Графы и их применение к решению задач

Выполнила: Артюшевская Елена.

г. Елец, Липецкая область,

МОУ лицей № 5,

8 «Б» класс.

Как известно, умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и, пожалуй, наиболее трудной части решение задач.

Решение текстовых задач - это деятельность, сложная для большинства учащихся.

<u>Цель данной работы</u> - поиск новых и эффективных, не описанных в учебниках способов решения различных задач, доступных для понимания и применения основной массой школьников.

Рекомендации.

Для того, чтобы научиться решать задачи, надо разобраться в том, как они устроены, из каких частей состоят. Каковы инструменты, с помощью которых проводится решение задач.

Чтобы легче решать задачи надо знать следующий алгоритм:

1. О каком процессе идет речь в задаче?
2. Какие величины характеризуют этот процесс?
3. Каким соотношением связаны эти величины?
4. Сколько различных процессов описывается в задаче?
5. Есть ли связь между элементами?

Надо отвечать на эти вопросы, анализировать условие задачи и записывать его схематично.

Решать многие математические задачи помогают

специальные схемы, состоящие из точек и соединяющих их дуг или стрелок.

Такие схемы называют графами, точки – вершинами графа, а дуги – ребрами графа.

Определения:

Граф - это два непустых множества, элементы первого называются вершинами, а второго –ребрами. Каждое ребро соединяет не более двух вершин и любую пару вершин соединяет не более, чем одно ребро.

Граф **связный**, если из любой вершины можно пройти в любую другую по ребрам.

Циклом называется замкнутый путь из ребер, а **деревом** –связный граф без циклов.

С помощью графов можно решать задачи:

1) Логические;
2) Комбинаторные;
3) Алгебраические:
на движение,
на совместную работу.

Логическая задача.

Известно, что из 6 гангстеров двое участвовали в ограблении.

На вопрос кто участвовал в ограблении, они дали следующие ответы:

Дональд: Том и Чарли.

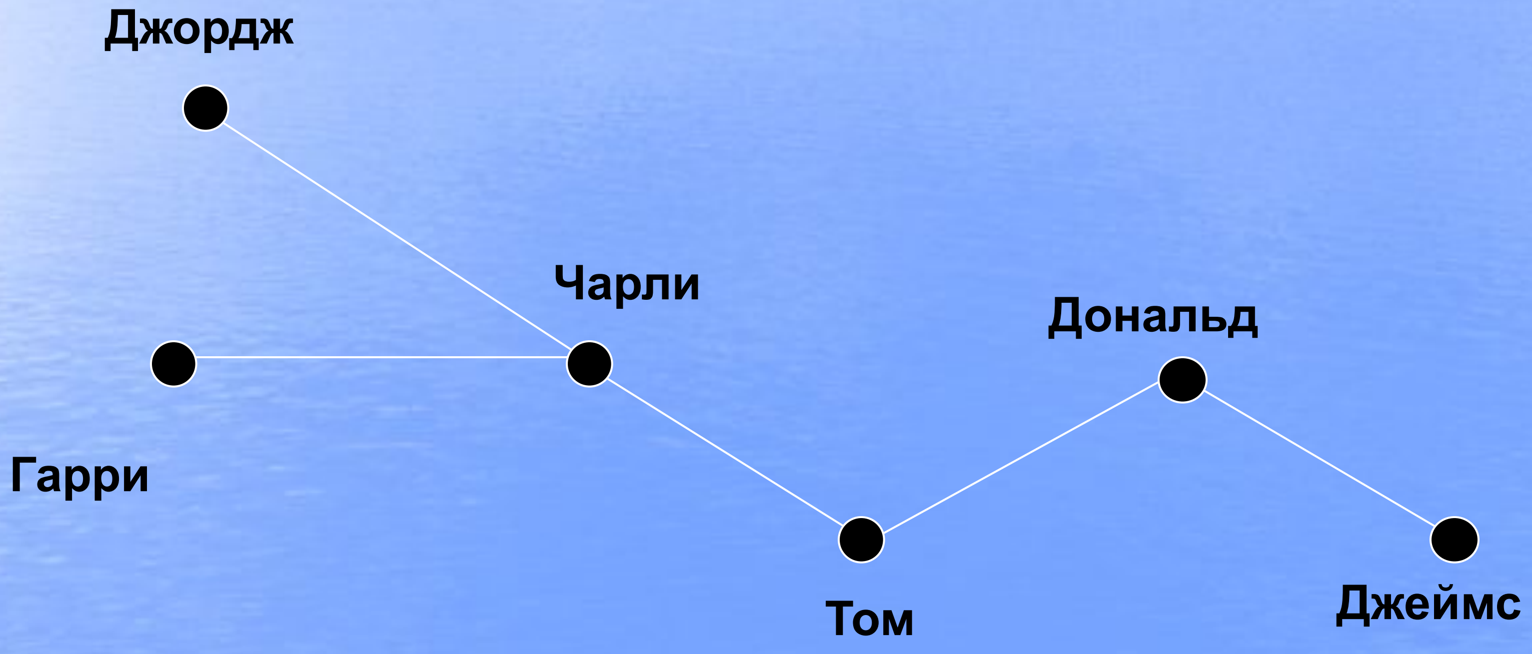
Гарри: Чарли и Джордж.
Чарли: Дональд и Джеймс.

