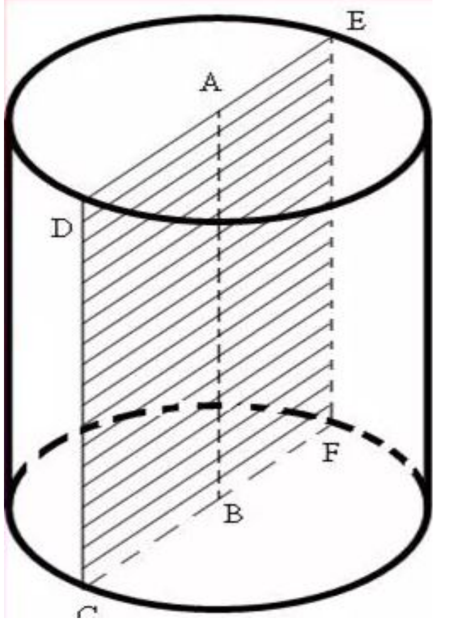
Индивидуальный проект на тему “Построение Сечений”



Леонид Алексеевич Горский

Определение

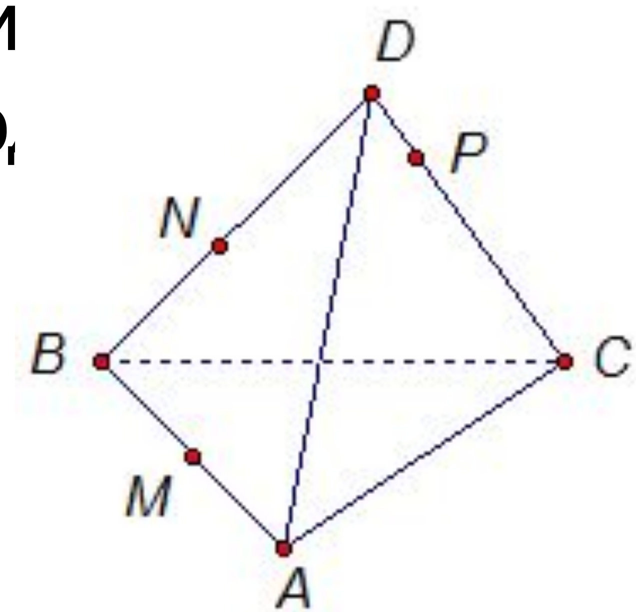
- Секущая плоскость – любая плоскость по обе стороны которой имеются точки

Цель.

- Наша задача – решить задачи на построение сечений и показать решение на макете.

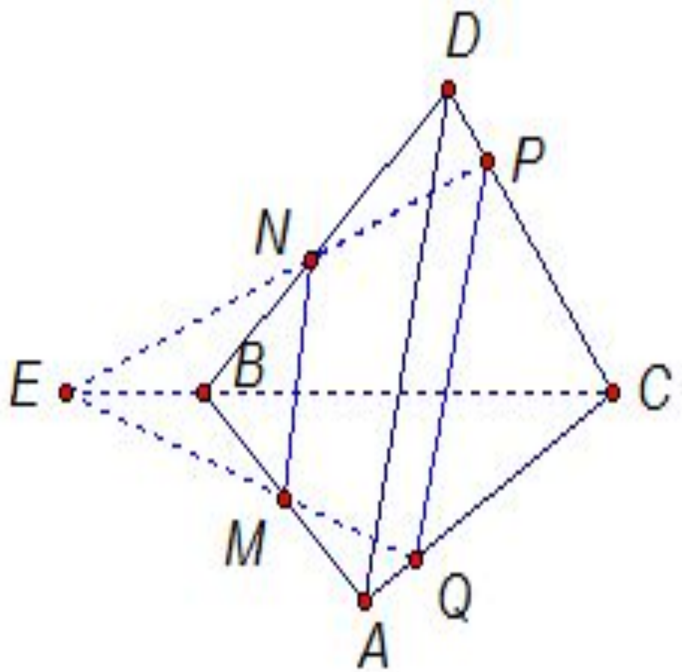
Задача 1.

- Дан тетраэдр *ABCD.* Точка *M* принадлежит ребру тетраэдра *AB,* точка *N* принадлежит ребру тетраэдра *BD* и точка *P* принадлежи
Постройте сечение тетраэ,
плоскостью *MNP*.



