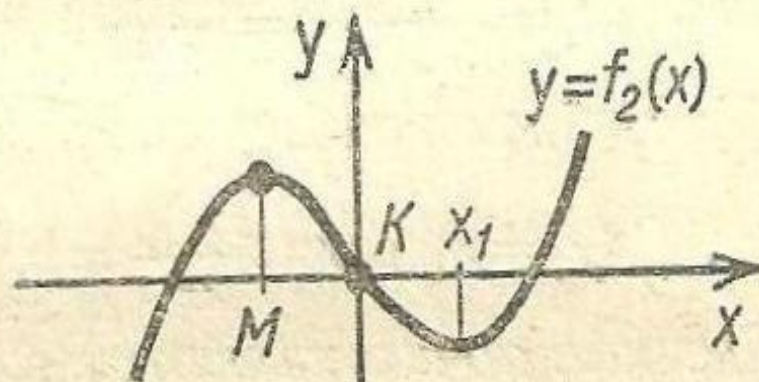
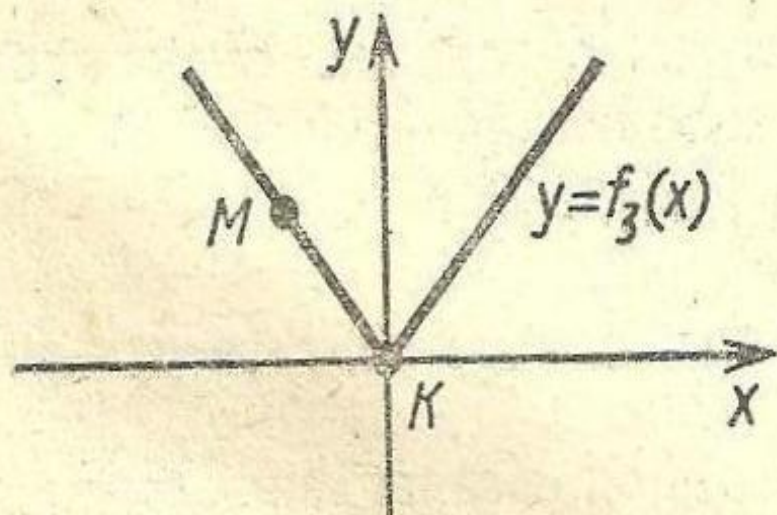


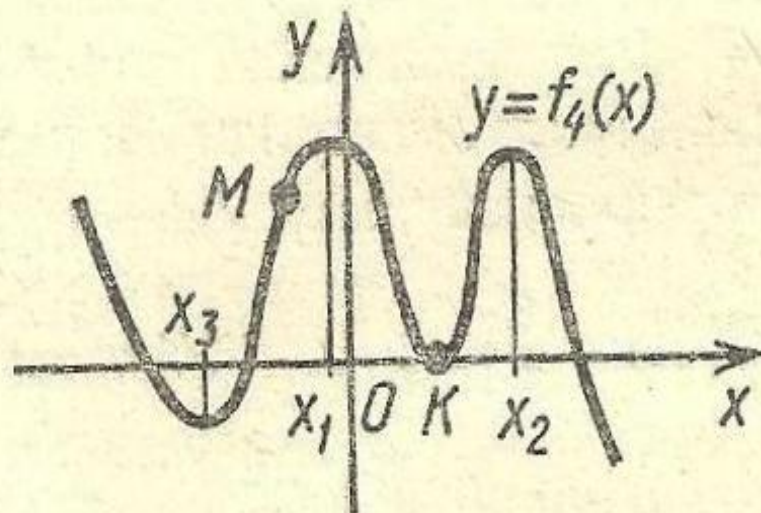
a)



d)



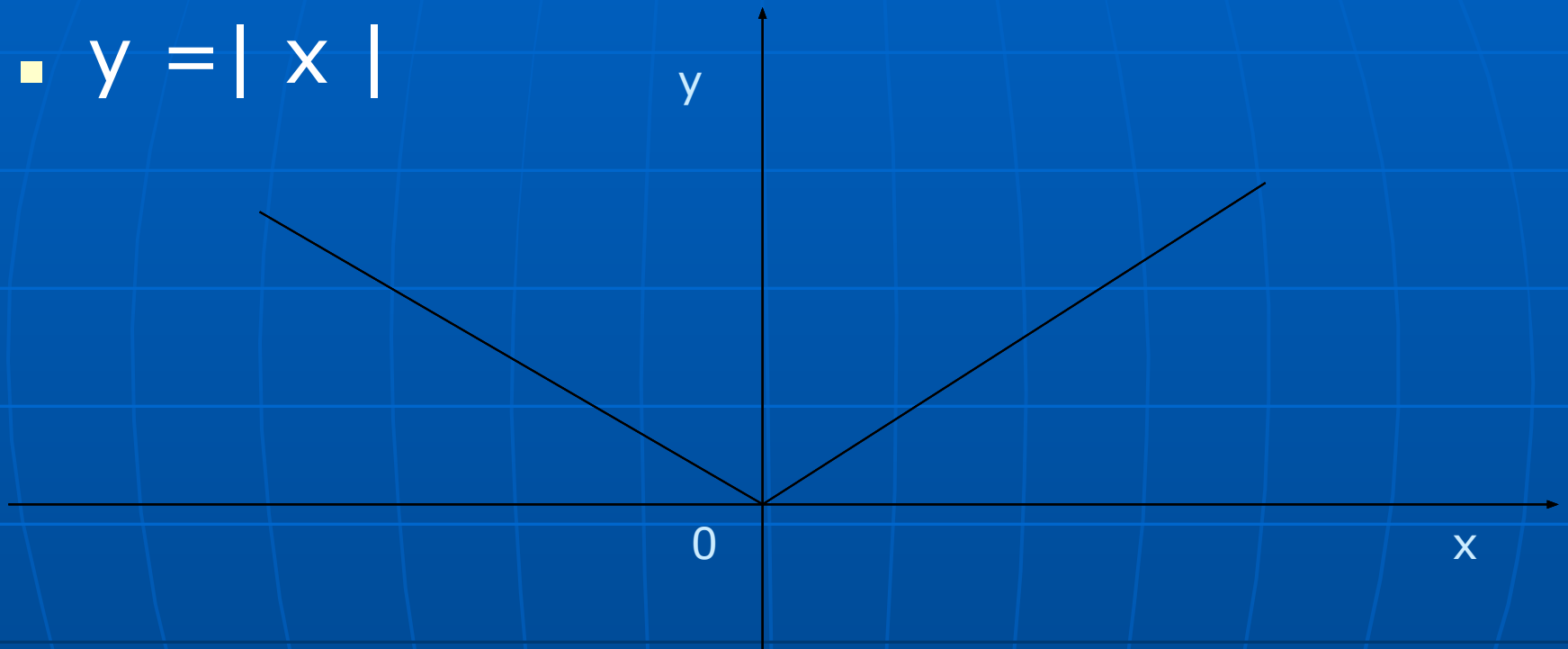
b)



