

Графы и их применение к решению задач

*Выполнила: Артюшевская Елена.
г. Елец, Липецкая область,
МОУ лицей № 5,
8 «Б» класс.*

Как известно, умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и, пожалуй, наиболее трудной части решение задач.

Решение текстовых задач - это деятельность, сложная для большинства учащихся.

Цель данной работы - поиск новых и эффективных, не описанных в учебниках способов решения различных задач, доступных для понимания и применения основной массой школьников.

Рекомендации.

Для того, чтобы научиться решать задачи, надо разобратсья в том, как они устроены, из каких частей состоят. Каковы инструменты, с помощью которых проводится решение задач.

**Чтобы легче решать задачи надо знать
следующий алгоритм:**

1. О каком процессе идет речь в задаче?

**2. Какие величины характеризуют этот
процесс?**

**3. Каким соотношением связаны эти
величины?**

**4. Сколько различных процессов
описывается в задаче?**

5. Есть ли связь между элементами?

**Надо отвечать на эти вопросы,
анализировать условие задачи и
записывать его схематично.**



Решать многие математические задачи помогают специальные схемы, состоящие из точек и соединяющих их дуг или стрелок.

Такие схемы называют графами, точки – вершинами графа, а дуги – ребрами графа.

Определения:

Граф - это два непустых множества, элементы первого называются вершинами, а второго – ребрами. Каждое ребро соединяет не более двух вершин и любую пару вершин соединяет не более, чем одно ребро.

Граф **связный**, если из любой вершины можно пройти в любую другую по ребрам.

Циклом называется замкнутый путь из ребер, а **деревом** – связный граф без циклов.

С помощью графов можно решать задачи:

- 1) Логические;***
- 2) Комбинаторные;***
- 3) Алгебраические:
на движение,
на совместную работу.***

Логическая задача.

Известно, что из 6 гангстеров двое участвовали в ограблении.

На вопрос кто участвовал в ограблении, они дали следующие ответы:

Дональд: Том и Чарли.

Гарри: Чарли и Джордж.

Чарли: Дональд и Джеймс.

Джеймс: Дональд и Том.

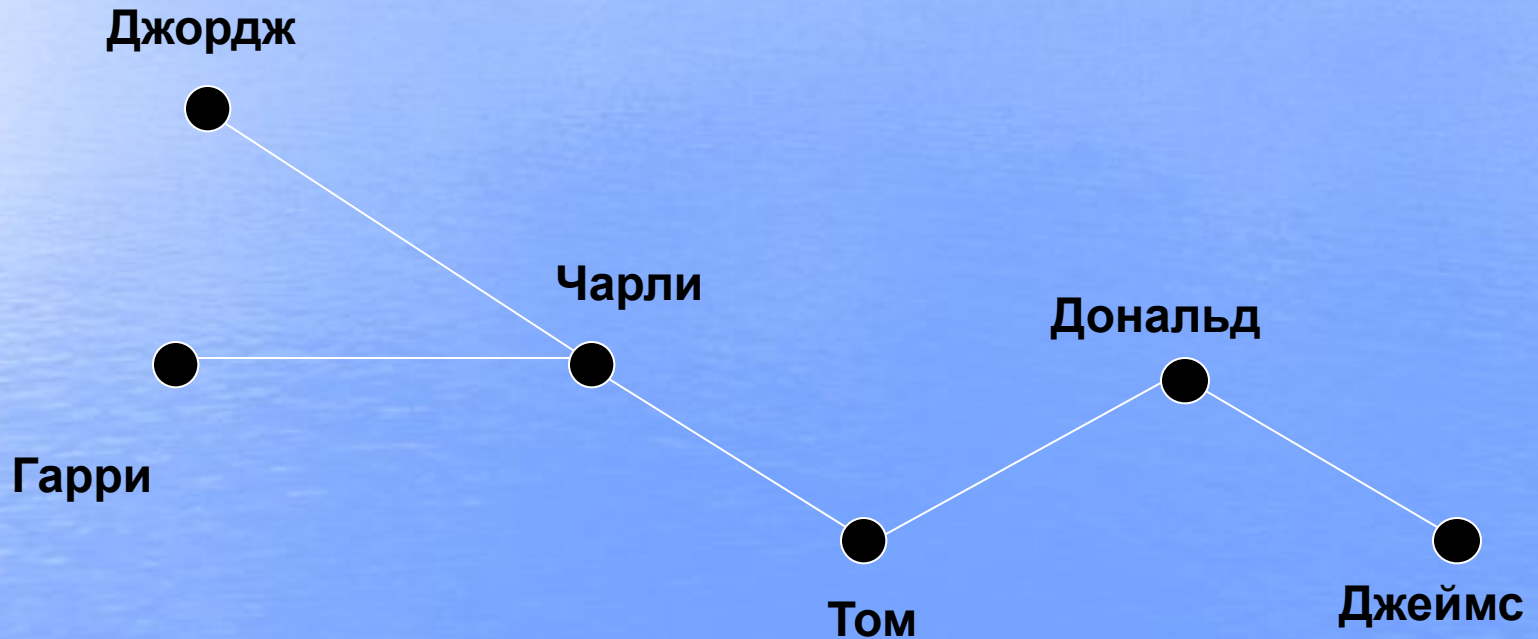
Джордж: Гарри и Чарли.