Ответ на задачу 1.

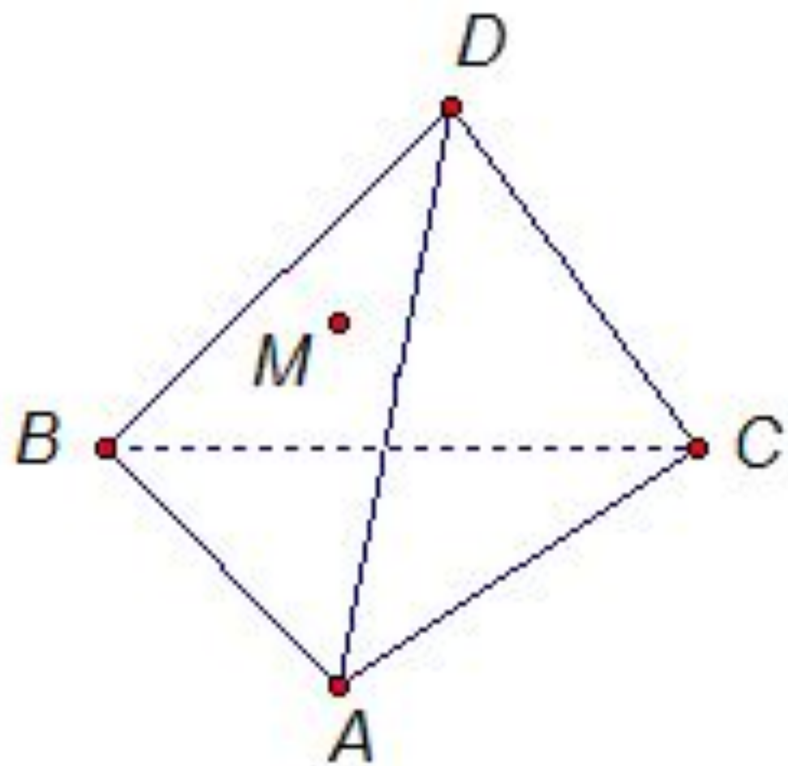
- Рассмотрим грань тетраэдра *DBC*. В этой грани точки *N* и *P* принадлежат грани *DBC,* а значит, и тетраэдру. Но по условию точки *N, P* принадлежат секущей плоскости. Значит*, NP* – это линия пересечения двух плоскостей: плоскости грани *DBC* и секущей плоскости. Предположим, что прямые *NP* и *BC* не параллельны. Они лежат в одной плоскости *DBC.* Найдем точку пересечения прямых *NP* и *BC*. Обозначим ее *E.*



Точка *E* принадлежит плоскости сечения *MNP*, так как она лежит на прямой *NP*, а прямая *NP* целиком лежит в плоскости сечения *MNP*. Также точка *E* лежит в плоскости *ABC*, потому что она лежит на прямой *BC* из плоскости *ABC*.
Получаем, что *EM* – линия пересечения плоскостей *ABC* и *MNP,* так как точки *E* и *M* лежат одновременно в двух плоскостях - *ABC* и *MNP.* Соединим точки *M* и *E*, и продолжим прямую *EM* до пересечения с прямой *AC.* Точку пересечения прямых *EM* и *AC* обозначим *Q*.
Итак, в этом случае *NPQM* - искомое сечение.