e)

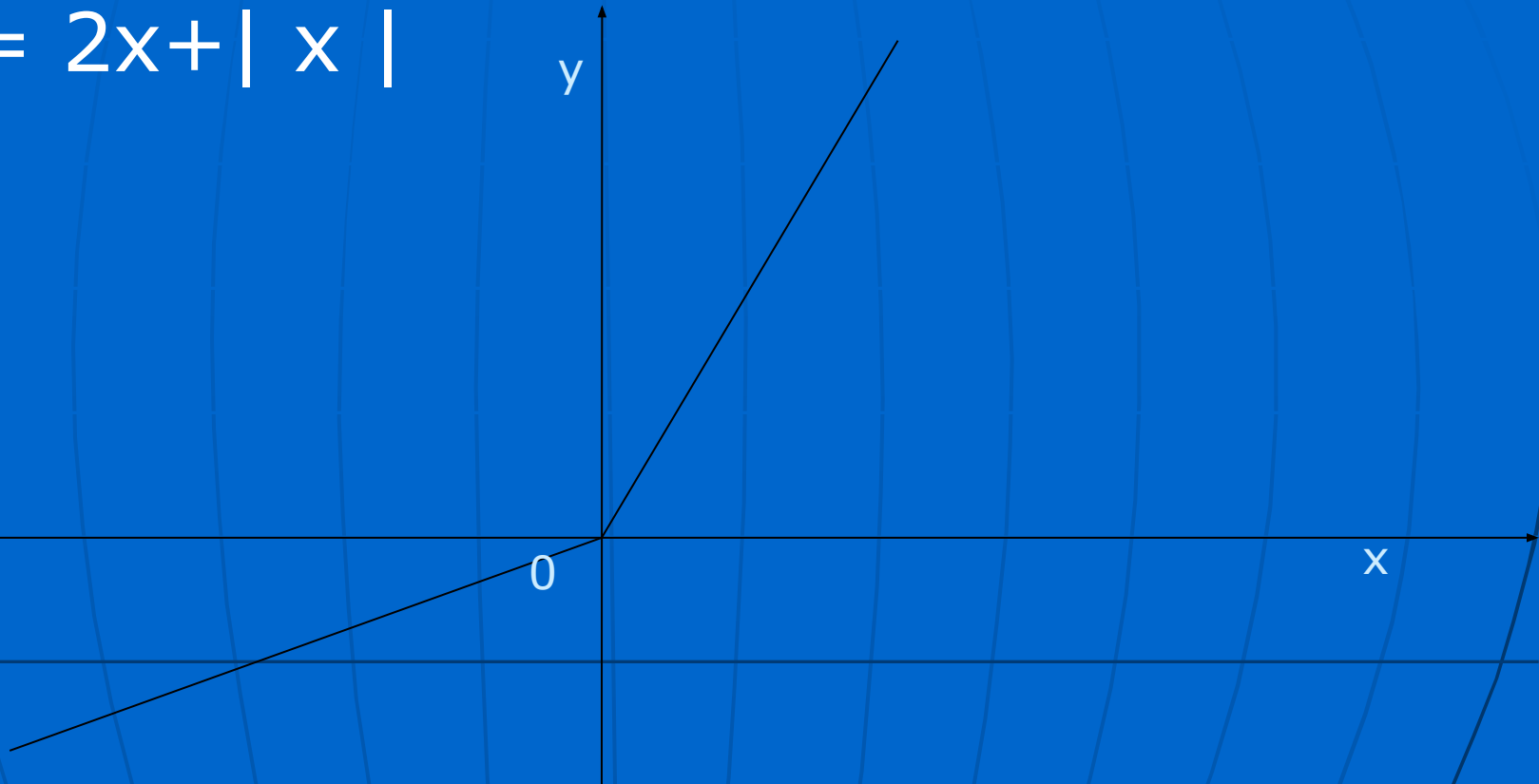
Функция $f(x) = |x|$

- $y = |x|$



Функция $f(x) = 2x + |x|$

- $y = 2x + |x|$



Алгоритм исследования функции f на экстремум с помощью производной :

- Найти $D(f)$ и исследовать на непрерывность функцию f .
- Найти производную f' и представить ее в удобной форме.
- Найти критические точки функции f и на координатной прямой отметить промежутки знакопостоянства f' .
- Посмотрев на рисунок знаков f' , определить точки минимума и максимума функции и вычислить значения f в этих точках.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

