производную  $f'$  и представить ее в удобной форме.
- Найти критические точки функции  $f$  и на координатной прямой отметить промежутки знакопостоянства  $f'$ .
- Посмотрев на рисунок знаков  $f'$ , определить точки минимума и максимума функции и вычислить значения  $f$  в этих точках.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

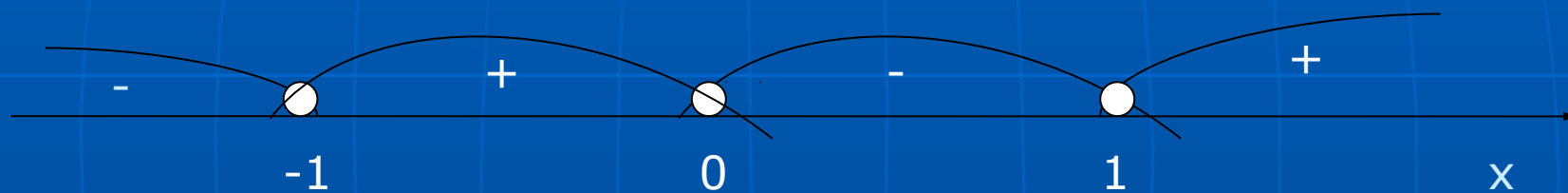


Рис.1 (знаки  $f'$ )

# алгоритм отыскания промежутков монотонности функции $f$

- Найти  $D(f)$ .
- Найти производную  $f'$  и представить ее в удобной форме.
- Найти критические точки функции  $f$ .
- Удалить из  $D(f)$  критические точки  $f$  и оставшуюся часть  $D(f)$  изобразить на координатной прямой. Взять по одной точке в каждом из полученных промежутков и установить знак производной в них (таков будет и знак  $f'$  на всем промежутке в силу замечания 2).
- Исследовать непрерывность  $f$  на концах промежутков из пункта 4 (если это нужно) и записать ответ, используя замечание 1.

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

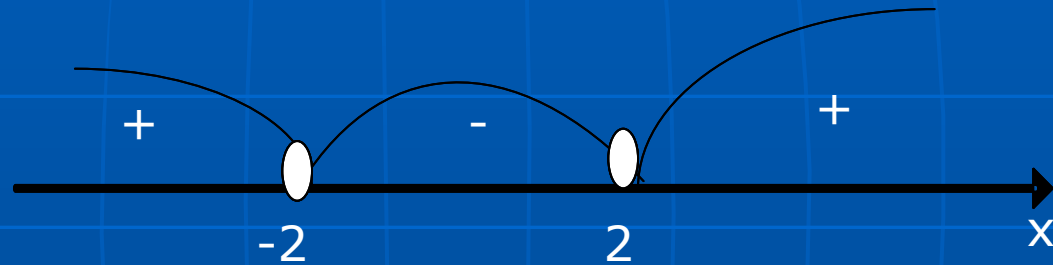


Рис.2 (знаки  $f'$ )

## Общая схема исследования функции $f$ :

- Найти область определения и значений данной функции  $f$ .
- Выяснить, обладает ли функция особенностями, облегчающими исследование, то есть является ли функция  $f$ :
  - а) четной или нечетной;
  - б) периодической.
- Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.
- Найти промежутки знакопостоянства функции  $f$ .
- Выяснить, на каких промежутках функция  $f$  возрастает, а на каких убывает.
- Найти точки экстремума (максимум или минимум) и вычислить значения  $f$  в этих точках.
- Исследовать поведение функции  $f$  в окрестности характерных точек не входящих в область определения.
- Построить график функции.



