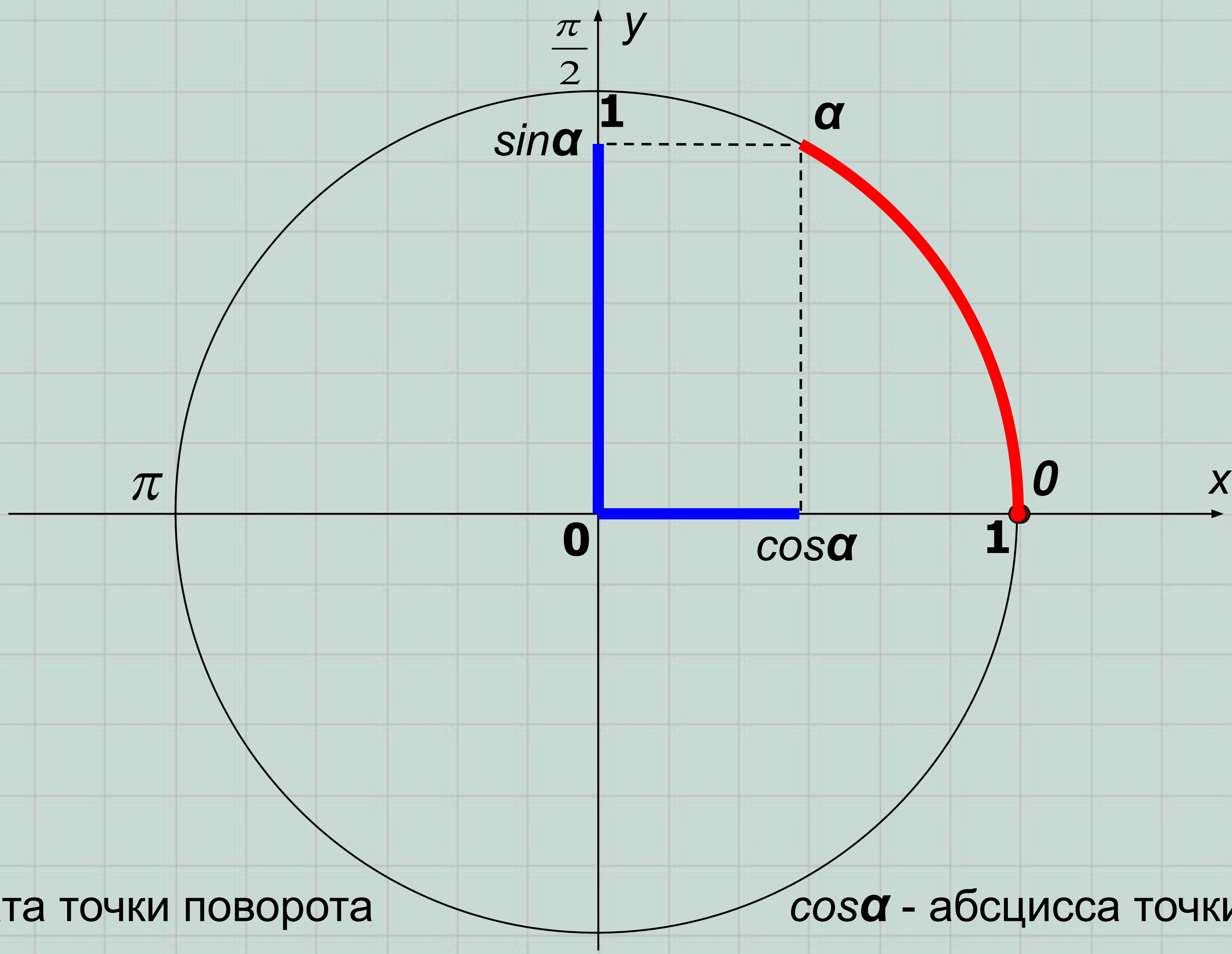
Алгебра и начала анализа, 10 класс

Графики тригонометрических функций

Воробьев Леонид Альбертович, г.Минск

Вспомним определение синуса и косинуса угла поворота:



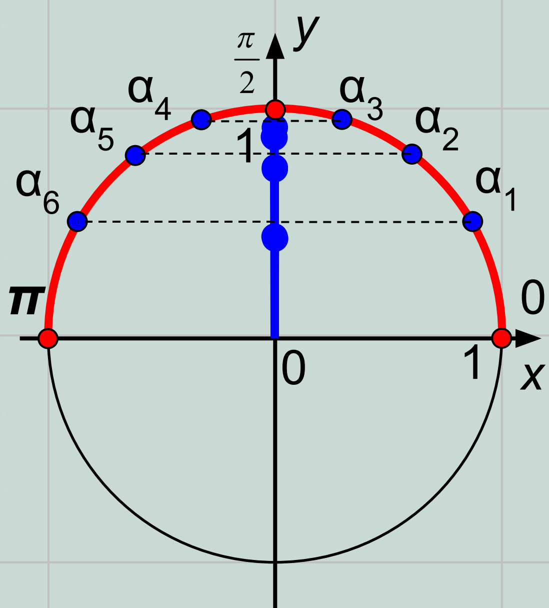
*sin**α*** - ордината точки поворота

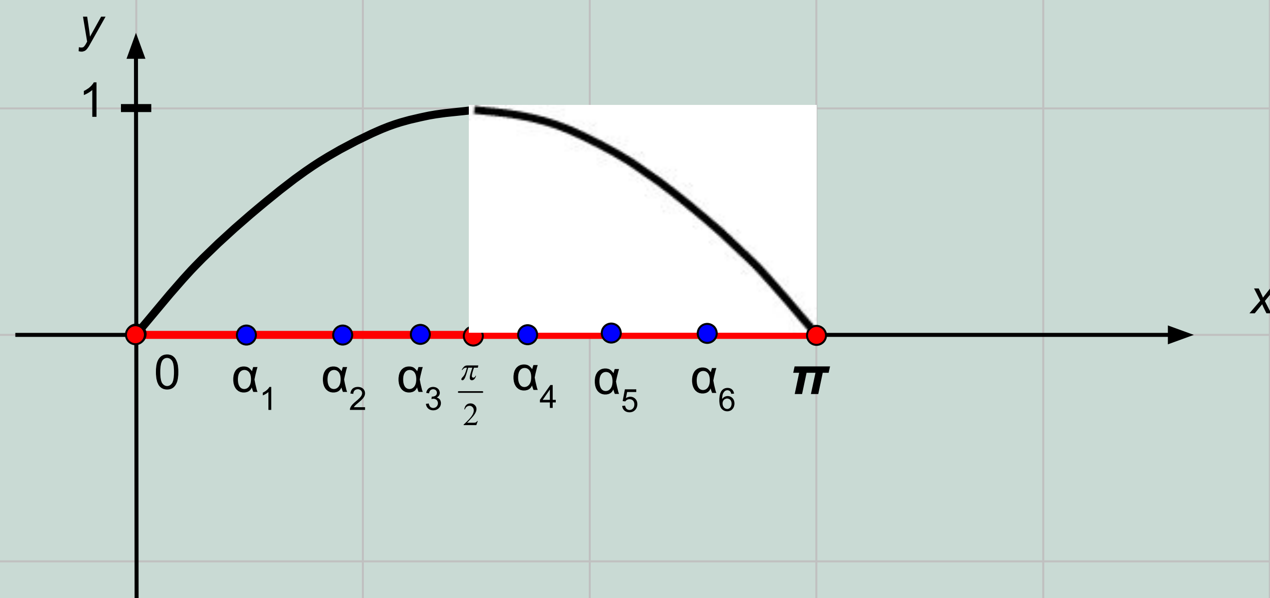
*cos**α*** - абсцисса точки поворота

(под «точкой поворота» следует понимать – «точку единичной тригонометрической окружности, полученной при повороте на ***α*** радиан от начала отсчета»)

На оси абсцисс координатной плоскости *Oxy* будем отмечать точки, соответствующие различным углам поворота, а на оси ординат – значения синусов этих углов.