Поймать Тома не удалось. Кто участвовал в ограблении, если известно, что четверо гангстеров верно назвали одного из участников ограбления, а один назвал неверно оба имени?

Решение:

Применим графы, соединяя точки с именами гангстеров, названных в предположениях, отрезками.

Получим рисунок:



Нам нужно найти две такие точки, на которые вместе приходится 4 отрезка, но которые отрезком не соединены.

Анализируя рисунок, видим, что это точки, соответствующие именам Чарли и Джеймс.

Джордж



Чарли



Дональд



Гарри



Том



Джеймс

Ответ:

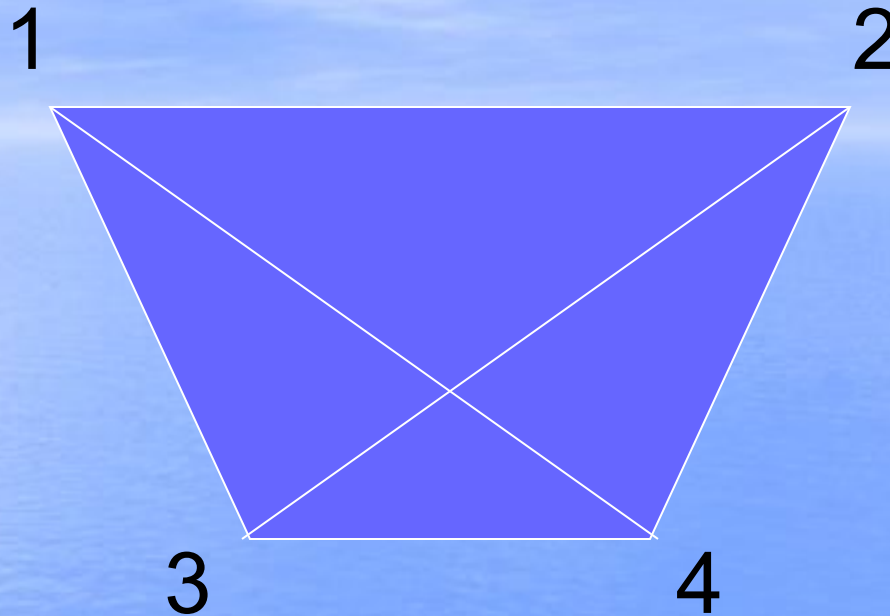
В ограблении участвовали Чарли и Джеймс.

Комбинаторная задача.

У каждого из четырёх друзей есть в лесу свой шалаш. Они решили установить между собой связь с помощью проводочного телефона.

Вопрос: какое наименьшее количество линий из проволоки им придётся провести, чтобы каждый из них мог поговорить с каждым?

Решение:



Ответ: *им придется провести не меньше шести линий из проволоки.*

Задача на движение.

Турист проехал на велосипеде 28км по шоссе и 25км по просёлочной дороге, затратив на весь путь 3 часа 30 минут. С какой скоростью ехал турист по проселочной дороге, если известно, что по шоссе он ехал в 1,4 раза быстрее?

Последовательно отвечая на вопросы слайда 6, анализируем условие задачи и схематично его записываем с помощью графа. Такой граф называется сетевым. Этим способом можно решать текстовые задачи, величины которых связаны соотношением $A=B \times C$, то есть задачи на движение, на совместную работу, заполнение бассейна водой – как раз те, которые вызывают наибольшие трудности у школьников