$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$

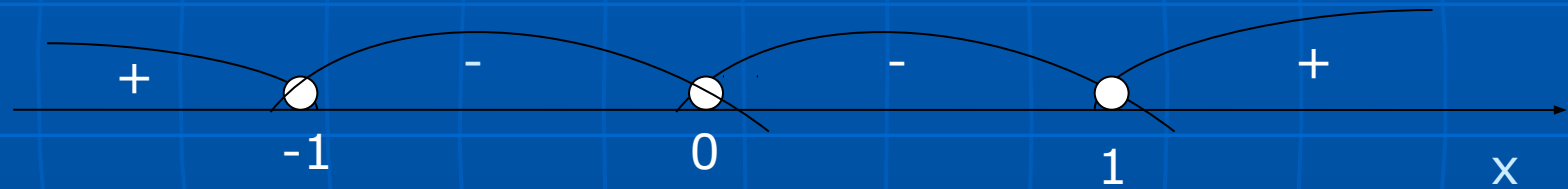
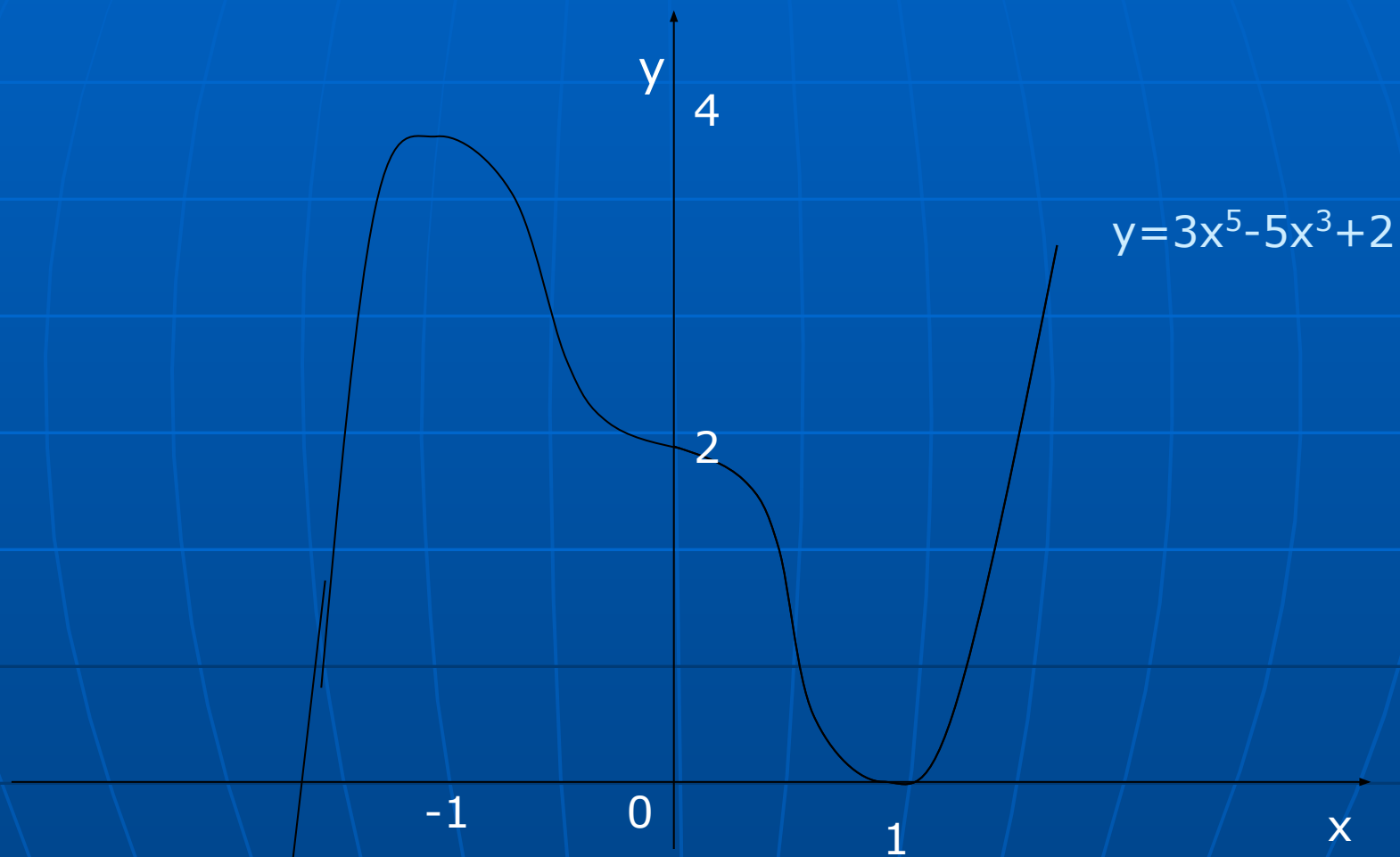


Рис.3 (знаки  $f'$ )