Джеймс: Дональд и Том.
Джордж: Гарри и Чарли.

Поймать Тома не удалось. Кто участвовал в ограблении, если известно. что четверо гангстеров верно назвали одного из участников ограбления, а один назвал неверно оба имени?

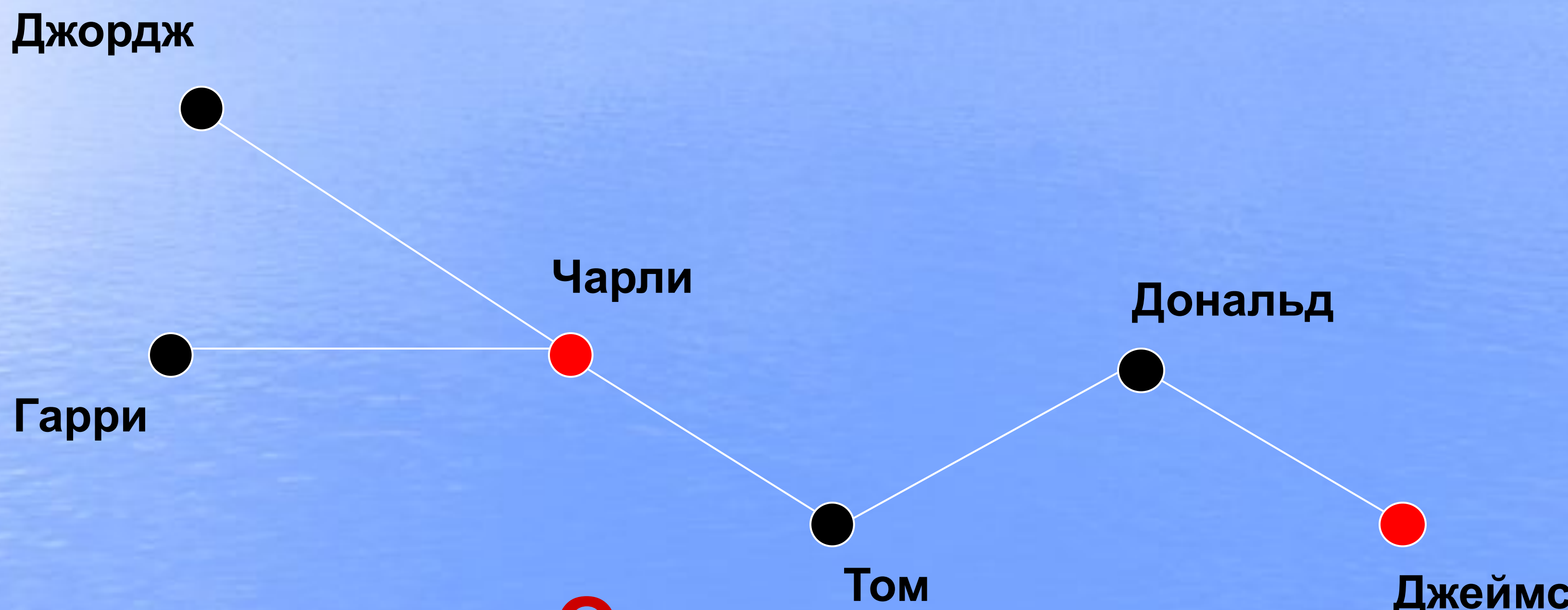
Решение:

Применим графы, соединяя точки с именами гангстеров, названных в предположениях, отрезками. Получим рисунок:



Нам нужно найти две такие точки, на которые вместе приходится 4 отрезка, но которые отрезком не соединены.

