

# Графы и их применение к решению задач

*Выполнила: Артюшевская Елена.  
г. Елец, Липецкая область,  
МОУ лицей № 5,  
8 «Б» класс.*

**Как известно, умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и, пожалуй, наиболее трудной части решение задач.**

**Решение текстовых задач - это деятельность, сложная для большинства учащихся.**

**Цель данной работы - поиск новых и эффективных, не описанных в учебниках способов решения различных задач, доступных для понимания и применения основной массой школьников.**

# Рекомендации.

**Для того, чтобы научиться решать задачи, надо разобратсья в том, как они устроены, из каких частей состоят. Каковы инструменты, с помощью которых проводится решение задач.**

**Чтобы легче решать задачи надо знать  
следующий алгоритм:**

**1. О каком процессе идет речь в задаче?**

**2. Какие величины характеризуют этот  
процесс?**

**3. Каким соотношением связаны эти  
величины?**

**4. Сколько различных процессов  
описывается в задаче?**

**5. Есть ли связь между элементами?**

**Надо отвечать на эти вопросы,  
анализировать условие задачи и  
записывать его схематично.**



**Решать многие математические задачи помогают специальные схемы, состоящие из точек и соединяющих их дуг или стрелок.**

**Такие схемы называют графами, точки – вершинами графа, а дуги – ребрами графа.**

# Определения:

**Граф** - это два непустых множества, элементы первого называются вершинами, а второго – ребрами. Каждое ребро соединяет не более двух вершин и любую пару вершин соединяет не более, чем одно ребро.

Граф **связный**, если из любой вершины можно пройти в любую другую по ребрам.

**Циклом** называется замкнутый путь из ребер, а **деревом** – связный граф без циклов.

# **С помощью графов можно решать задачи:**

- 1) Логические;***
- 2) Комбинаторные;***
- 3) Алгебраические:  
на движение,  
на совместную работу.***