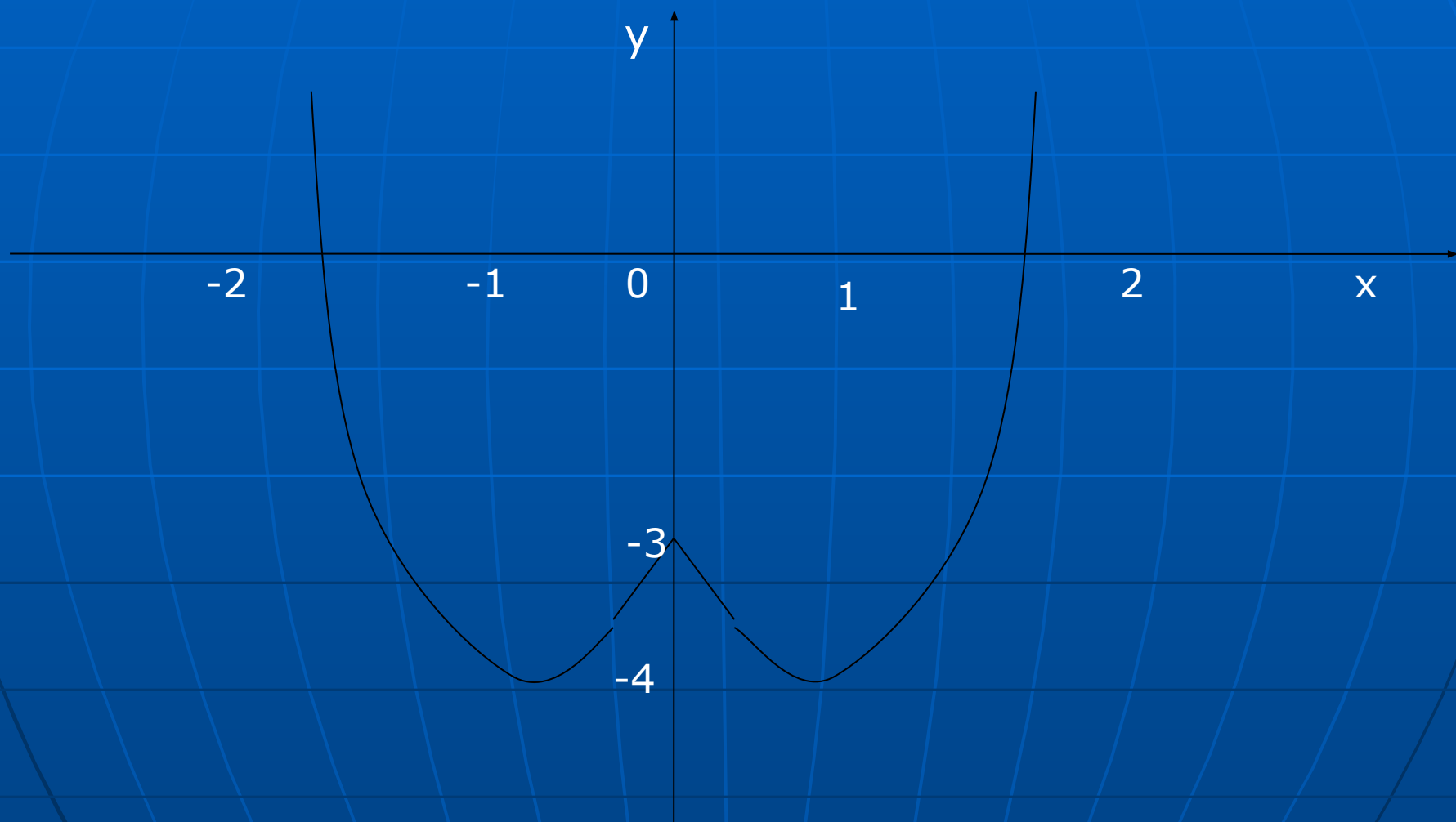
$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; \infty)$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	$4$	$\downarrow$		$\downarrow$	$2$	$\uparrow$
		max				min	

График функции  $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$ 

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$$

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 0)$	$0$	$(0; 1)$	$1$	$(1; \infty)$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\downarrow$	$-4$	$\uparrow$	$-3$	$\downarrow$	$-4$	$\uparrow$
		min		max		min	