Анализируя рисунок, видим, что это точки, соответствующие именам Чарли и Джеймс.



Ответ:

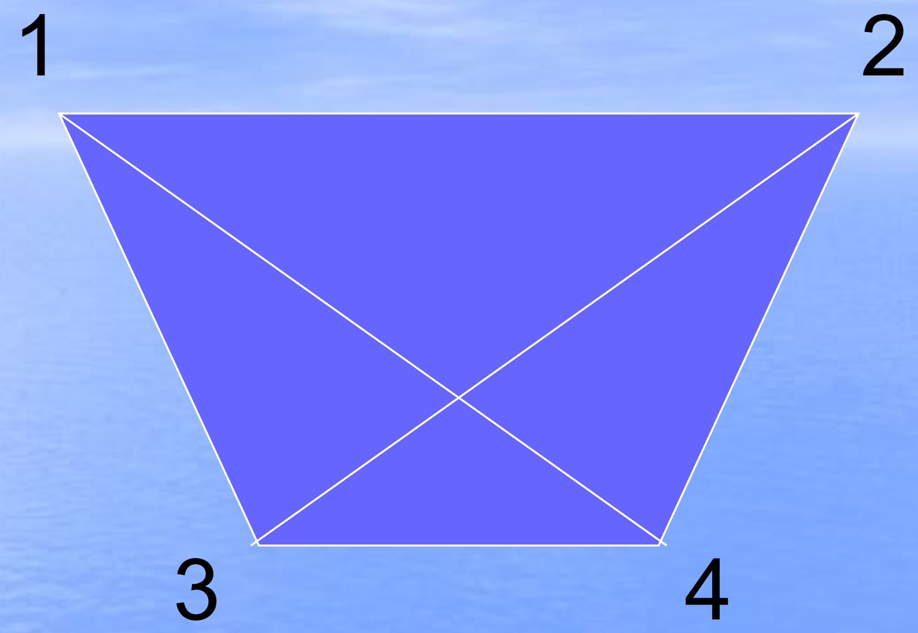
В ограблении участвовали Чарли и Джеймс.

Комбинаторная задача.

У каждого из четырёх друзей есть в лесу свой шалаш. Они решили установить между собой связь с помощью проволочного телефона.

Вопрос: *какое наименьшее количество линий из проволоки им придётся провести, чтобы каждый из них мог поговорить с каждым?*

Решение:



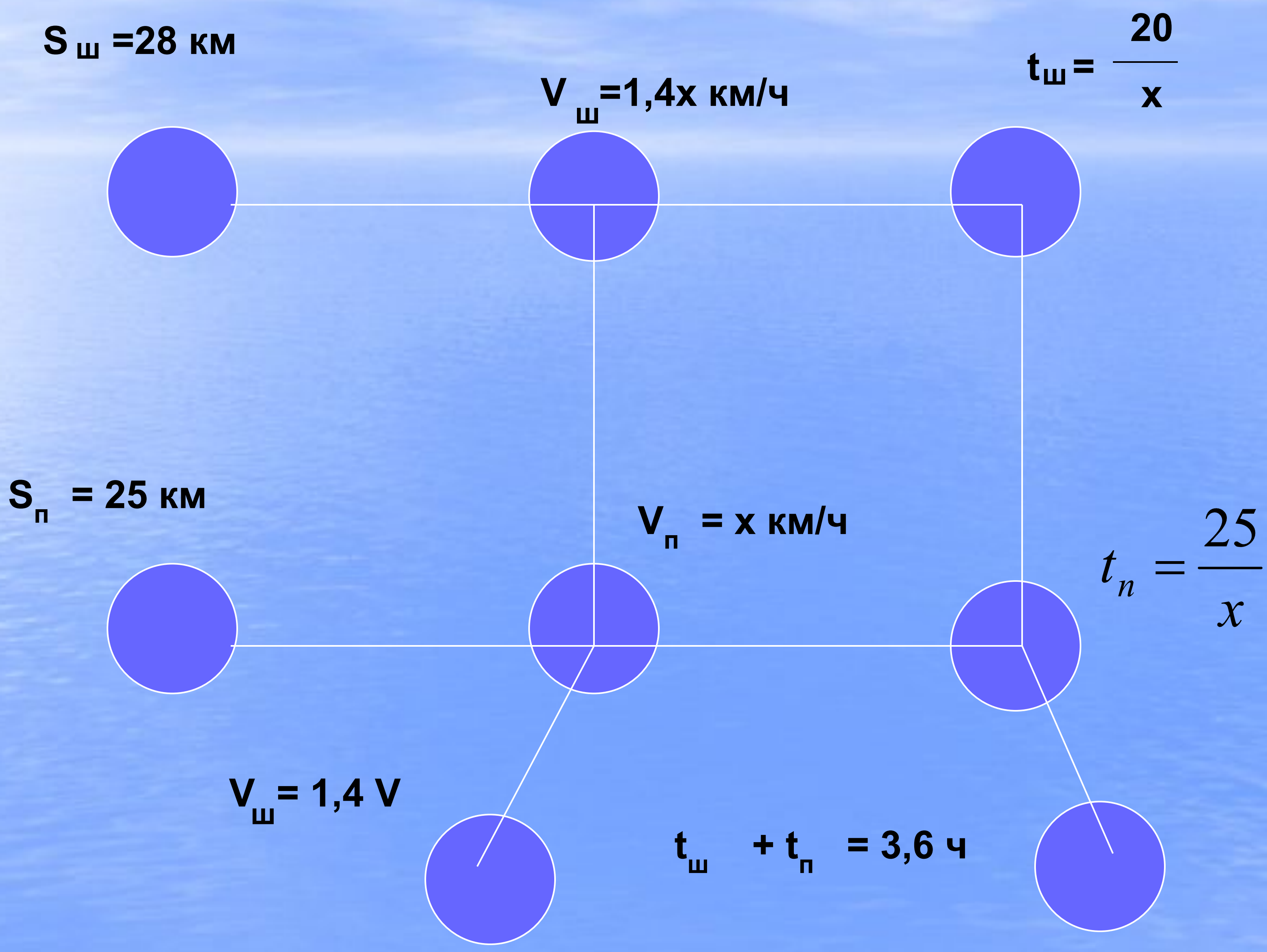
Ответ: ***им придется провести не меньше шести линий из проволоки.***

Задача на движение.

Турист проехал на велосипеде 28км по шоссе и 25км по просёлочной дороге, затратив на весь путь 3 часа 30 минут. С какой скоростью ехал турист по проселочной дороге, если известно, что по шоссе он ехал в 1,4 раза быстрее?

Последовательно отвечая на вопросы слайда 6, анализируем условие задачи и схематично его записываем с помощью графа. Такой граф называется сетевым. Этим способом можно решать текстовые задачи, величины которых связаны соотношением $A=B\times C$, то есть задачи на движение, на совместную работу, заполнение бассейна водой – как раз те, которые вызывают наибольшие трудности у школьников

Граф:


$S_ш = 28$ км
$V_ш = 1{,}4x$ км/ч
$t_ш = \frac{20}{x}$
$S_п = 25$ км
$V_п = x$ км/ч
$t_n = \frac{25}{x}$
$V_ш = 1{,}4\ V$
$t_ш + t_п = 3{,}6$ ч

Решение.

Пусть скорость, с которой турист ехал по просёлочной дороге, равна х км/ч. Тогда, согласно условию задачи скорость, с которой он двигался по шоссе, равна 1,4 х км/ч.

Время, затраченное им на движение по шоссе, равно 28:1,4х=20:х ч, а время прохождения просёлочной дороги равно (25:х) ч.По условию задачи их сумма равна 3,6 ч.

Составим уравнение:

$$\frac{20}{x}+\frac{25}{x}=3{,}6,$$

$$x=12{,}5.$$

Значит, турист ехал по просёлочной дороге со скоростью 12,5 км/ч.

Ответ: ***турист ехал по просёлочной дороге со скоростью 12,5 км/ч.***

Задача на совместную работу.