# **Логическая задача.**

**Известно, что из 6 гангстеров двое участвовали в ограблении.**

**На вопрос кто участвовал в ограблении, они дали следующие ответы:**

**Дональд: Том и Чарли.**

**Гарри: Чарли и Джордж.**

**Чарли: Дональд и Джеймс.**

**Джеймс: Дональд и Том.**

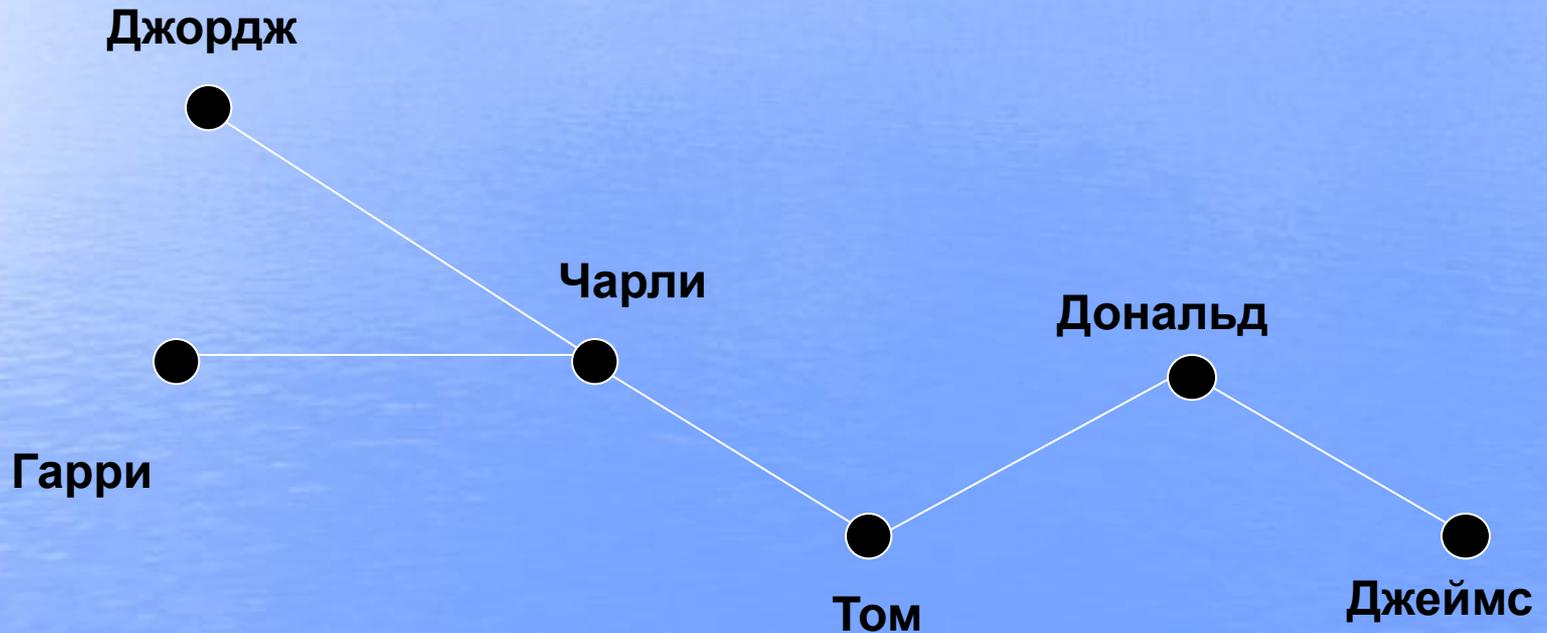
**Джордж: Гарри и Чарли.**

**Поймать Тома не удалось. Кто участвовал в ограблении, если известно, что четверо гангстеров верно назвали одного из участников ограбления, а один назвал неверно оба имени?**

# Решение:

*Применим графы, соединяя точки с именами гангстеров, названных в предположениях, отрезками.*

*Получим рисунок:*



**Нам нужно найти две такие точки, на которые вместе приходится 4 отрезка, но которые отрезком не соединены.**

**Анализируя рисунок, видим, что это точки, соответствующие именам Чарли и Джеймс.**

Джордж



Чарли



Дональд



Гарри



Том



Джеймс



**Ответ:**

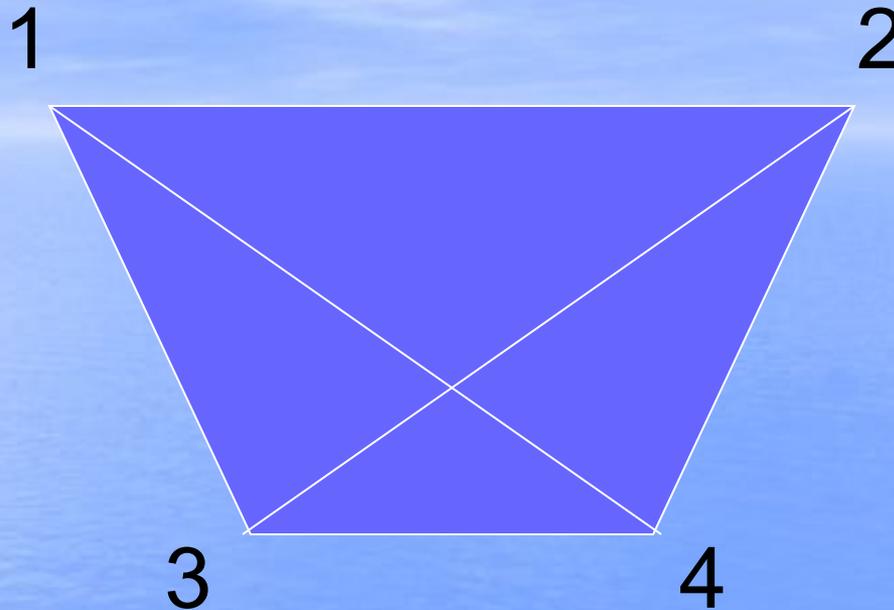
**В ограблении участвовали Чарли и Джеймс.**

# Комбинаторная задача.

*У каждого из четырёх друзей есть в лесу свой шалаш. Они решили установить между собой связь с помощью проводочного телефона.*

*Вопрос: какое наименьшее количество линий из проволоки им придётся провести, чтобы каждый из них мог поговорить с каждым?*

**Решение:**



**Ответ:** *им придется провести не меньше шести линий из проволоки.*

## **Задача на движение.**

**Турист проехал на велосипеде 28км по шоссе и 25км по просёлочной дороге, затратив на весь путь 3 часа 30 минут. С какой скоростью ехал турист по проселочной дороге, если известно, что по шоссе он ехал в 1,4 раза быстрее?**

**Последовательно отвечая на вопросы слайда 6, анализируем условие задачи и схематично его записываем с помощью графа. Такой граф называется сетевым. Этим способом можно решать текстовые задачи, величины которых связаны соотношением  $A=B \times C$ , то есть задачи на движение, на совместную работу, заполнение бассейна водой – как раз те, которые вызывают наибольшие трудности у школьников**