Масштаб π:3

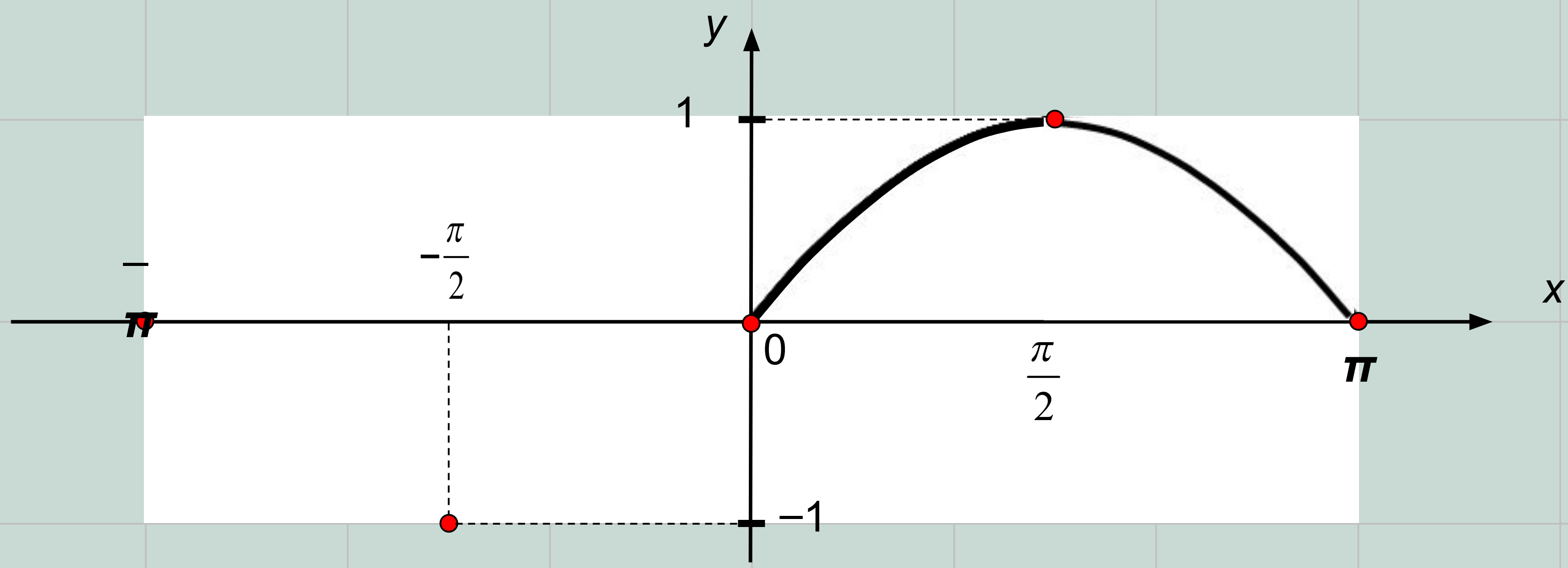




Таким образом мы получили график функции *y=sinx* на промежутке [0; ***π***].