Граф:

$$S_{\omega} = 28 \text{ км}$$

$$t_{\omega} = \frac{20}{x}$$

$$V_{\omega} = 1,4x \text{ км/ч}$$

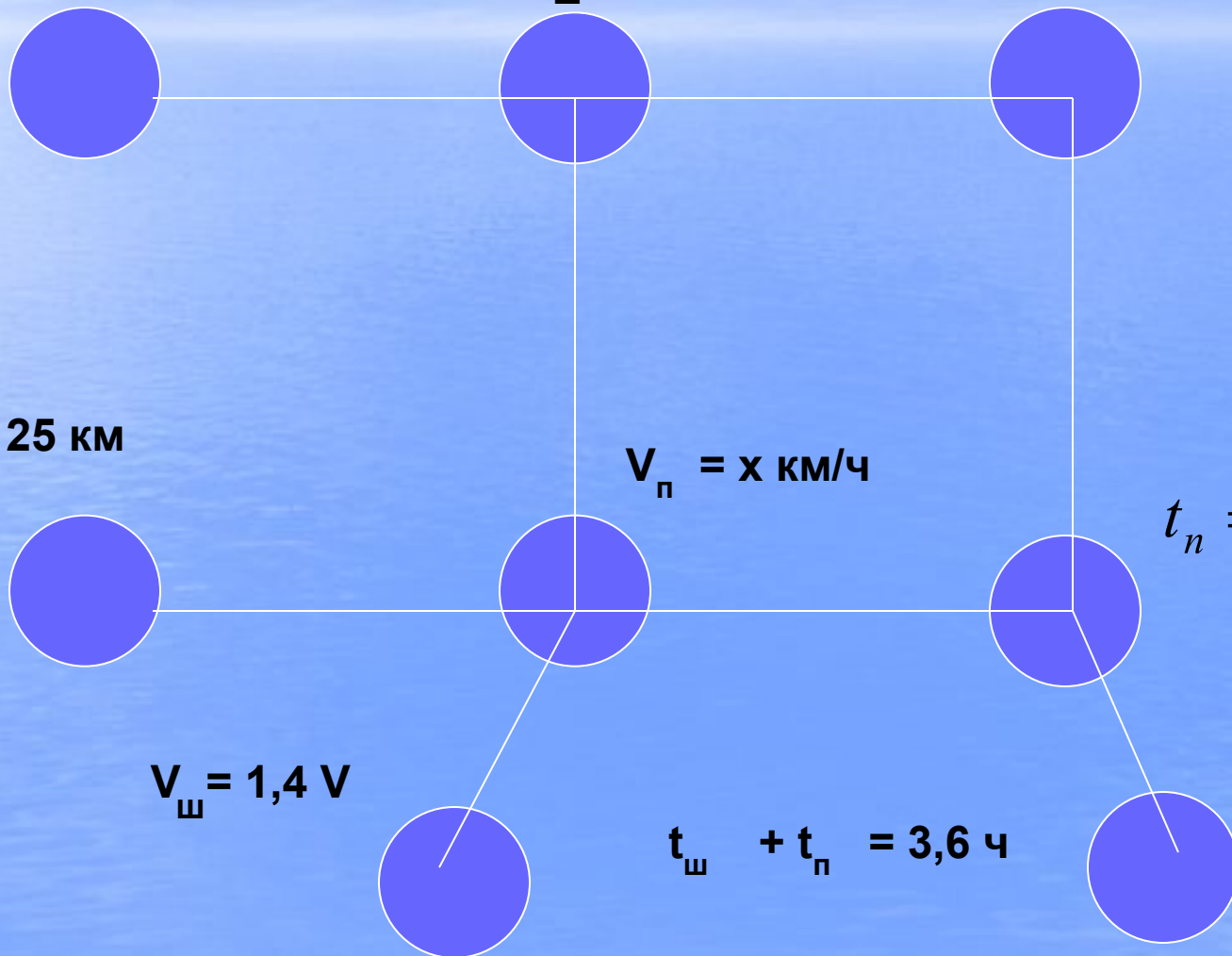
$$S_{\pi} = 25 \text{ км}$$

$$V_{\pi} = x \text{ км/ч}$$

$$t_{\pi} = \frac{25}{x}$$

$$V_{\omega} = 1,4 V$$

$$t_{\omega} + t_{\pi} = 3,6 \text{ ч}$$



Решение.

Пусть скорость, с которой турист ехал по просёлочной дороге, равна x км/ч.

Тогда, согласно условию задачи скорость, с которой он двигался по шоссе, равна $1,4x$ км/ч.

Время, затраченное им на движение по шоссе, равно $28:1,4x=20:x$ ч, а время прохождения просёлочной дороги равно $(25:x)$ ч. По условию задачи их сумма равна $3,6$ ч.