# Граф:

$$S_{\omega} = 28 \text{ км}$$

$$t_{\omega} = \frac{20}{x}$$

$$V_{\omega} = 1,4x \text{ км/ч}$$

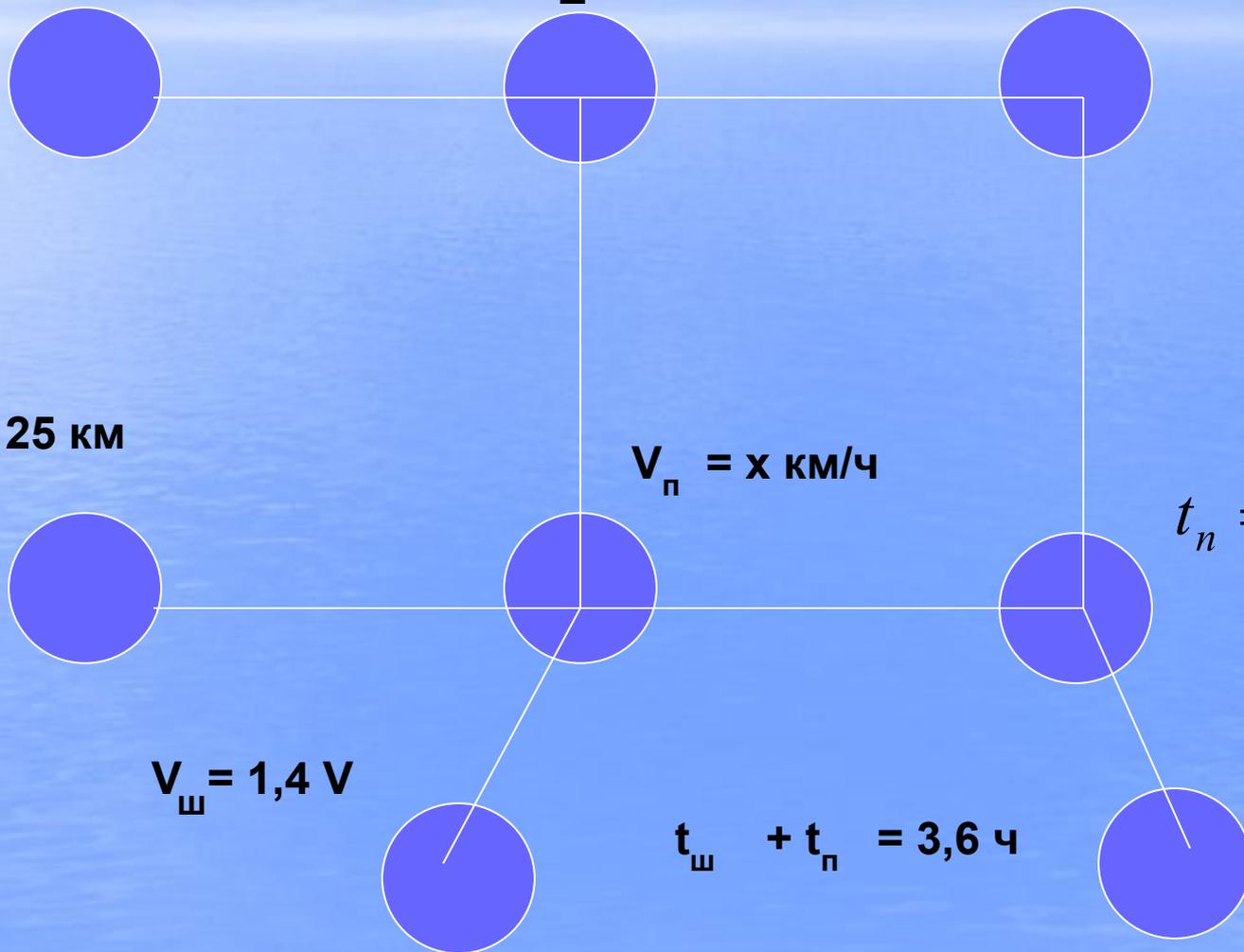
$$S_{\pi} = 25 \text{ км}$$

$$V_{\pi} = x \text{ км/ч}$$

$$t_{\pi} = \frac{25}{x}$$

$$V_{\omega} = 1,4 V$$

$$t_{\omega} + t_{\pi} = 3,6 \text{ ч}$$



## **Решение.**

**Пусть скорость, с которой турист ехал по просёлочной дороге, равна  $x$  км/ч.**

**Тогда, согласно условию задачи скорость, с которой он двигался по шоссе, равна  $1,4x$  км/ч.**

**Время, затраченное им на движение по шоссе, равно  $28:1,4x=20:x$  ч, а время прохождения просёлочной дороги равно  $(25:x)$  ч. По условию задачи их сумма равна  $3,6$  ч.**