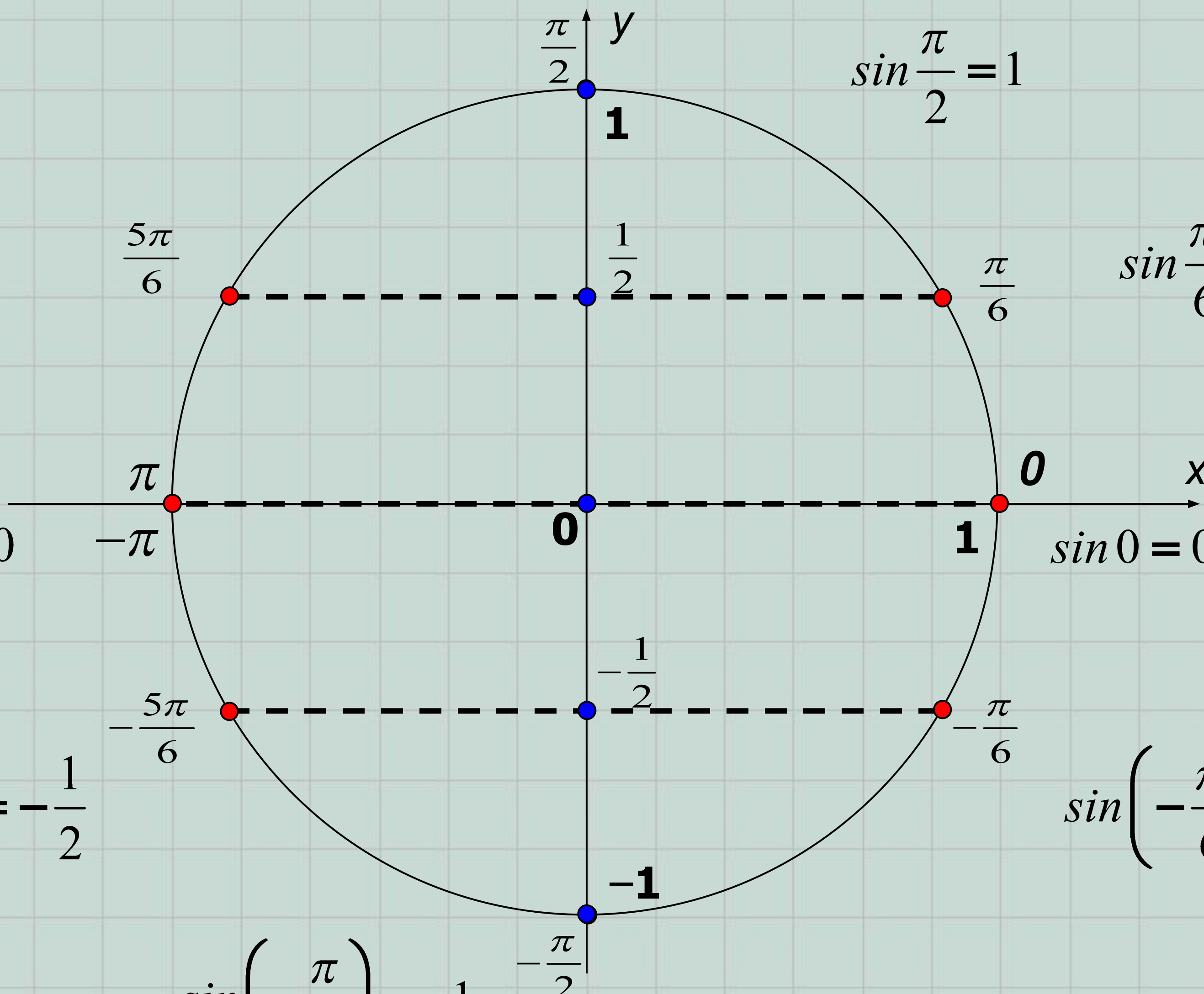
Теперь воспользуемся тем, что функция *y=sinx* является нечетной, а, значит, график функции на промежутке [$-\pi$; 0] можно получить из данного симметрией относительно начала координат (или поворотом на 180^0).

Масштаб π:3



Таким образом, мы получили график функции *y=sinx* на промежутке [$-\pi$; π].

Напомним некоторые <u>рациональные</u> значения функции *y=sinx* на промежутке [−π; π]:



$$\sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\pi = 0$$

$$\sin(-\pi) = 0$$

$$\sin 0 = 0$$

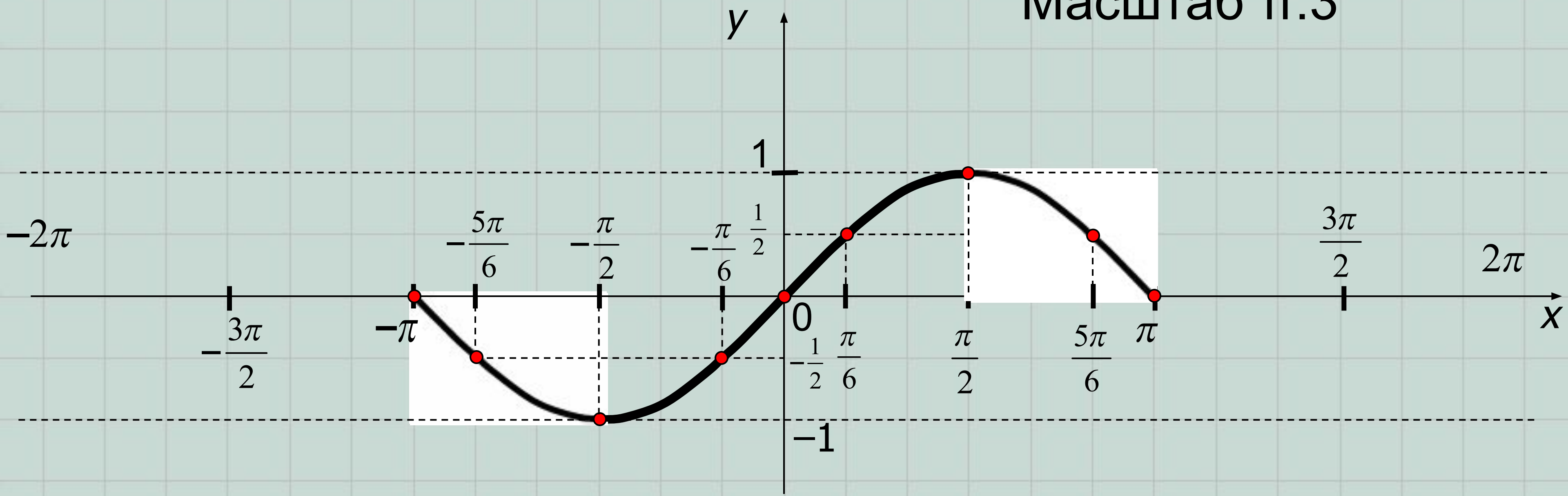
$$\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