График функции  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ 

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 11$$

$x$	$(-\infty; -1)$	$-1$	$(-1; 2)$	$2$	$(2; \infty)$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	$-4$	$\downarrow$	$-31$	$\uparrow$
		max		min	

$$p'(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

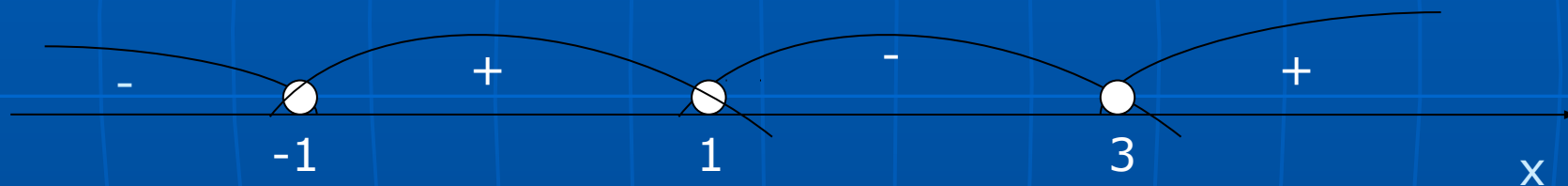
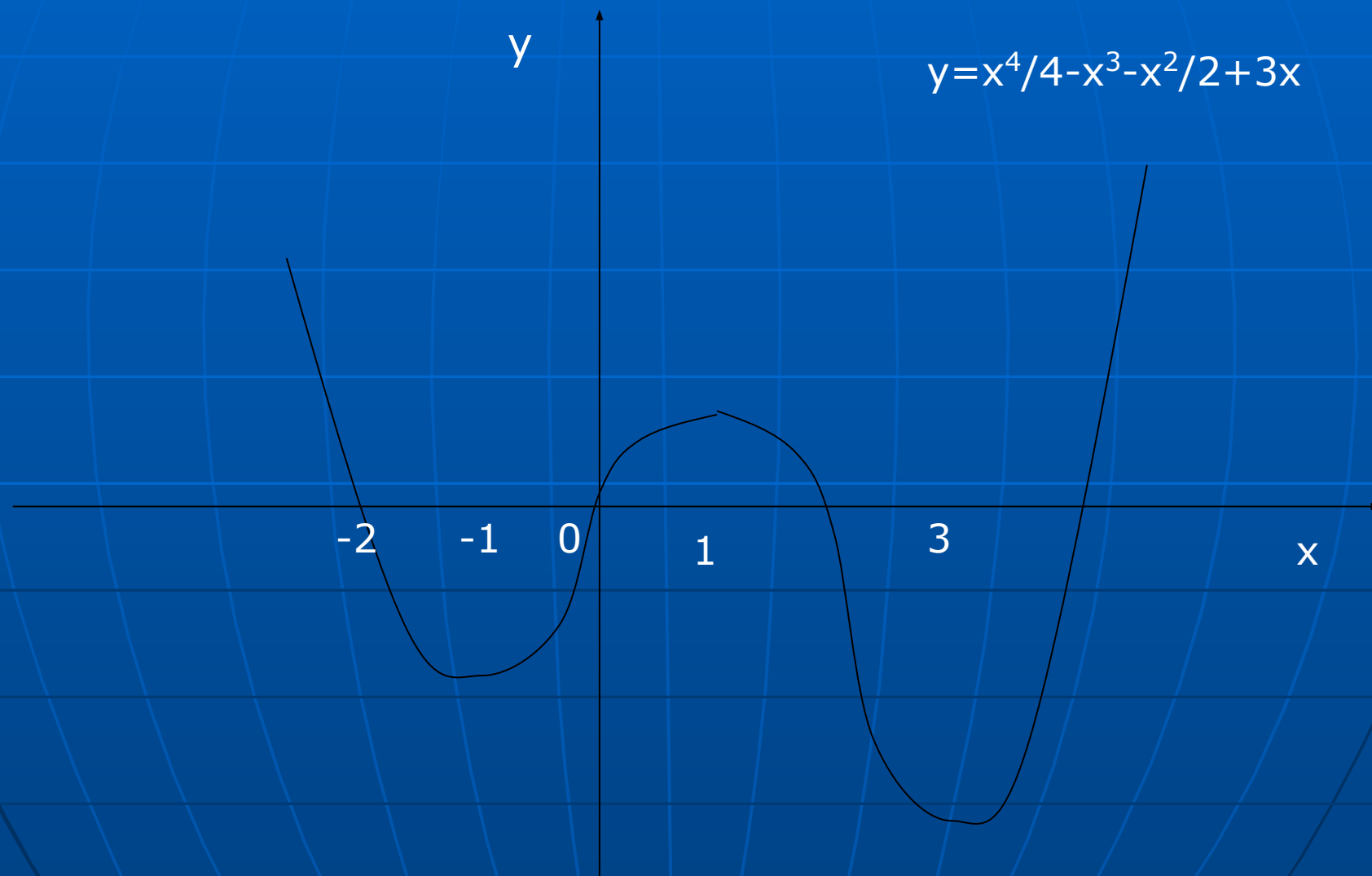