**Составим уравнение:**

$$\frac{20}{x} + \frac{25}{x} = 3,6,$$

$$x = 12,5.$$

***Значит, турист ехал по просёлочной дороге со скоростью 12,5 км/ч.***

**Ответ:** ***турист ехал по просёлочной дороге со скоростью 12,5 км/ч.***

## **Задача на совместную работу.**

**Два экскаватора, работая одновременно, выполняют некоторый объём земляных работ за 3 часа 45 минут. Один экскаватор, работая отдельно, сможет выполнить этот объём работы на 4 ч быстрее, чем другой. Сколько времени требуется каждому экскаватору в отдельности для выполнения того же объёма земляных работ?**

# Решение

*Здесь пригодится тот алгоритм, который был в начале работы:*

*1. О каком процессе идёт речь в задаче? - О работе.*

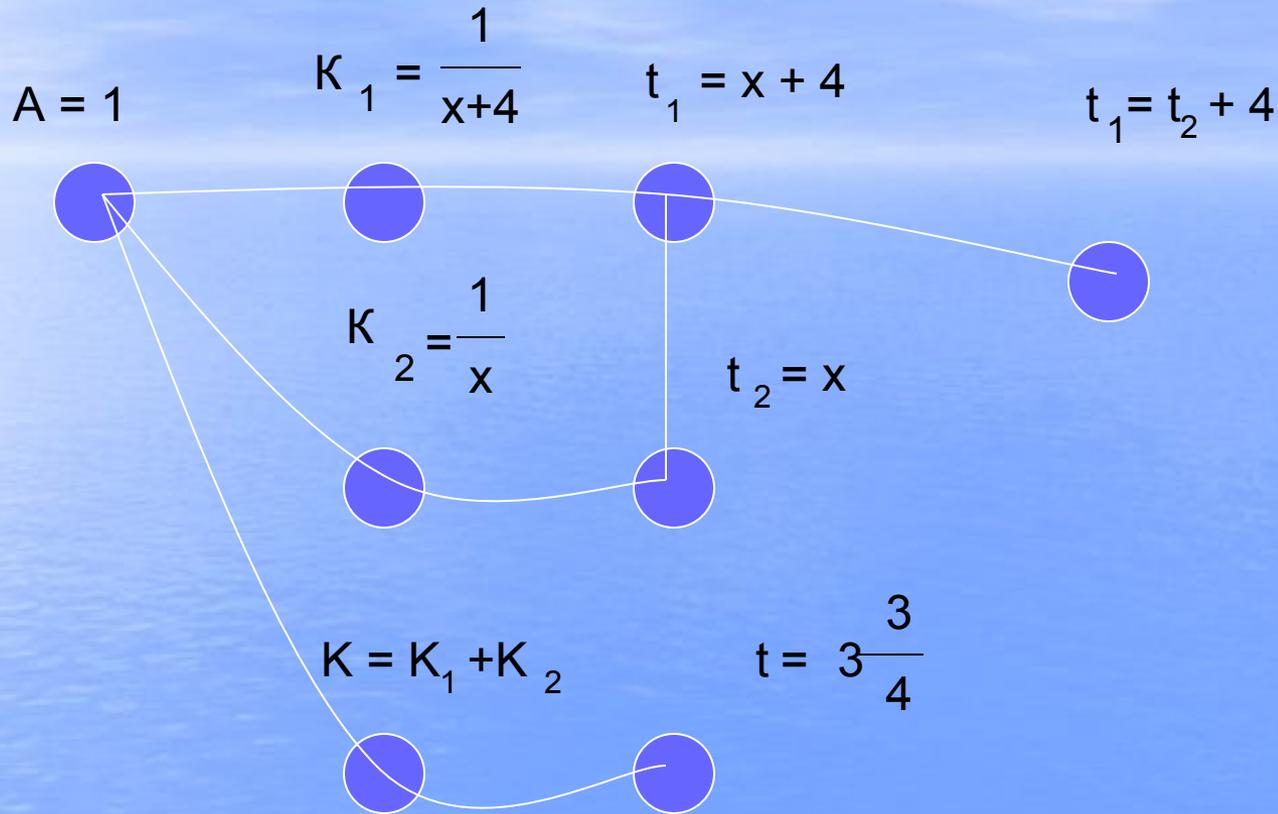
*2. Какие величины характеризуют этот процесс? - Работа, производительность, время.*