На практике, для построения графика функции *y=sinx* на промежутке [0; π], сначала отмечают точки с координатами (0; 0), (π/6; 0,5), (π/2; 1), (5π/6; 0,5) и (π; 0). Они образуют своеобразную «арку», которая периодически (с периодом π) отображается симметрично оси *Ox*.

Масштаб π:3

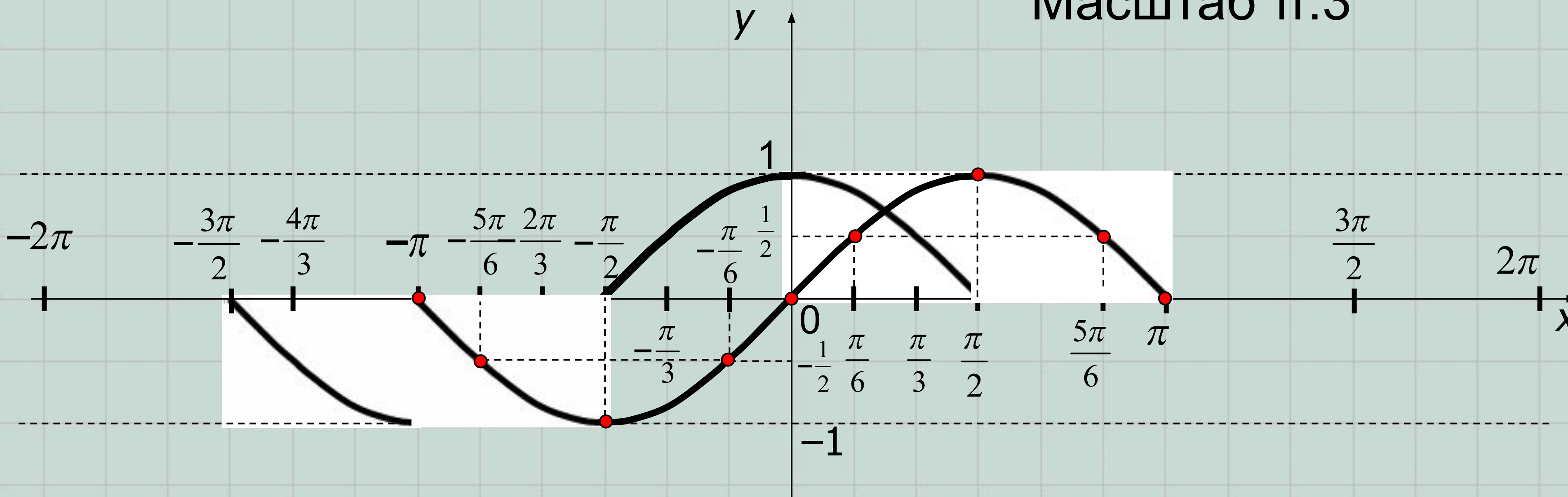


После этого используют свойство периодичности функции *y=sinx*. Так как наименьший положительный период функции *y=sinx* равен 2π, то изображенный участок графика можно параллельно переносить влево и вправо вдоль оси *Ox* на $2\pi \cdot n$ ($n \in$ □) единичных отрезков.