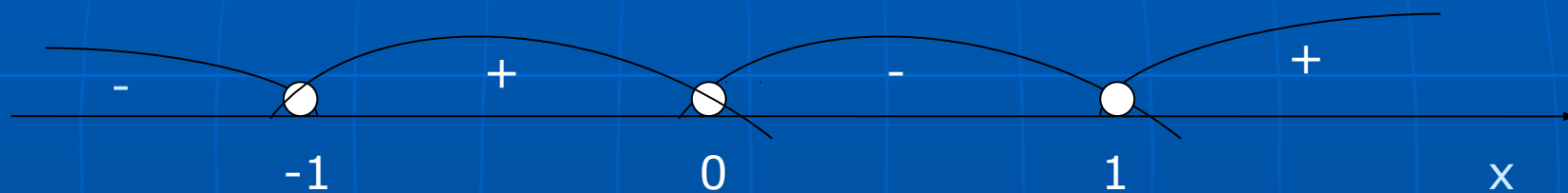


Рис.1 (знаки f')

алгоритм отыскания промежутков монотонности функции f

- Найти $D(f)$.
- Найти производную f' и представить ее в удобной форме.
- Найти критические точки функции f .
- Удалить из $D(f)$ критические точки f и оставшуюся часть $D(f)$ изобразить на координатной прямой. Взять по одной точке в каждом из полученных промежутков и установить знак производной в них (таков будет и знак f' на всем промежутке в силу замечания 2).
- Исследовать непрерывность f на концах промежутков из пункта 4 (если это нужно) и записать ответ, используя замечание 1.

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

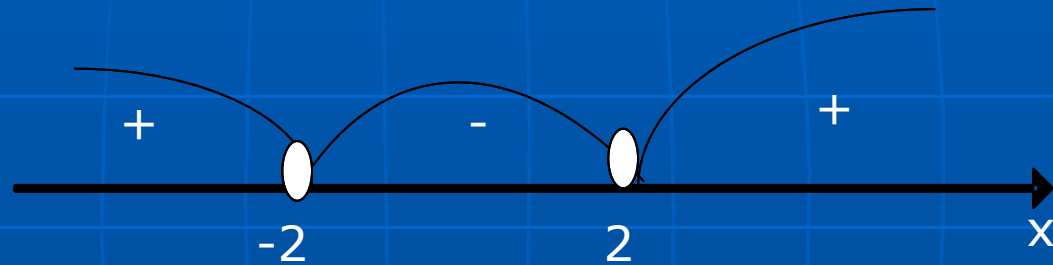


Рис.2 (знаки f')

Общая схема исследования функции f :

- Найти область определения и значений данной функции f .
- Выяснить, обладает ли функция особенностями, облегчающими исследование, то есть является ли функция f :
 - а) четной или нечетной;
 - б) периодической.
- Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.
- Найти промежутки знакопостоянства функции f .
- Выяснить, на каких промежутках функция f возрастает, а на каких убывает.
- Найти точки экстремума (максимум или минимум) и вычислить значения f в этих точках.
- Исследовать поведение функции f в окрестности характерных точек не входящих в область определения.
- Построить график функции.

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$

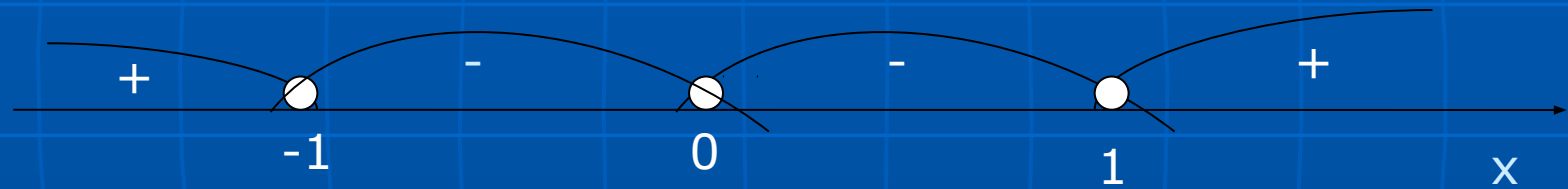
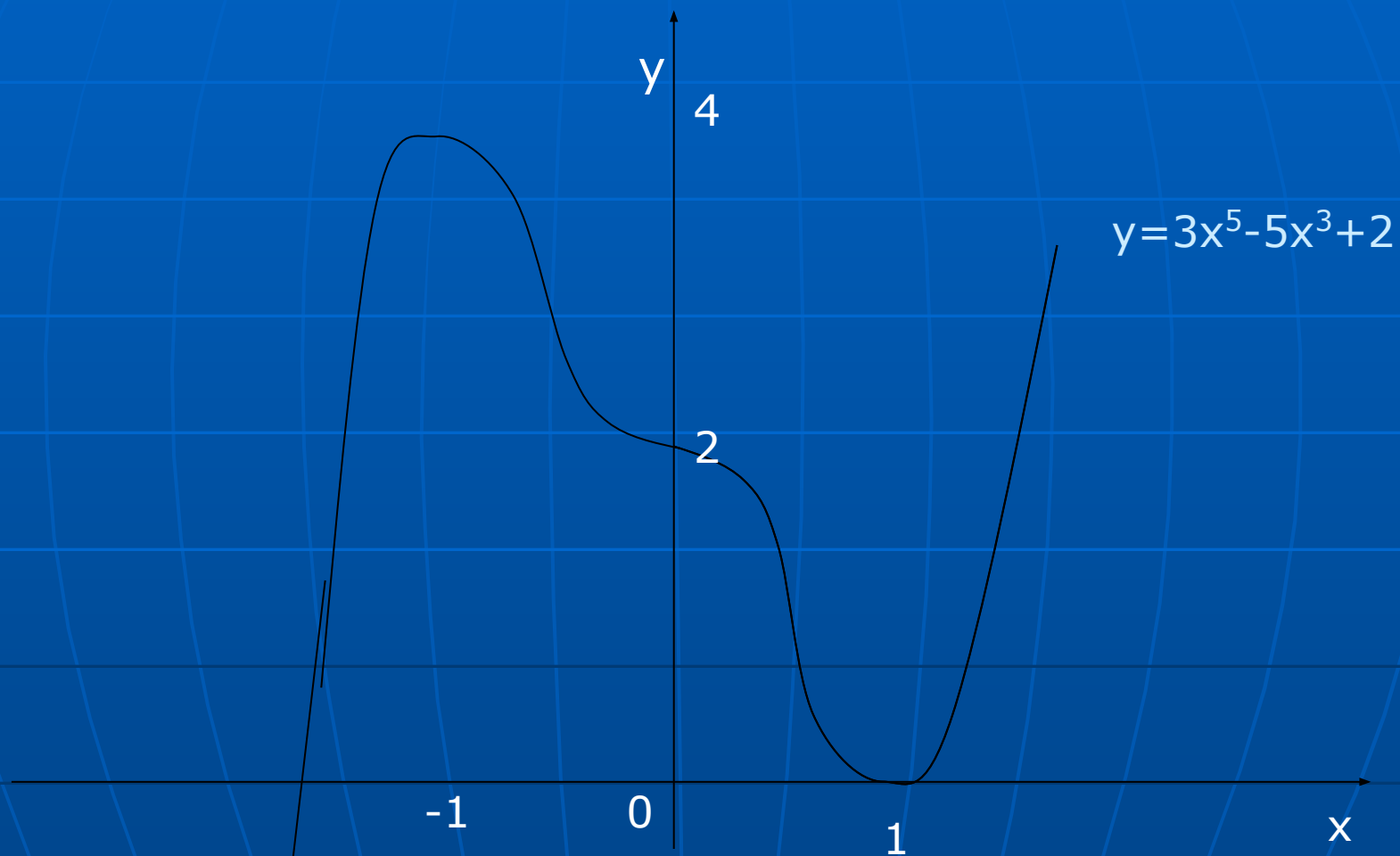