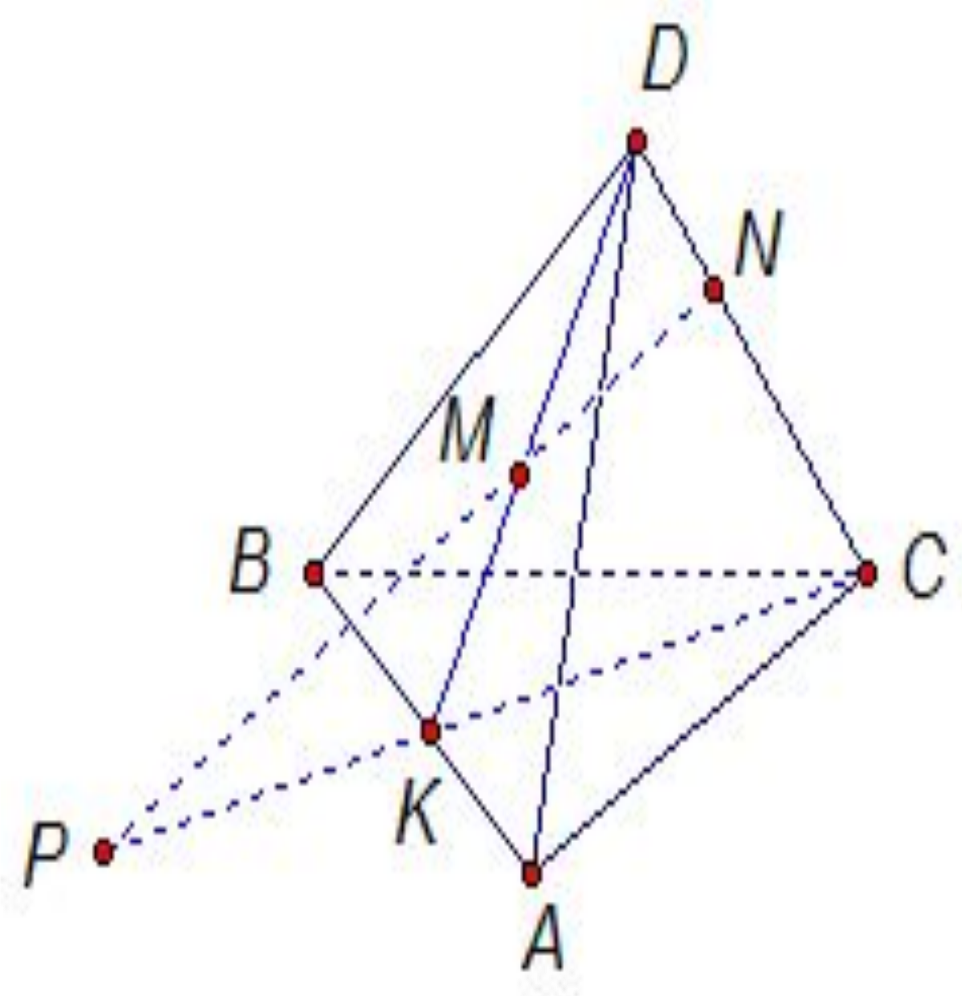
Задача 2.

- Точка *M* лежит на боковой грани *ADB* тетраэдра *ABCD*. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, которое проходит через точку *M* параллельно основанию *ABC*.