Рис.4 (знаки  $p'$ )

# График функции

$$p(x) = x^4/4 - x^3 - x^2/2 + 3x$$




$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

$x$	$(-\infty; 0)$	$0$	$(0; 2)$	$2$	$(2; \infty)$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	$0$	$\downarrow$	$-4$	$\uparrow$
		max		min	

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

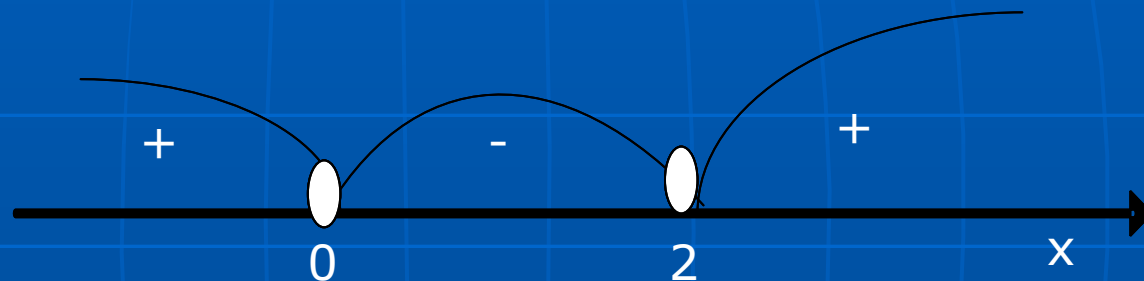
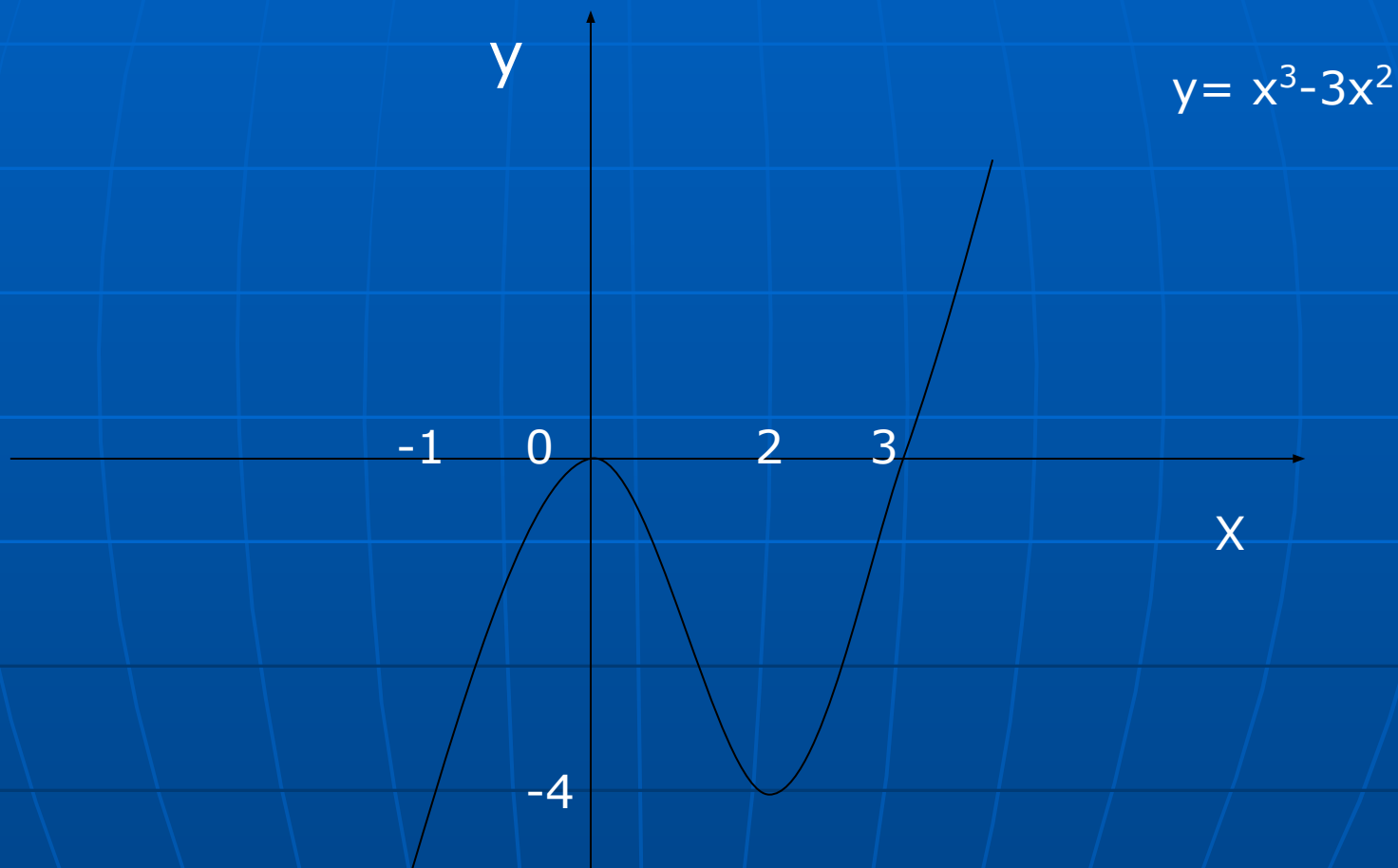