Рис.3 (знаки f')

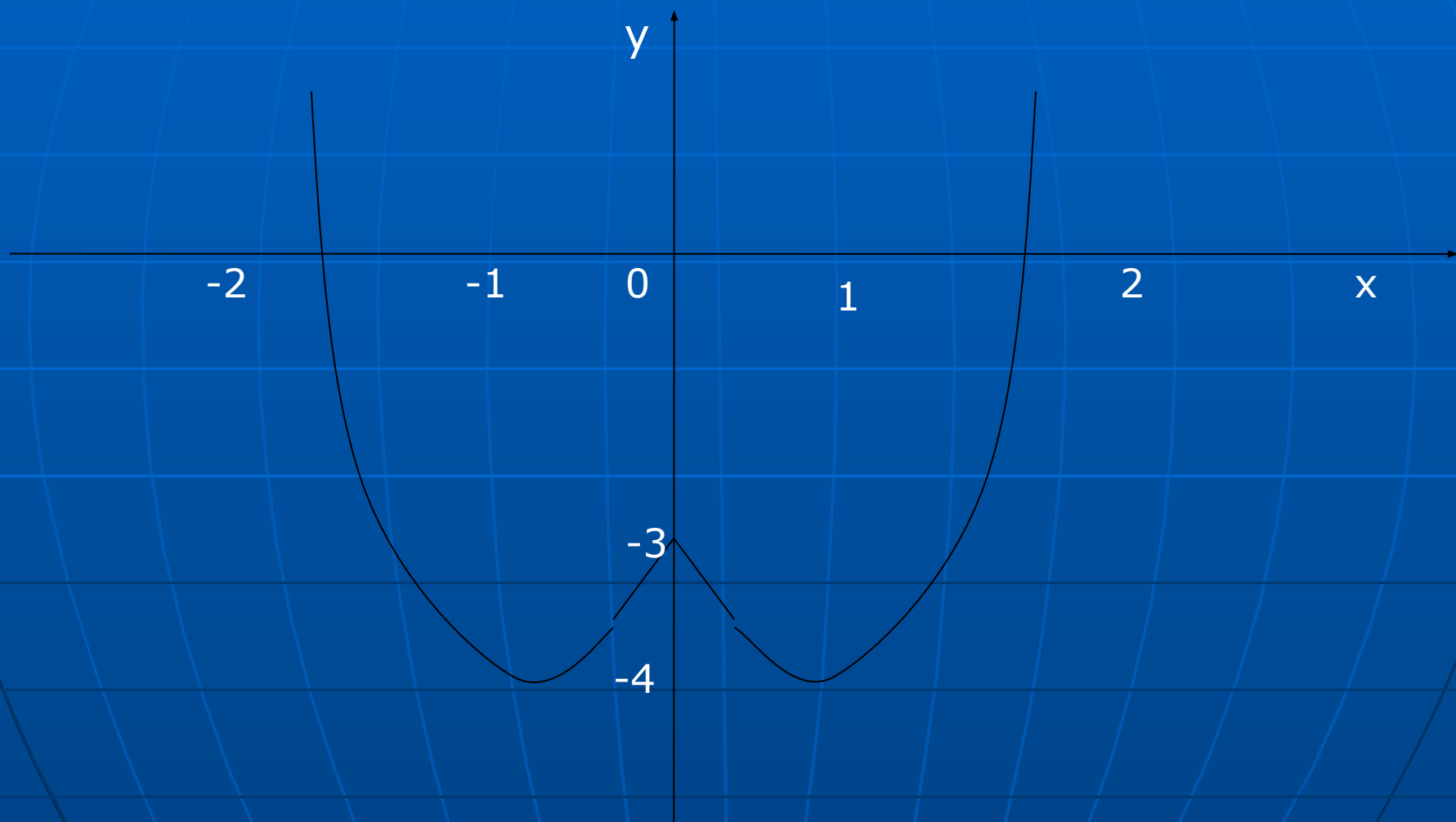
$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