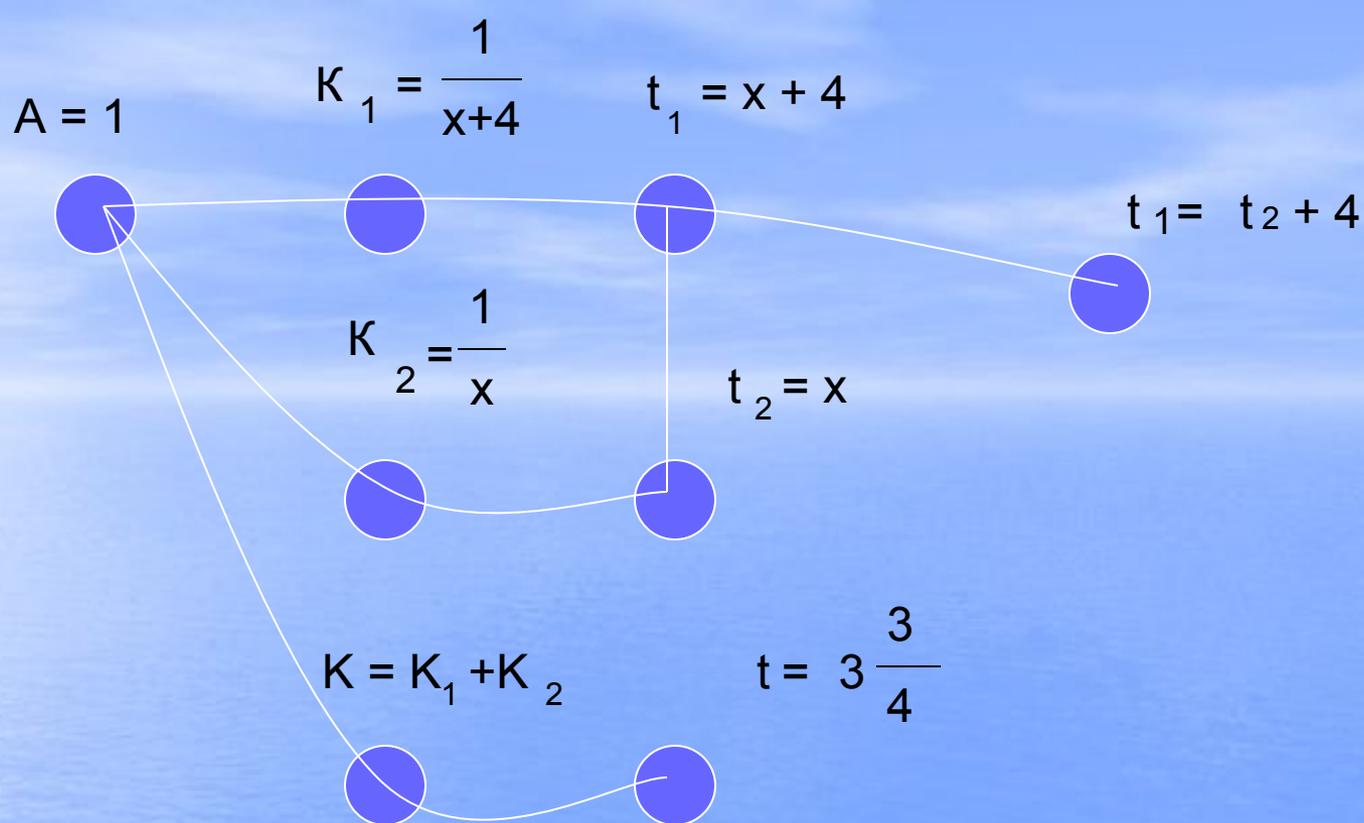
*3. Каким соотношением связаны эти величины? -  $A = k \cdot t$ .*

*4. Сколько различных процессов описывается в задаче? - Два: работы двух экскаваторов в отдельности и их совместная работа.*

*5. Есть ли связь между элементами? - Да, это связь между временем выполнения работы первого и второго экскаватора.*

**Сетевой граф в данном случае будет  
выглядеть так:**





**Уравнение к задаче составим по нижнему, «горизонтальному» ребру. Составим уравнение:**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{4}{15}$$

**Его корнями будут числа 6 и -2,5, последнее из которых отбрасываем ввиду того, что время-величина положительная.**

***Значит, время, за которое первый экскаватор выполнит этот объём работы, равно 6 часам, а второй экскаватор выполнит за 10 час***

**Ответ: 6 ч, 10 ч.**

**Вывод:**

***С помощью графов легче решать  
сложные задачи.***

# ***Литература:***

***Ткачук В. В. Математика –  
абитуриенту. –М.:МЦ НМО, 1997***

***Кузнецова Л. В. Алгебра: сборник  
заданий для проведения  
письменного экзамена по алгебре за  
курс основной школы.- М.: Дрофа,  
2002.***