График функции *y=sinx* называется ***синусоидой***.

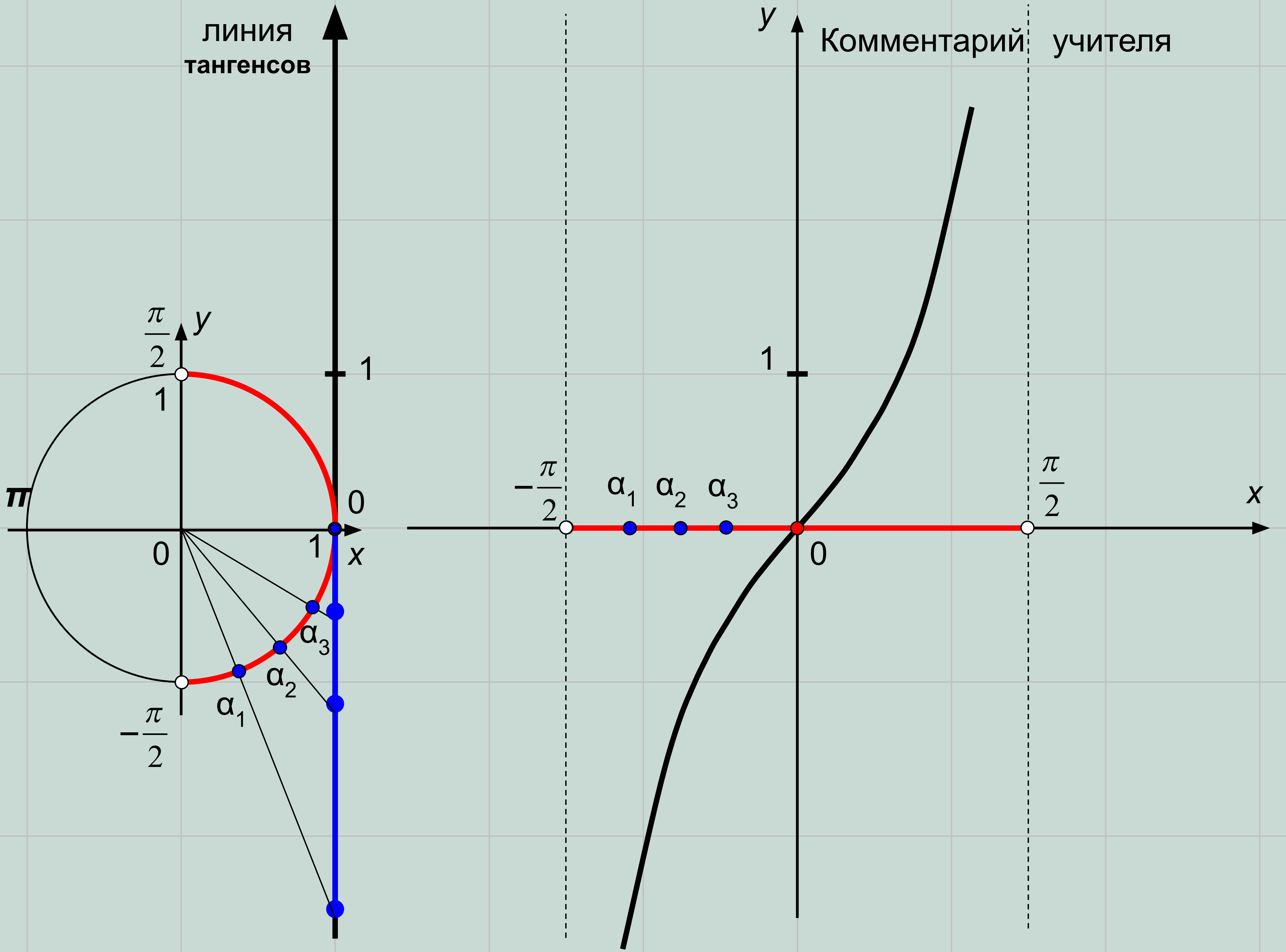
Используя равенство *cosx*=*sin*($x+\frac{\pi}{2}$), график функции *y*=*cosx* можно получить из синусоиды путем параллельного переноса вдоль оси *Ox* влево на $\frac{\pi}{2}$ единичных отрезков.