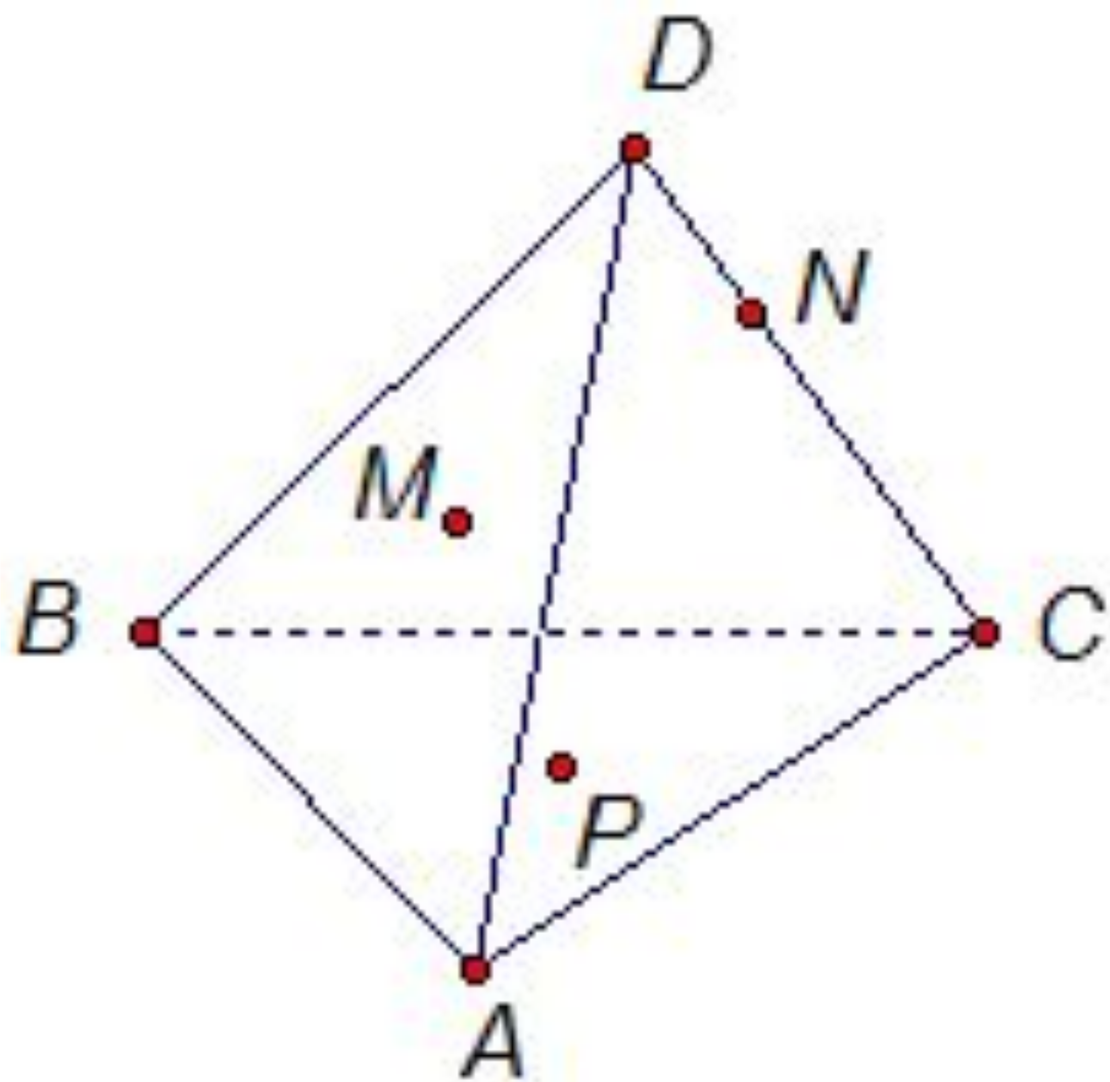
Ответ на задачу 2.

- Для решения построим вспомогательную плоскость *DMN*. Пусть прямая *DM* пересекает прямую АВ в точке *К* (Рис. 7.). Тогда, *СКD* – это сечение плоскости *DMN* и тетраэдра. В плоскости *DMN* лежит и прямая *NM*, и полученная прямая *СК*. Значит, если *NM* не параллельна *СК*, то они пересекутся в некоторой точке *Р*. Точка *Р* и будет искомая точка пересечения прямой *NM* и плоскости *АВС*.



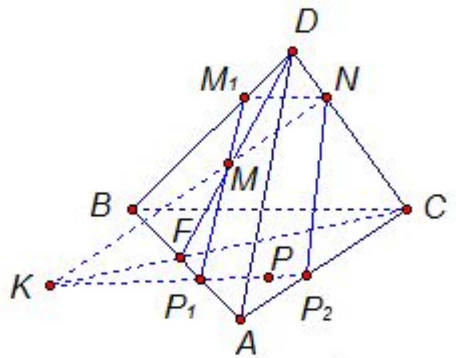
Задача 3.

- Дан тетраэдр *ABCD*. *M* – внутренняя точка грани *ABD*. *P* – внутренняя точка грани *ABC*. *N* – внутренняя точка ребра *DC*. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки *M, N* и *P*.