Рис.5 (знаки  $f'$ )

График функции  $f(x) = x^3 - 3x^2$ 

$$p'(x) = 4x^3 - 12x^2$$

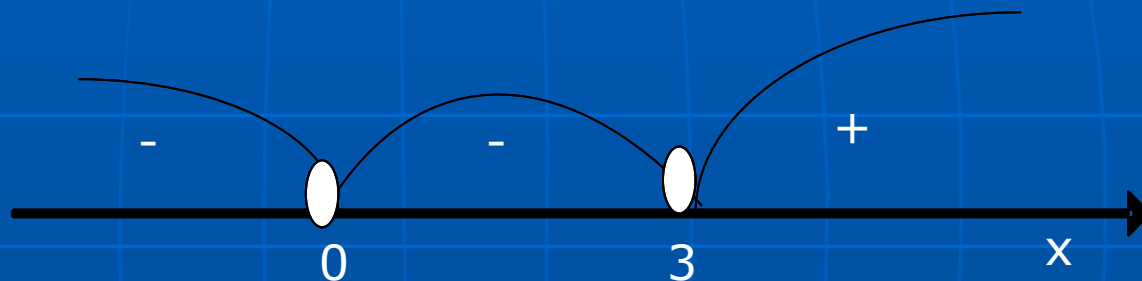
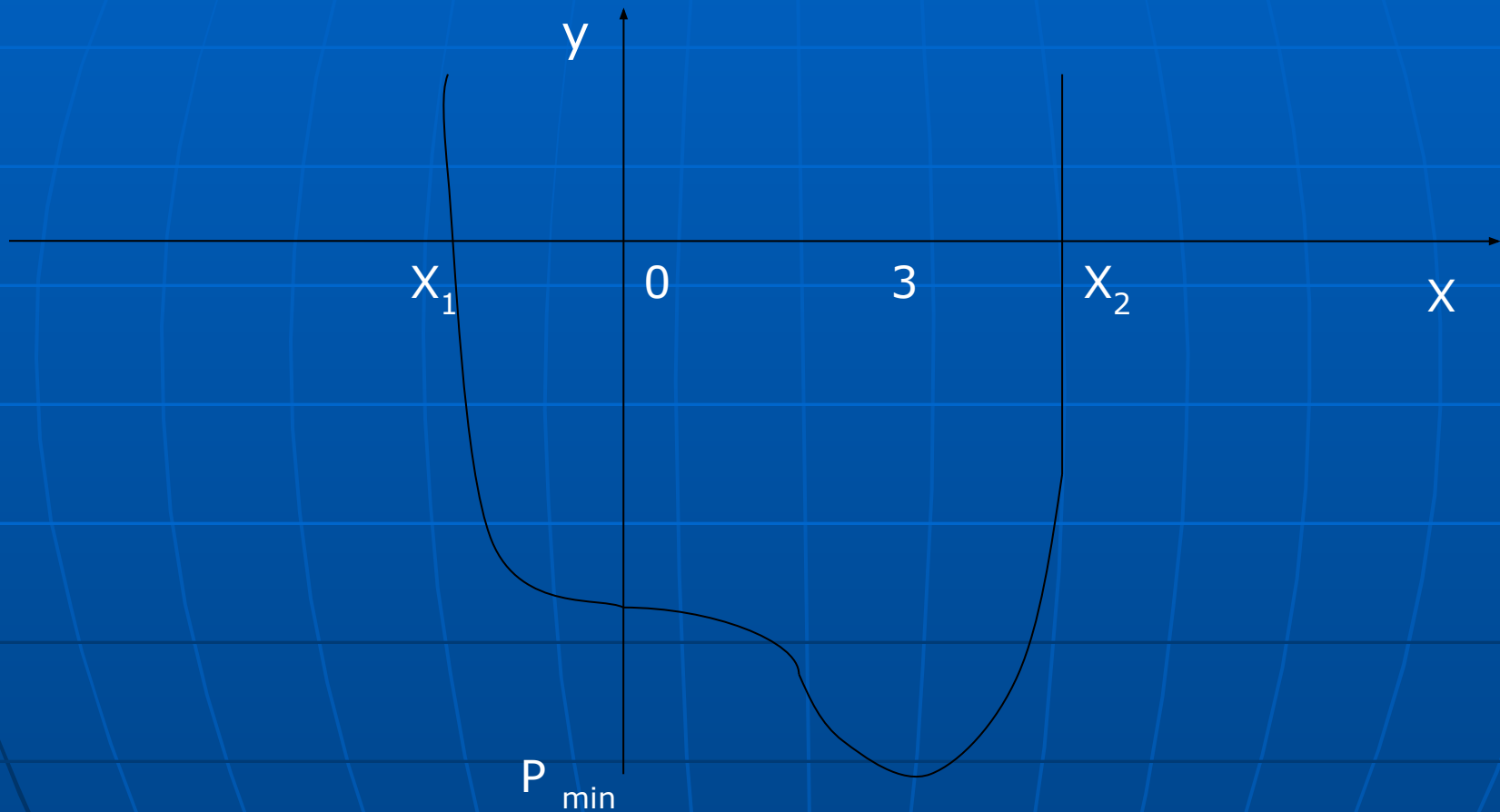