Масштаб π:3



И опять, воспользовавшись свойством периодичности функции *y*=*cosx*, достраивают график на всей числовой прямой.

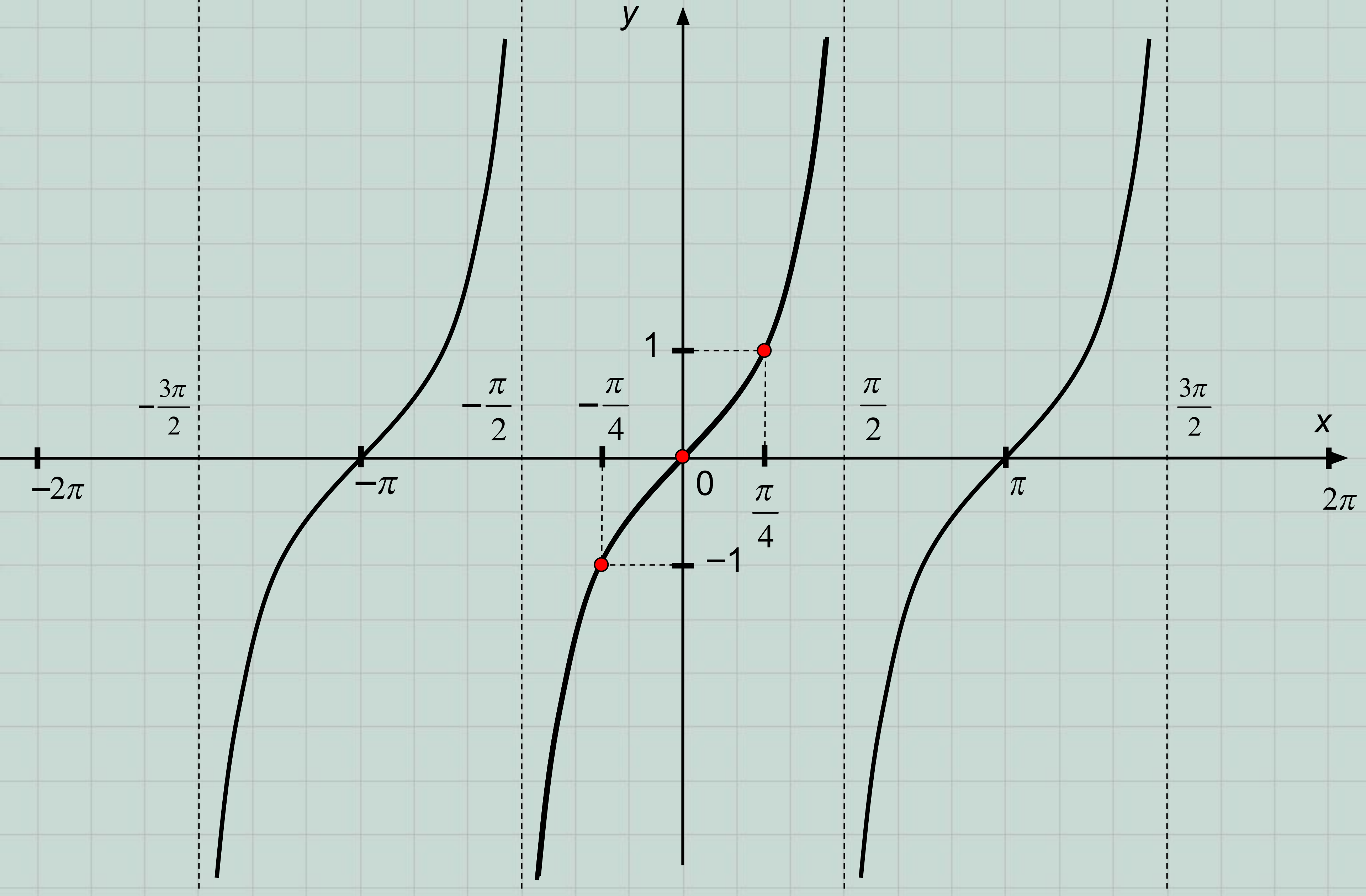
График функции *y*=*cosx* называется ***косинусоидой***.