Два экскаватора, работая одновременно, выполняют некоторый объём земляных работ за 3часа 45 минут. Один экскаватор, работая отдельно, сможет выполнить этот объём работы на 4 ч быстрее, чем другой. Сколько времени требуется каждому экскаватору в отдельности для выполнения того же объёма земляных работ?

Решение

Здесь пригодится тот алгоритм, который был в начале работы:

1.О каком процессе идёт речь в задаче?- О работе.

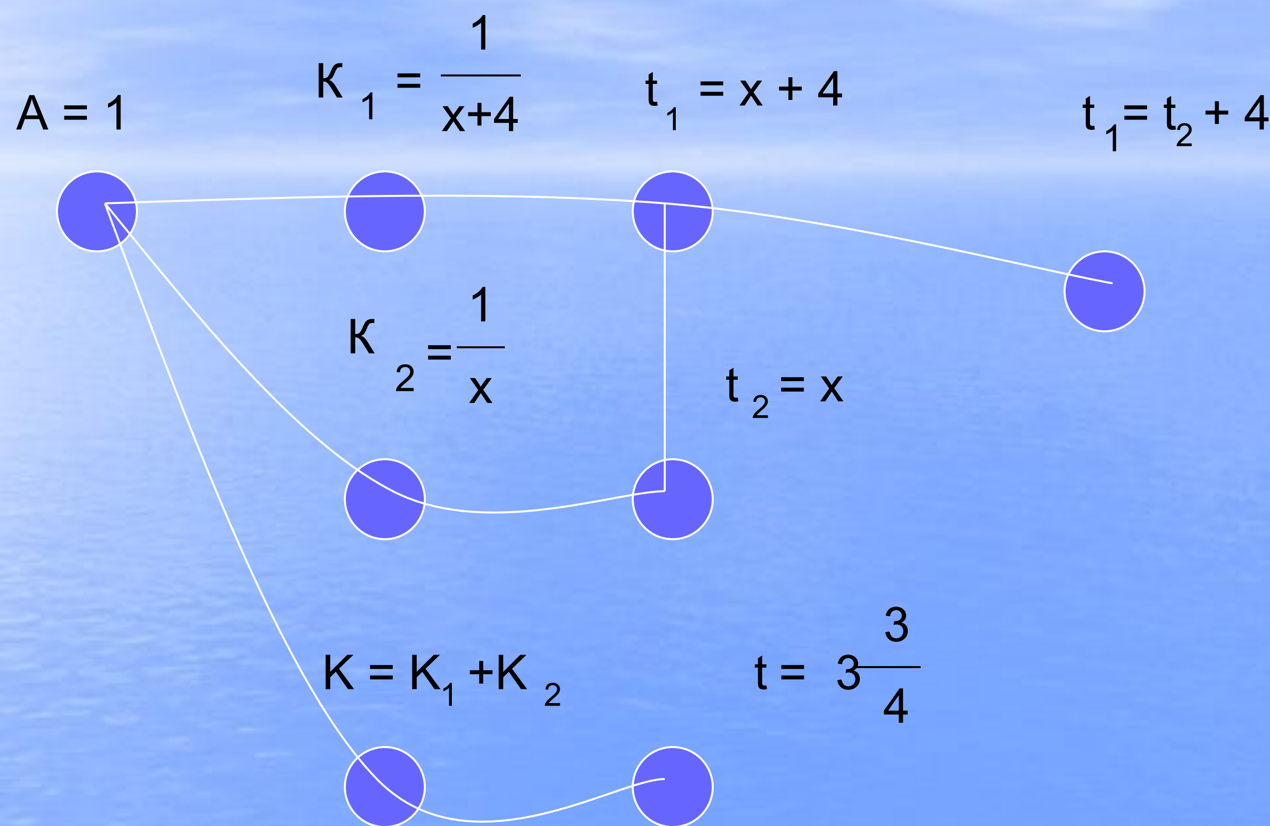
2.Какие величины характеризуют этот процесс?- Работа, производительность, время.