| | | | | | | | |
|---------|-----------------|------|--------------|-----|--------------|-----|---------------|
| x | $(-\infty; -1)$ | -1 | $(-1; 0)$ | 0 | $(0; 1)$ | 1 | $(1; \infty)$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | \uparrow | 4 | \downarrow | | \downarrow | 2 | \uparrow |
| | | max | | | | min | |

График функции $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$ 

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$$

| | | | | | | | |
|---------|-----------------|------|------------|------|--------------|------|---------------|
| x | $(-\infty; -1)$ | -1 | $(-1; 0)$ | 0 | $(0; 1)$ | 1 | $(1; \infty)$ |
| $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | \downarrow | -4 | \uparrow | -3 | \downarrow | -4 | \uparrow |
| | | min | | max | | min | |

График функции $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ 

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 11$$

| | | | | | |
|---------|-----------------|------|--------------|-------|---------------|
| x | $(-\infty; -1)$ | -1 | $(-1; 2)$ | 2 | $(2; \infty)$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | \uparrow | -4 | \downarrow | -31 | \uparrow |
| | | max | | min | |

$$p'(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

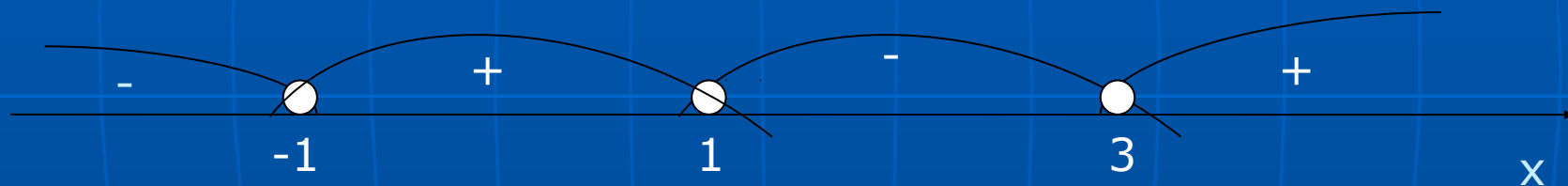
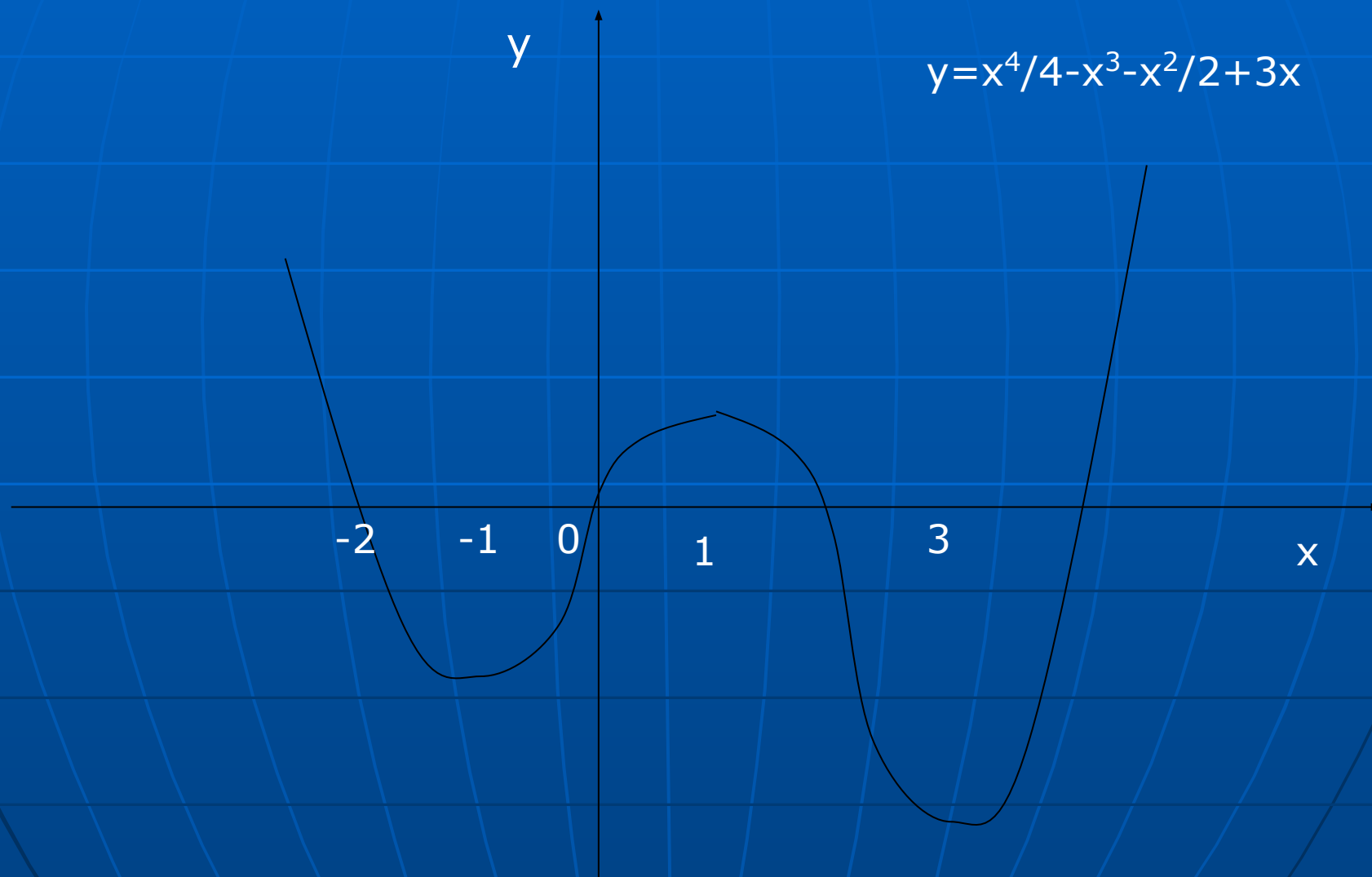