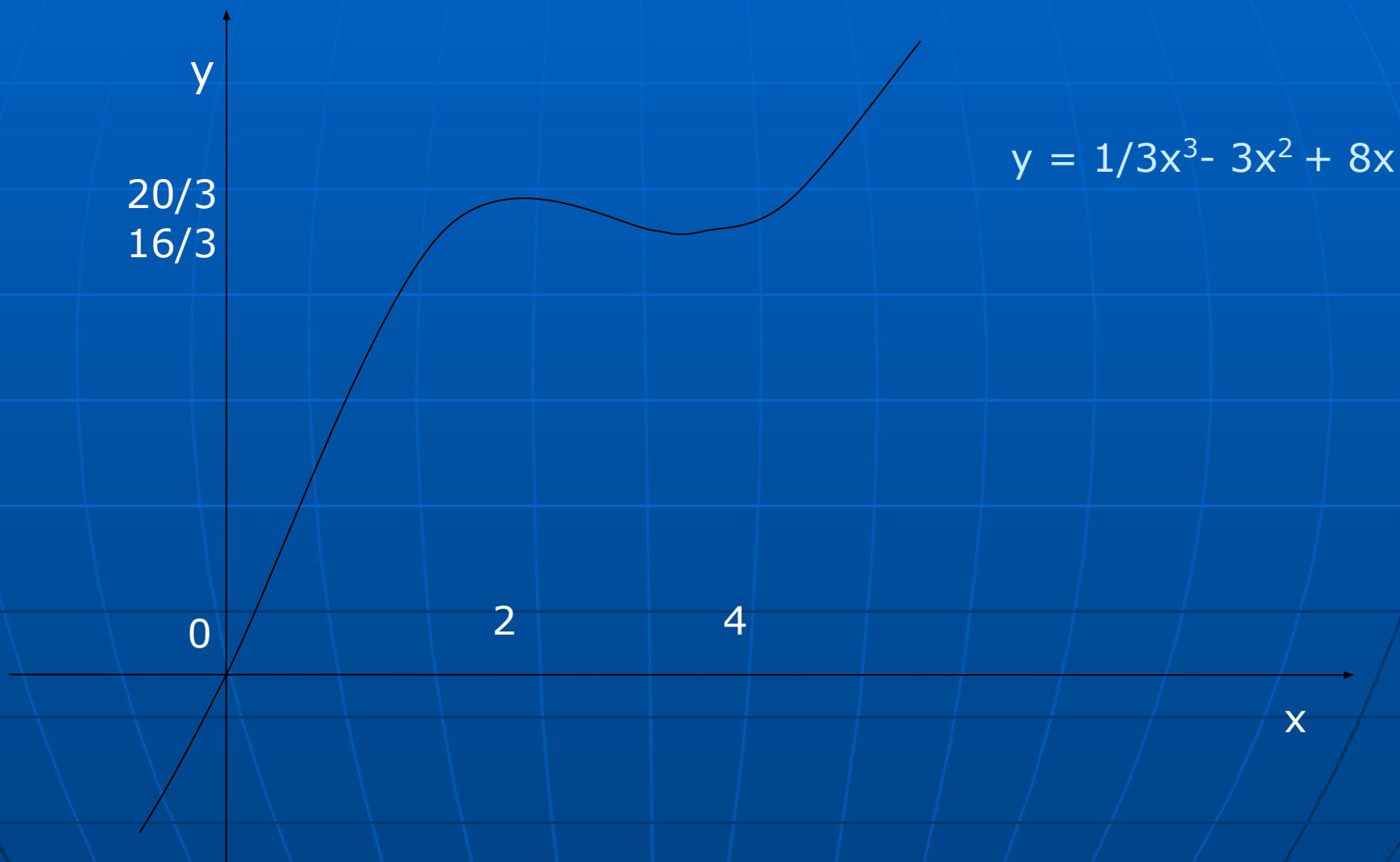
Рис.6 (знаки  $p'$ )

График функции  $p(x) = x^4 - 4x^3 - 9$ 

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$$

$x$	$(-\infty; 2)$	2	$(2; 4)$	4	$(4; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	$\frac{20}{3}$	↓	$\frac{16}{3}$	↑