Составим уравнение:

$$\frac{20}{x} + \frac{25}{x} = 3,6,$$

$$x = 12,5.$$

Значит, турист ехал по просёлочной дороге со скоростью 12,5 км/ч.

Ответ: ***турист ехал по просёлочной дороге со скоростью 12,5 км/ч.***

Задача на совместную работу.

Два экскаватора, работая одновременно, выполняют некоторый объём земляных работ за 3 часа 45 минут. Один экскаватор, работая отдельно, сможет выполнить этот объём работы на 4 ч быстрее, чем другой. Сколько времени требуется каждому экскаватору в отдельности для выполнения того же объёма земляных работ?

Решение

Здесь пригодится тот алгоритм, который был в начале работы:

1. О каком процессе идёт речь в задаче? - О работе.

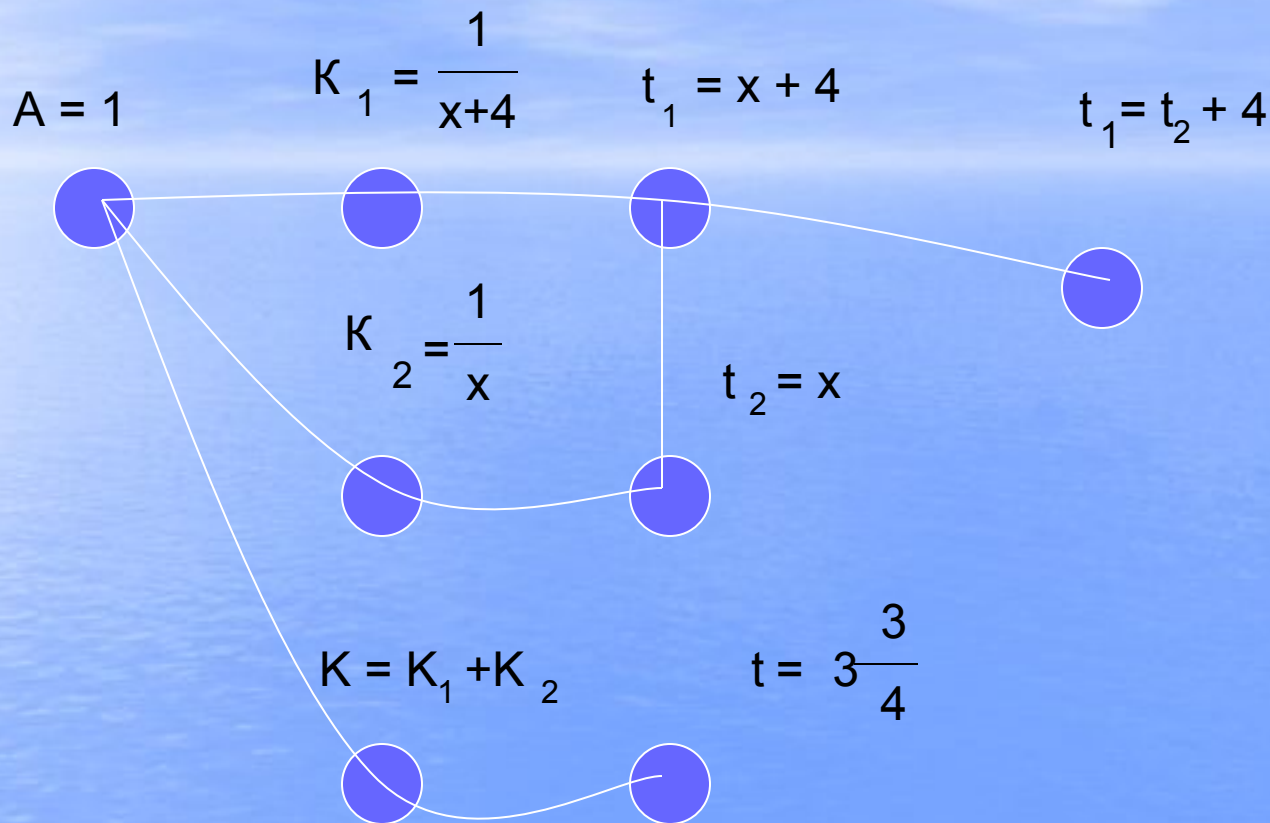
2. Какие величины характеризуют этот процесс? - Работа, производительность, время.