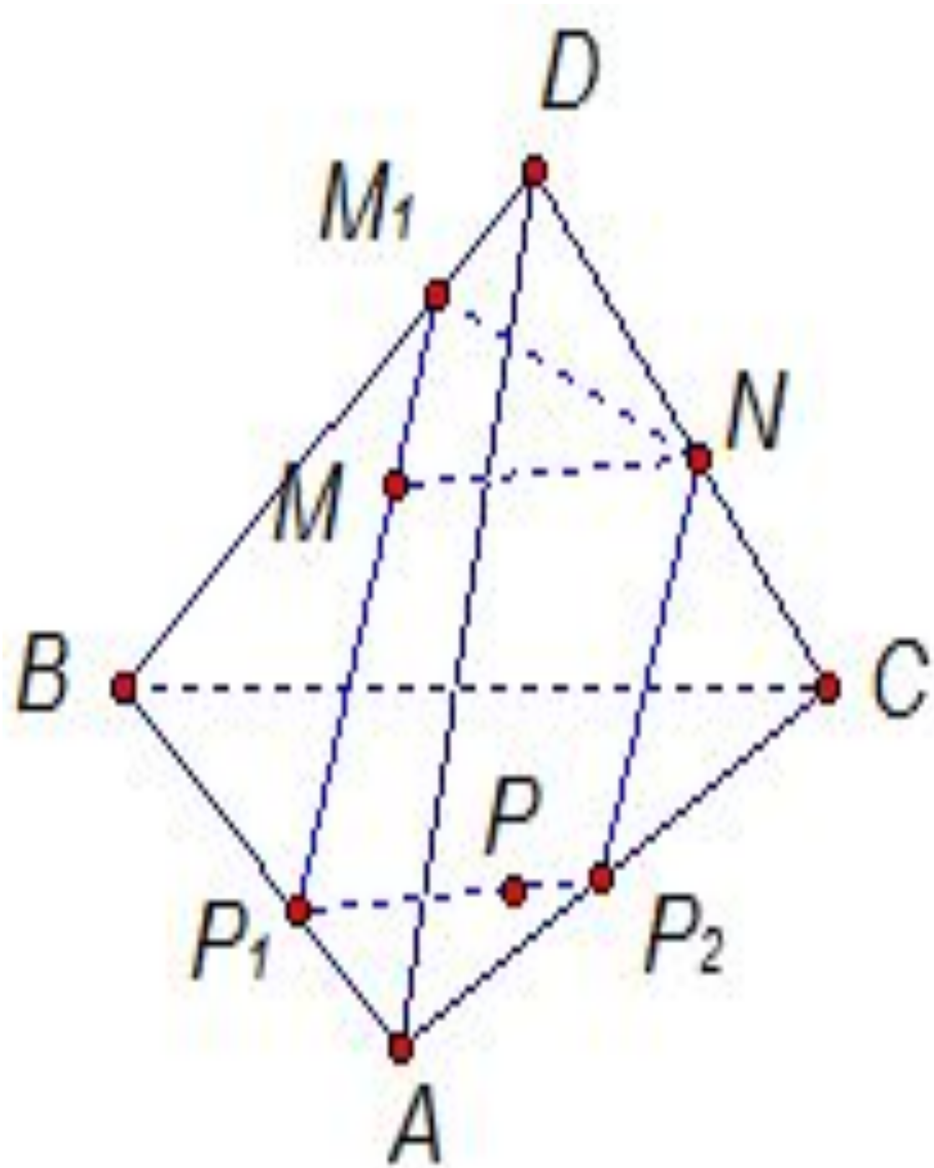


Решение задачи 3.

- Рассмотрим первый случай, когда прямая *MN* не параллельна плоскости *ABC*. В прошлой задаче мы нашли точку пересечения прямой *MN* и плоскости *ABC*. Это точка *K*, она получена с помощью вспомогательной плоскости *DMN*, т.е. мы проводим *DM* и получаем точку *F*. Проводим *CF* и на пересечении *MN* получаем точку *K*



- Проведем прямую *KP*. Прямая *KP* лежит и в плоскости сечения, и в плоскости *ABC*. Получаем точки P_1 и P_2. Соединяем P_1 и *M* и на продолжении получаем точку M_1. Соединяем точку P_2 и *N*. В результате получаем искомое сечение $P_1P_2NM_1$. Задача в первом случае решена. Рассмотрим второй случай, когда прямая *MN* параллельна плоскости *ABC*. Плоскость *MNP* проходит через прямую *MN*параллельную плоскости *ABC* и пересекает плоскость *ABC* по некоторой прямой P_1P_2, тогда прямая P_1P_2 параллельна данной прямой *MN*.



Теперь проведем прямую P_1M и получим точку M_1. $P_1P_2NM_1$ – искомое сечение.