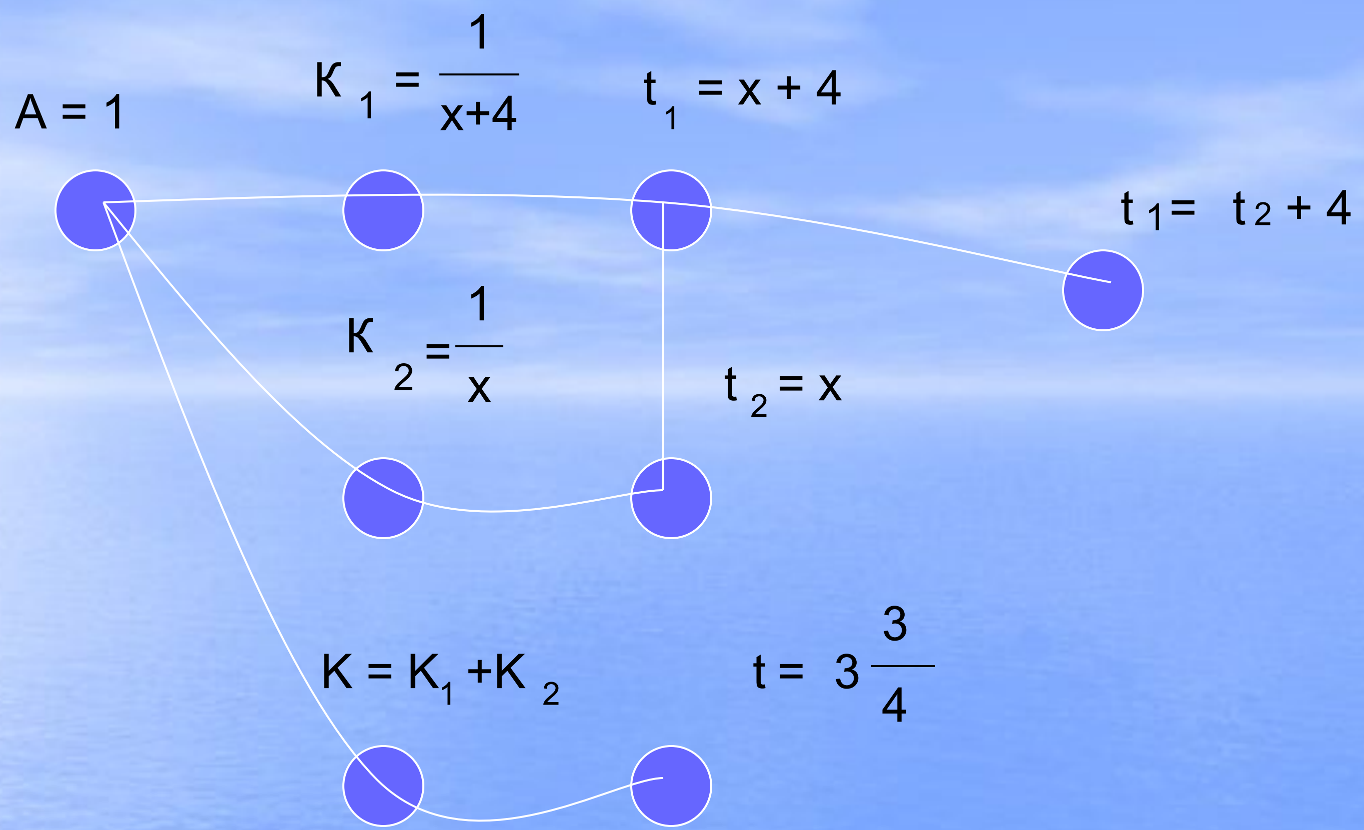
3.Каким соотношением связаны эти величины?- A=k*t.

4.Сколько различных процессов описывается в задаче?- Два: работы двух экскаваторов в отдельности и их совместная работа.

5.Есть ли связь между элементами? -Да, это связь между временем выполнения работы первого и второго экскаватора.

Сетевой граф в данном случае будет выглядеть так:





Уравнение к задаче составим по нижнему, «горизонтальному» ребру. **Составим уравнение:**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{4}{15}$$

Его корнями будут числа 6 и -2,5, последнее из которых отбрасываем ввиду того , что время-величина положительная.

Значит, время, за которое первый экскаватор выполнит этот объём работы, равно 6 часам, а второй экскаватор выполнит за 10 час

Ответ: 6 ч, 10 ч.

Вывод:

С помощью графов легче решать сложные задачи.

Литература:

Ткачук В. В. Математика – абитуриенту. –М.:МЦ НМО, 1997

Кузнецова Л. В. Алгебра: сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы.- М.: Дрофа, 2002.