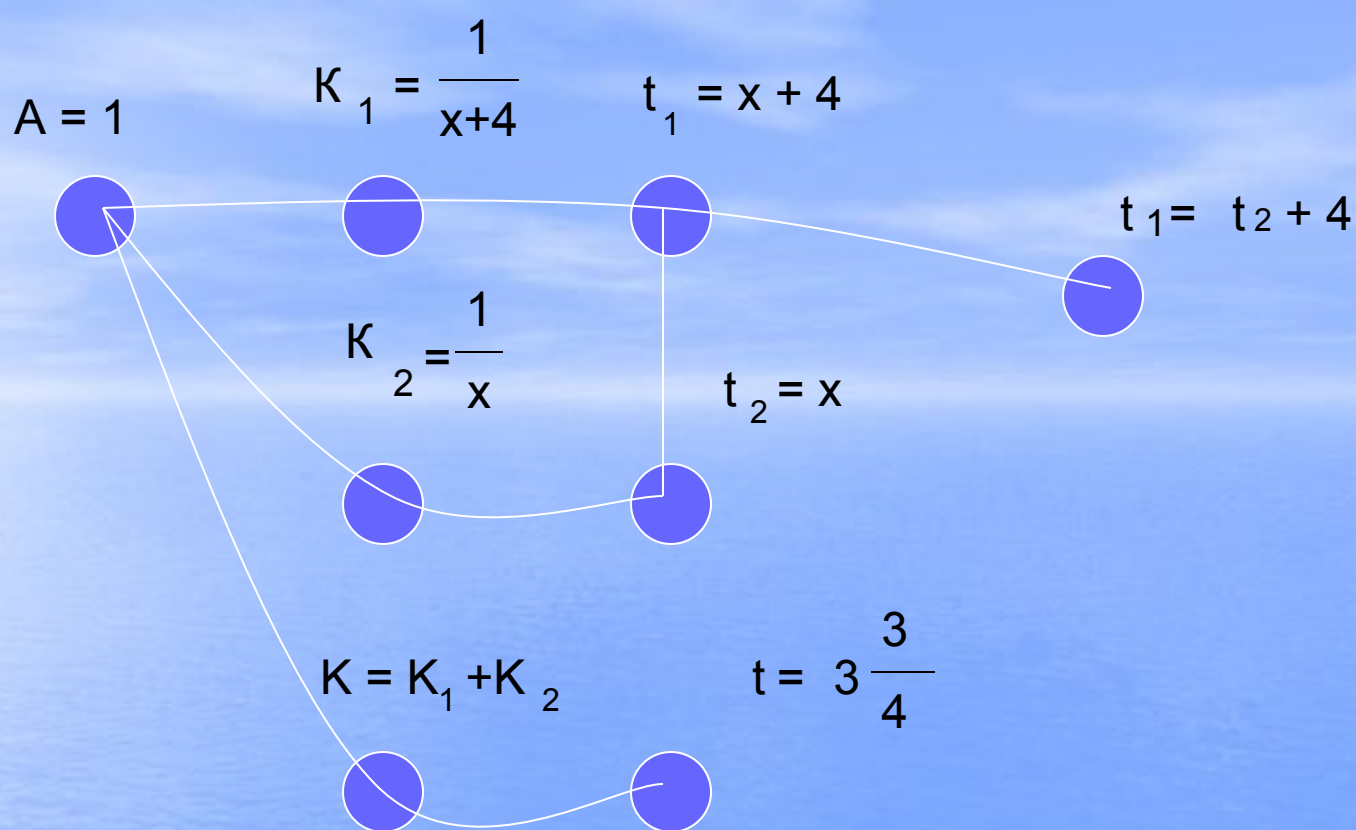
3. Каким соотношением связаны эти величины? - $A = k \cdot t$.

4. Сколько различных процессов описывается в задаче? - Два: работы двух экскаваторов в отдельности и их совместная работа.

5. Есть ли связь между элементами? - Да, это связь между временем выполнения работы первого и второго экскаватора.

Сетевой граф в данном случае будет выглядеть так:





Уравнение к задаче составим по нижнему, «горизонтальному» ребру. Составим уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{4}{15}$$

Его корнями будут числа 6 и -2,5, последнее из которых отбрасываем ввиду того, что время-величина положительная.

Значит, время, за которое первый экскаватор выполнит этот объём работы, равно 6 часам, а второй экскаватор выполнит за 10 час

Ответ: 6 ч, 10 ч.

Вывод:

***С помощью графов легче решать
сложные задачи.***

Литература:

***Ткачук В. В. Математика –
абитуриенту. –М.:МЦ НМО, 1997***

***Кузнецова Л. В. Алгебра: сборник
заданий для проведения
письменного экзамена по алгебре за
курс основной школы.- М.: Дрофа,
2002.***