Рис.4 (знаки p')

График функции

$$p(x) = x^4/4 - x^3 - x^2/2 + 3x$$


$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

| | | | | | |
|---------|----------------|-----|--------------|------|---------------|
| x | $(-\infty; 0)$ | 0 | $(0; 2)$ | 2 | $(2; \infty)$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | \uparrow | 0 | \downarrow | -4 | \uparrow |
| | | max | | min | |

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

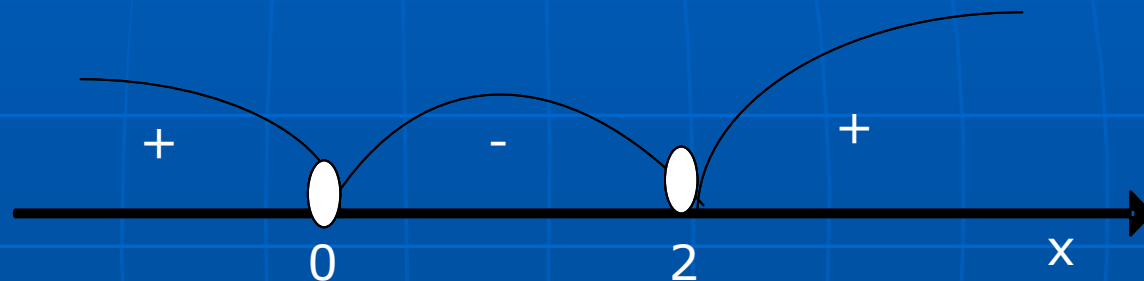
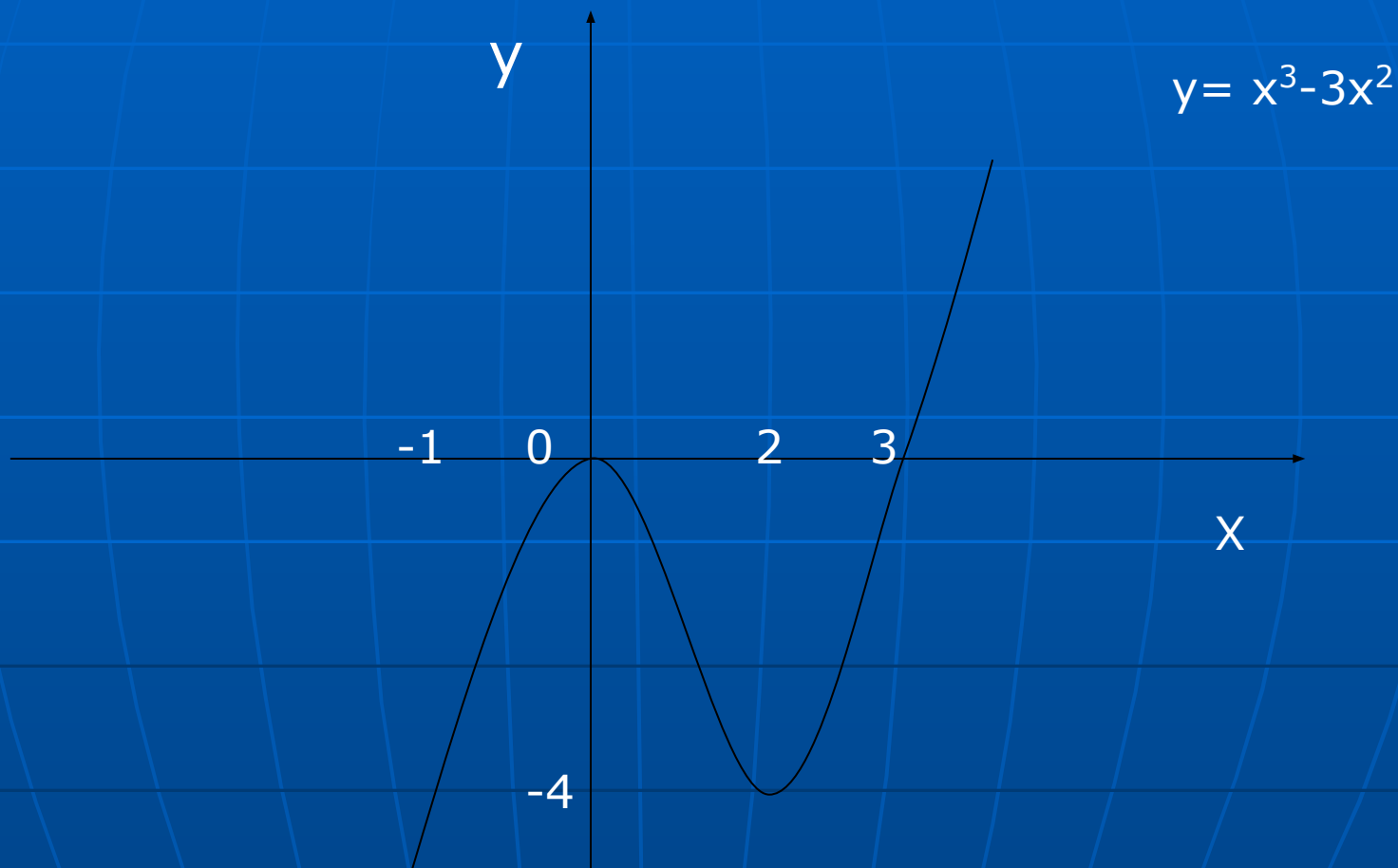