		max		min	

# График функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$



$$p'(x) = -x^2 + 2x$$

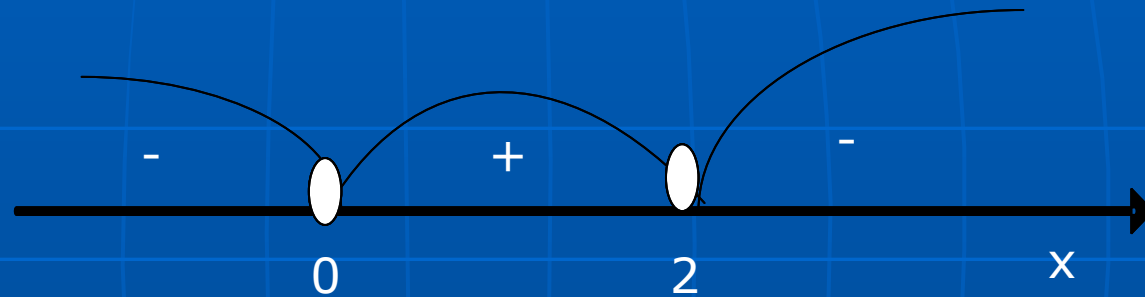


Рис.7 (знаки  $p'$ )



# График функции $p(x) = -x^3/3 + x^2 - 1$