линия
тангенсов
Комментарий учителя
y
1
0
x
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
π
α_1
α_2
α_3

График функции *y=tgx* называется ***тангенсоидой***

Комментарий учителя



Масштаб π:3

Комментарий учителя

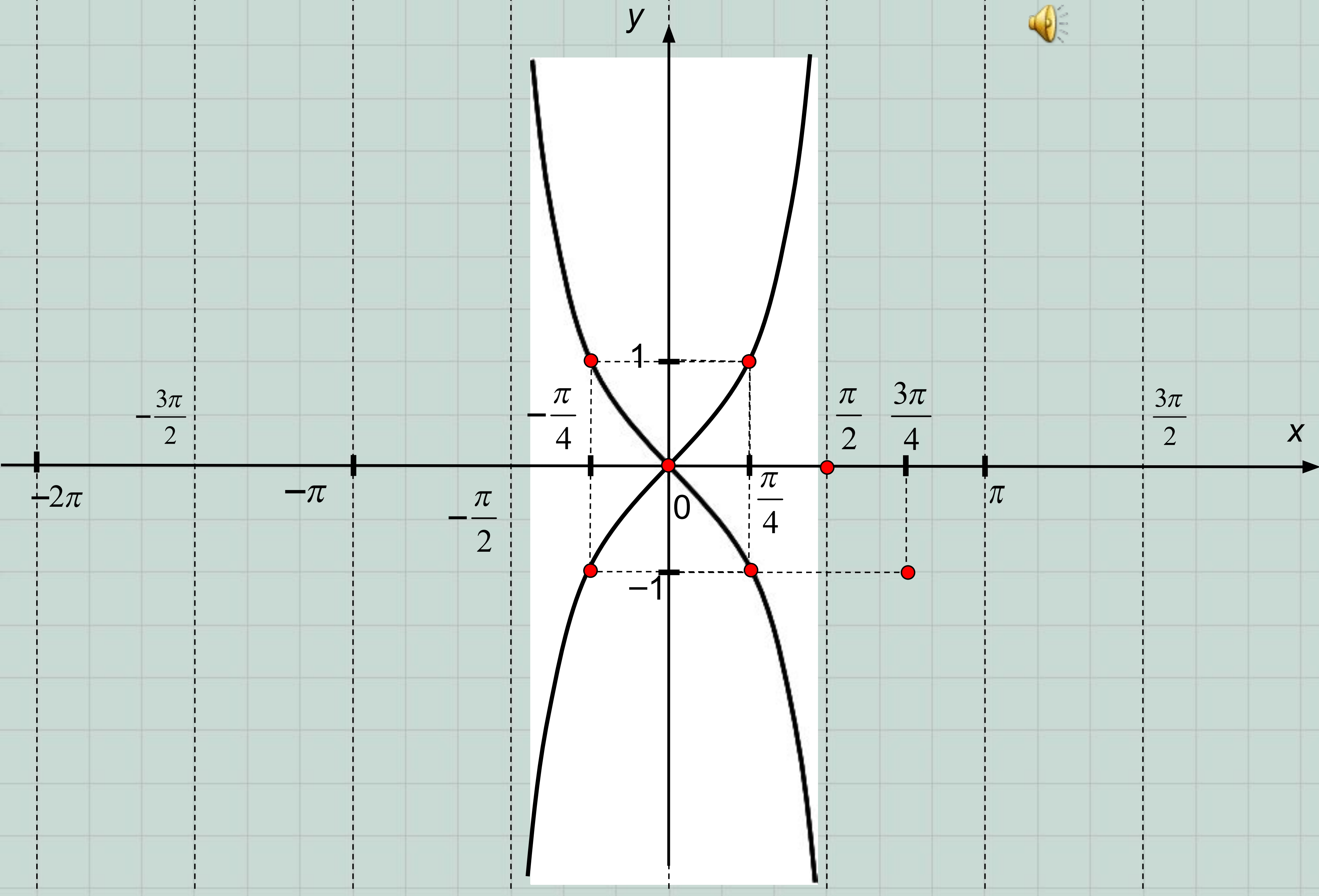


График функции *y=ctgx* называется ***котангенсоидой***

Комментарий учителя