Рис.5 (знаки f')

График функции $f(x) = x^3 - 3x^2$ 

$$p'(x) = 4x^3 - 12x^2$$

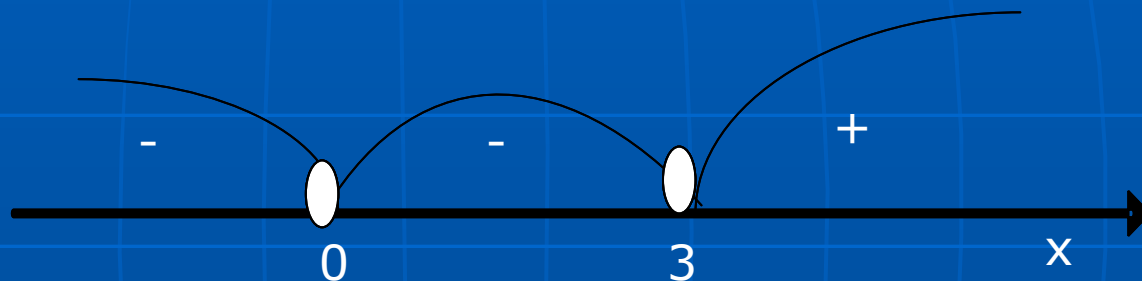
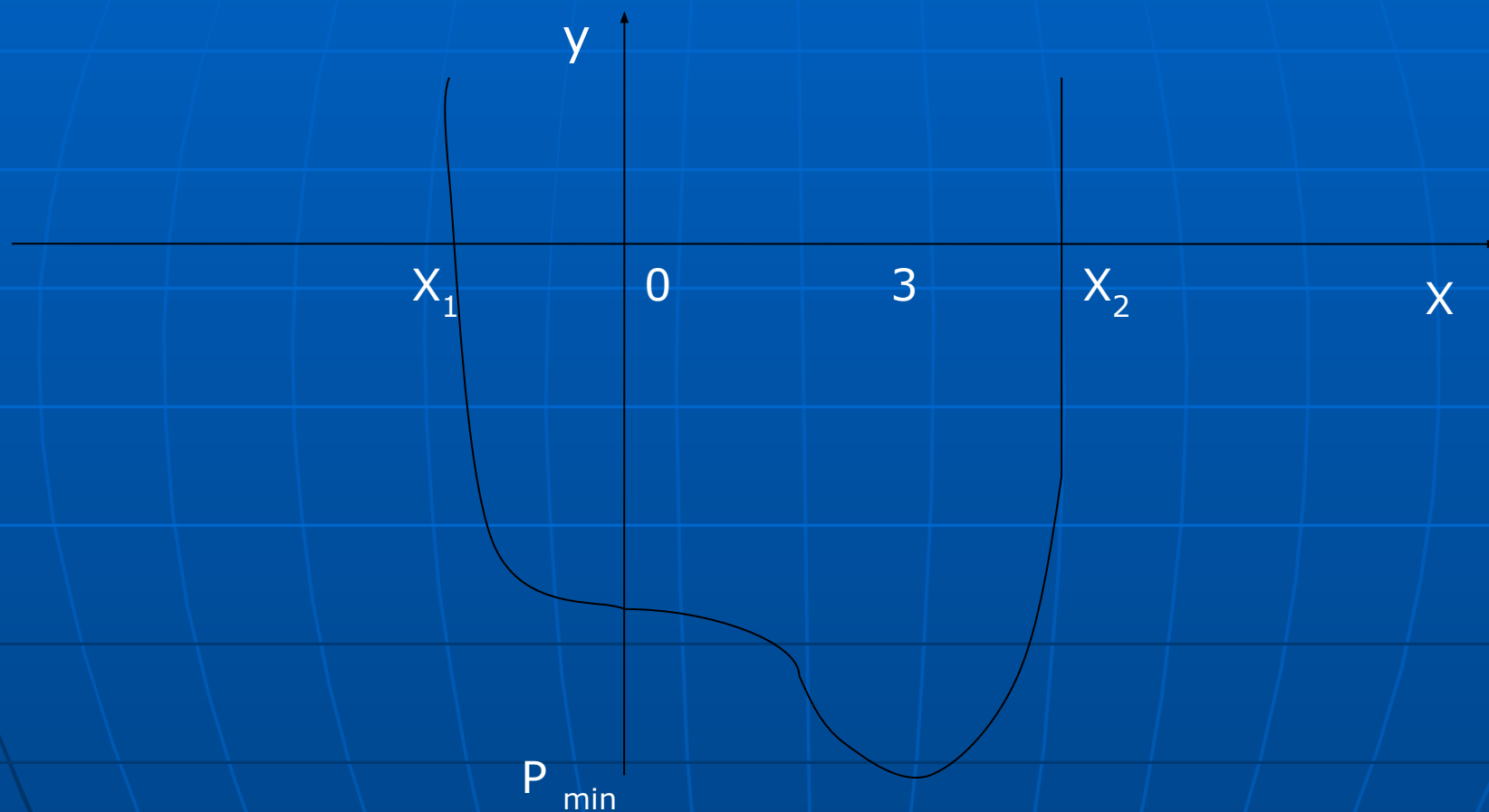
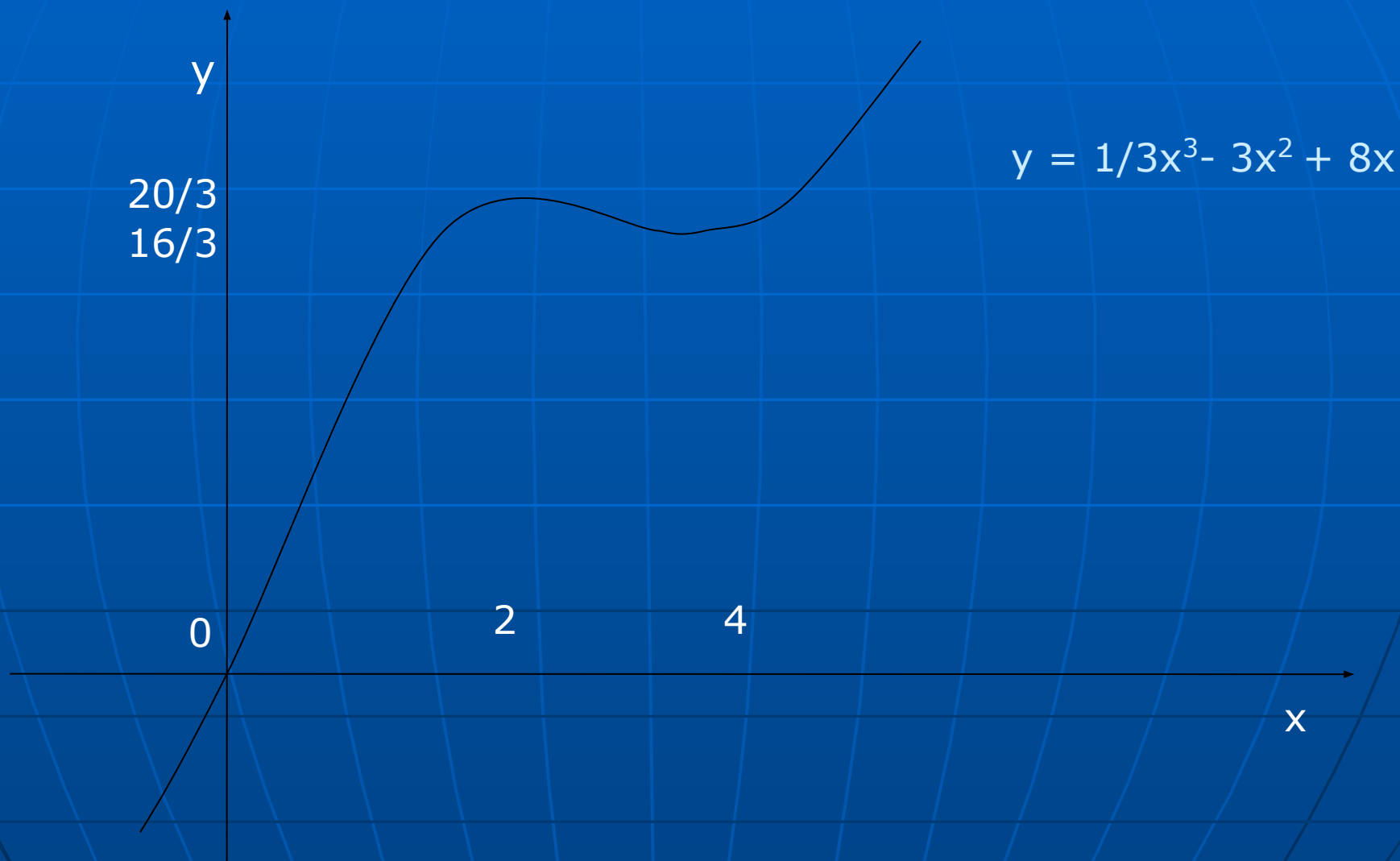


Рис.6 (знаки p')

График функции $p(x) = x^4 - 4x^3 - 9$ 

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$$

| | | | | | |
|---------|----------------|--------|----------|--------|---------------|
| x | $(-\infty; 2)$ | 2 | $(2; 4)$ | 4 | $(4; \infty)$ |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |
| $f(x)$ | ↑ | $20/3$ | ↓ | $16/3$ | ↑ |
| | | max | | min | |

График функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$ 

$$p'(x) = -x^2 + 2x$$

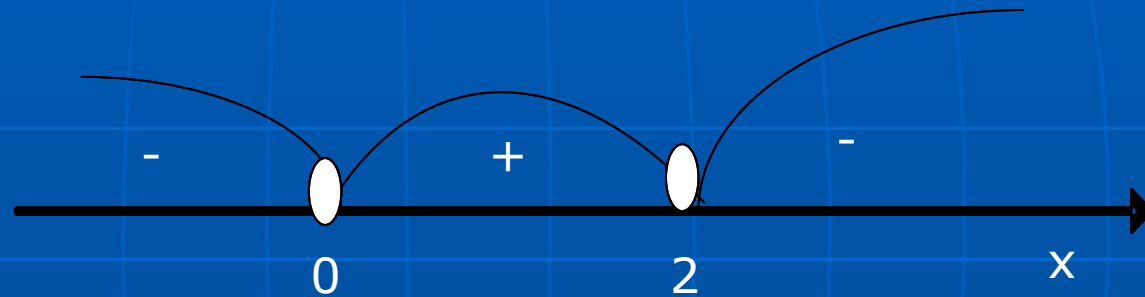


Рис.7 (знаки p')

График функции $p(x) = -x^3/3 + x^2 - 1$

